

Prove Finali - Analisi Numerica

Presentazione Prove Finali Ingegneria Matematica
aa 2024/2025



**Politecnico
di Torino**



Equazioni non lineari (1)

Metodi numerici per la risoluzione di sistemi di n equazioni in n incognite

Uno dei metodi più usati per la risoluzione di sistemi di equazioni nonlineari "quadrati" è il metodo di Newton:

- Vantaggi: velocità di convergenza (quadratica, sotto opportune ipotesi)
- Svantaggi: Costo computazionale (alto per n grande!) e condizioni per convergenza (difficoltà a trovare un "buon" punto iniziale)

Riferimenti: Sandra Pieraccini
`sandra.pieraccini@polito.it`

Equazioni non lineari (2)

Esistono diverse varianti che mirano a migliorare l'efficienza del metodo:

- Metodi che puntano a ridurre il costo computazionale di ogni iterazione:
 - 1 Metodi **Quasi Newton**: calcolo a basso costo della matrice Jacobiana (differenze finite, metodi di Broyden...)
 - 2 Metodi **Newton Inesatti**: calcolo a basso costo della direzione di movimento
 - 3 ...
- Metodi che puntano a migliorare la convergenza:
 - 4 Metodi di Newton con **line search**
 - 5 Metodi di Newton con **trust-region**

Focalizzandosi su una variante, possibili proposte di prova finale riguardano:

- **studio, implementazione e sperimentazione numerica della metodologia in esame;**
- **in alternativa, applicazione della metodologia in contesti specifici.**

Riferimenti: Sandra Pieraccini
sandra.pieraccini@polito.it

Equazioni non lineari (3)

Metodi numerici per la risoluzione di sistemi sovra-determinati

Il problema viene riformulato come problema ai minimi quadrati non lineare. Una ulteriore proposta di prova finale riguarda **studio, implementazione e sperimentazione numerica del**

1 Metodo di Levenberg-Marquardt

oppure la sua **applicazione in contesti specifici.**

Riferimenti: Sandra Pieraccini
sandra.pieraccini@polito.it

Approssimazione e Integrazione Numerica

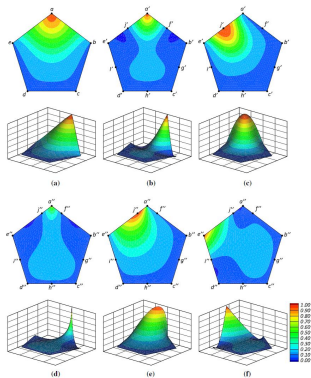
Approssimazioni polinomiali

$$f(x) \approx P_n(f; x) = \sum_{i=1}^n f(x_i) \ell_i(x)$$



Mmm...i soliti polinomi!

Aprossimazioni razionali in 2D



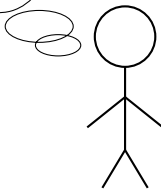
Funzioni wachspress Φ_i

$$\Phi_i(x) = \frac{\varphi_i(x)}{\sum_{j=1}^n \varphi_j(x)}$$

Formule di quadratura

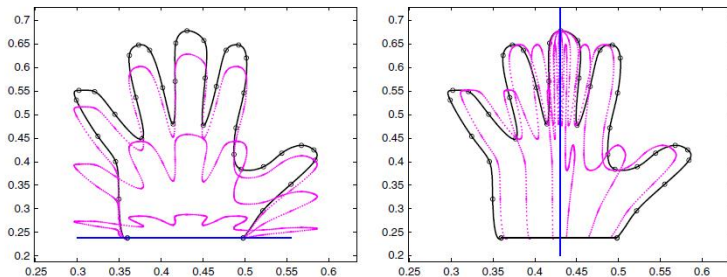
$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i)$$

Uffa... i soliti intervalli!



Formule di cubatura

$$\int_{\Omega} f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i)$$



Ω dominio maniforme

Questioni correlate

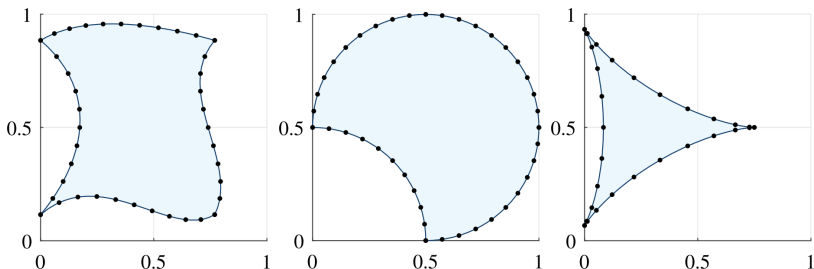
- Metodi numerici per la risoluzione di equazioni differenziali e integrali
- utilizzo di mesh con elementi dalla geometria complessa

Riferimenti

Silvia Falletta, Letizia Scuderi

silvia.falletta@polito.it, letizia.scuderi@polito.it

Integrazione Numerica su superfici planari con curvature



- 1 Quadratura numerica per funzioni non regolari su poligoni/poliedri
- 2 Integrazione tramite mexfile di codice C++ in ambiente Matlab

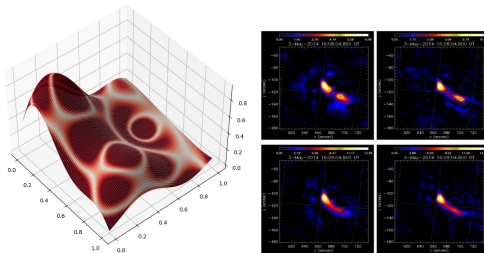
Riferimenti: Stefano Scialo'

Fabio Vicini

`stefano.scialo@polito.it` `fabio.vicini@polito.it`

Approssimazione di dati e funzioni

- Sviluppo di **tecniche di interpolazione di dati sparsi** (polinomi, splines e kernels) con possibili applicazioni alla **fisica solare**.



- Keywords: Machine learning, interpolazione, brillamenti solari.

Riferimenti: Emma Perracchione
emma.perracchione@polito.it

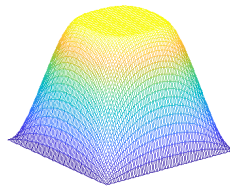
Quantificazione dell'incertezza e metodi iterativi

In numerose applicazioni, è fondamentale studiare come l'incertezza, intrinseca o dovuta ad una limitata conoscenza, influenzi determinate quantità di interesse.

- Stime di parametri di ODE con metodi deterministici e/o Bayesiani.
- Algoritmi per stimare il prezzo di opzioni finanziarie.

È anche necessario sviluppare algoritmi veloci per risolvere sistemi lineari.

- Algoritmi multigriglia per il problema dell'ostacolo.



Riferimenti: Tommaso Vanzan

tommaso.vanzan@polito.it

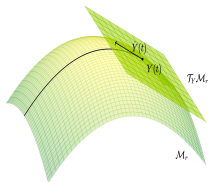
Metodi numerici che sfruttano la geometria

"They throw geometry out the door, and it comes back through the window."

(H.G. Forder)

Esempi di tesi:

- Algoritmi di ottimizzazione su varietà differenziabili.
- Modelli ridotti basati sulla Dynamical Low Rank Approximation.
- Integratori симплектици per ODEs.



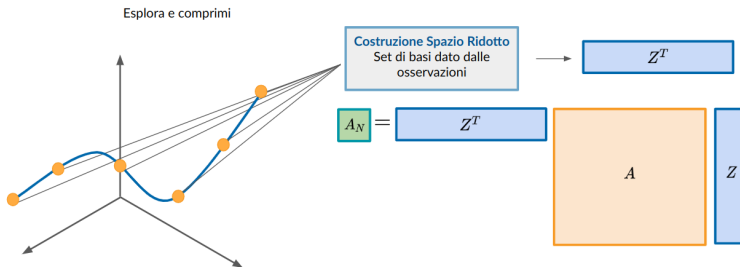
Riferimenti: Tommaso Vanzan

tommaso.vanzan@polito.it

Riduzione di modello per sistemi parametrici

Immaginate di avere un modello, un'equazione, che dipende da un parametro che caratterizzi la fisica del problema che si sta studiando.

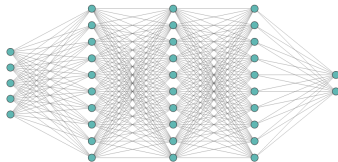
In matematica e nelle sue applicazioni sono necessari degli strumenti capaci di fornire risposte (simulazioni) attendibili in un tempo breve per permettere l'analisi efficiente di varie configurazioni in tempo reale.



Riduzione di modello per sistemi parametrici

Proposte di tesi:

- applicazione di algoritmi di tipo “esplora e comprimi” (SVD, PCA, POD) per ODE parametriche.
- Applicazioni basate sul machine learning per la creazione di modelli parametrici surrogati.

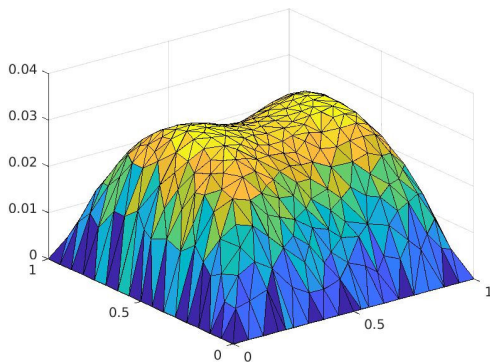


Riferimenti: Maria Strazzullo
maria.strazzullo@polito.it

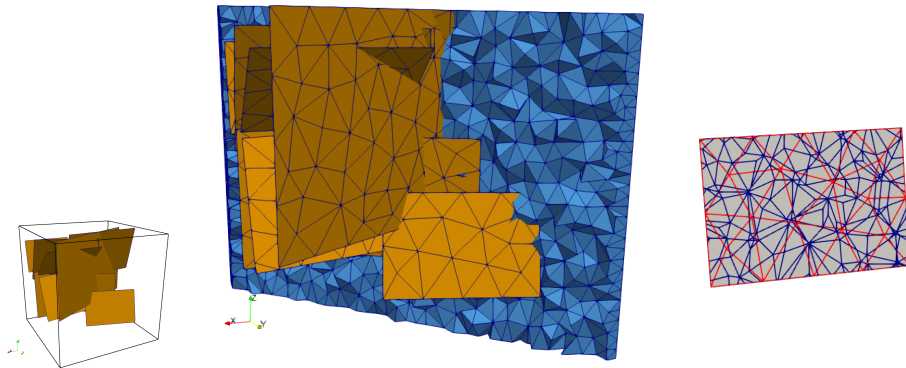
Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

Premessa

$$\begin{cases} -\Delta y = f & \text{in } \Omega \subset \mathbb{R}^d \\ y = y_0 & \text{su } \partial\Omega \end{cases}$$



Ma...



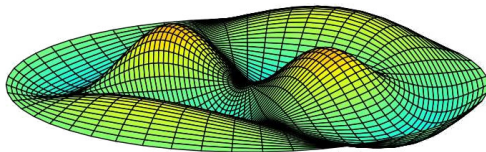
Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

- 1 Raffinamento adattativo di mesh triangolari con conservazione della qualità
- 2 Conservazione della qualità nel raffinamento di mesh poligonal
- 3 Date due mesh $\mathcal{M}_1$ e $\mathcal{M}_2$ su uno stesso dominio, implementazione efficiente di proiezioni L_2 su $\mathcal{M}_2$ di funzioni definite a tratti su $\mathcal{M}_1$; caso di mesh triangolari/tetraedriche e possibile estensione a mesh poligonal/poliedriche.
- 4 Tecniche di smoothing per mesh poliedriche.

Riferimenti:	Stefano Berrone	Andrea Borio	Fabio Vicini
	<code>stefano.berrone@polito.it</code>	<code>andrea.borio@polito.it</code>	<code>fabio.vicini@polito.it</code>

Metodi numerici per equazioni differenziali con valori al bordo

- 1 Metodi agli elementi finiti: utilizzo di funzioni polinomiali a tratti per la soluzione di equazioni differenziali su domini monodimensionali.
- 2 Metodi alle differenze finite per la simulazione delle vibrazioni di una membrana elastica bidimensionale.



Riferimenti: Andrea Borio
andrea.borio@polito.it



Thank you for your attention



Politecnico
di Torino