



Dipartimento di
Scienze Matematiche
G. L. Lagrange

ECCELLENZA 2018 • 2022

La matematica delle epidemie e come usarla per capire il “lockdown”

Andrea Tosin

7 maggio 2020



POLITECNICO
DI TORINO



Il modello SIR classico

- B. Gonçalves. *Epidemic Modeling 101: Or why your CoVID19 exponential fits are wrong*. Blog post. 2020. URL: <https://medium.com/data-for-science/epidemic-modeling-101-or-why-your-covid19-exponential-fits-are-wrong-97aa50c55f8>
- Modello SIR classico:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\gamma R_0}{N} SI \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\gamma R_0}{N} SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I \end{cases}$$

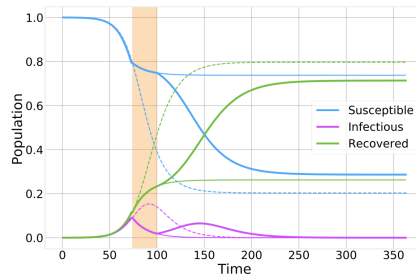


Immagine tratta da [Gonçalves 2020]

- Si riduce R_0 per simulare misure di “**lockdown**”

Il modello SIR classico

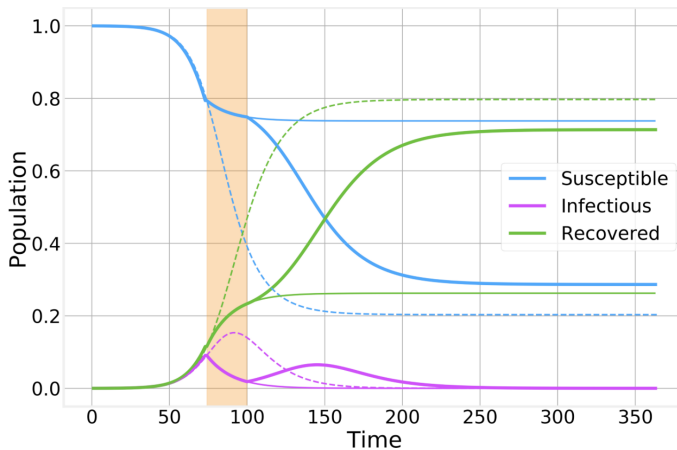


Immagine tratta da [Gonçalves 2020]

Il numero di riproduzione $\mathcal{R}_0$

$$\mathcal{R}_0 := \frac{\beta}{\gamma}$$

- $\beta \geq 0$: tasso di trasmissione della malattia
- $\gamma \geq 0$: tasso di guarigione
- Secondo [Li et al. 2020]

$$\mathcal{R}_0 = 2.2$$

intervallo di confidenza al 95%: $[1.4, 4]$

per il Coronavirus di Wuhan

- Caso di scenario peggiore: $\mathcal{R}_0 \sim \text{Gamma}$ di media 4 [Yeghikyan 2020]

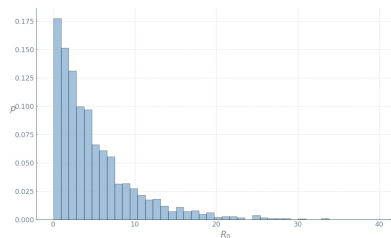
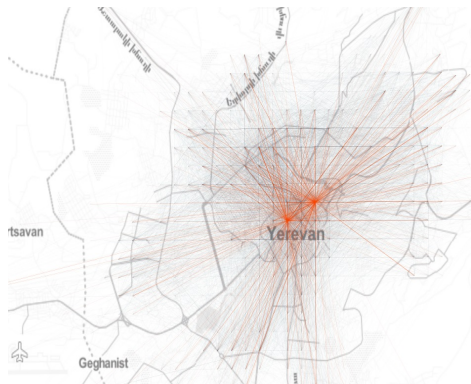
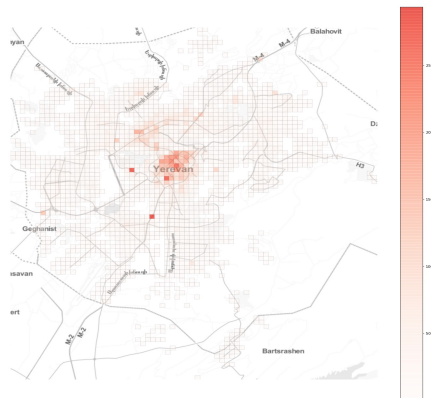


Figura: Distribuzione statistica di $\mathcal{R}_0$ [Yeghikyan 2020]

Il dominio spaziale



(a)



(b)

Figura: (a) Flussi aggregati origine-destinazione nella capitale armena Erevan. (b) Flusso totale in ingresso nelle celle della griglia. Immagini tratte da [Yeghikyan 2020]

Rivisitazione del modello SIR classico [Yeghikyan 2020]

- Tempo discreto: $t \in \mathbb{N}$, $[t]$ = giorni
- Spazio discreto: dominio spaziale partizionato in celle, j indice della cella

$$\begin{cases} S_j^{t+1} = S_j^t - \frac{\beta_j^t}{N_j} S_j^t I_j^t - \alpha S_j^t \frac{\sum_k \beta_k^t m_{k \rightarrow j}^t \frac{I_k^t}{N_k}}{N_j + \sum_k m_{k \rightarrow j}^t} \\ I_j^{t+1} = I_j^t + \frac{\beta_j^t}{N_j} S_j^t I_j^t + \alpha S_j^t \frac{\sum_k \beta_k^t m_{k \rightarrow j}^t \frac{I_k^t}{N_k}}{N_j + \sum_k m_{k \rightarrow j}^t} - \gamma I_j^t \\ R_j^{t+1} = R_j^t + \gamma I_j^t \end{cases} \quad (*)$$

- Parametri:
 - $\beta_j^t \geq 0$: tasso casuale di trasmissione del contagio nel luogo j e nel giorno t
 - $\alpha \in [0, 1]$: “**modal share**” $\rightsquigarrow$ percentuale di viaggiatori che utilizzano un particolare tipo di trasporto (qui: trasporto pubblico)
 - $m_{k \rightarrow j}^t \in \mathbb{N}$: **mobilità** $\rightsquigarrow$ numero di persone che si spostano dal luogo k al luogo j nel giorno t

Inizializzazione del modello

- Inizialmente

$$S_j^0 = N_j, \quad I_j^0 = 0, \quad R_j^0 = 0$$

per ogni j eccetto almeno uno, diciamo j_0 , dove $S_{j_0}^0 = N_{j_0} - 1$, $I_{j_0}^0 = 1$

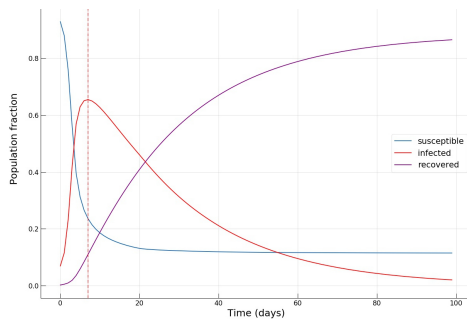
- **Comparsa delle infezioni:** se al tempo $t > 0$ in qualche luogo j risulta ancora $I_j^t = 0$ allora

$$I_j^{t+1} \sim \text{Bernoulli}(h_j^t), \quad h_j^t := \beta_j^t S_j^t \frac{1 - \exp\left(-\frac{S_j^t}{N_j} \sum_k m_{k \rightarrow j}^t \frac{I_k^t}{N_k}\right)}{1 + \beta_j^t \frac{S_j^t}{N_j}}$$

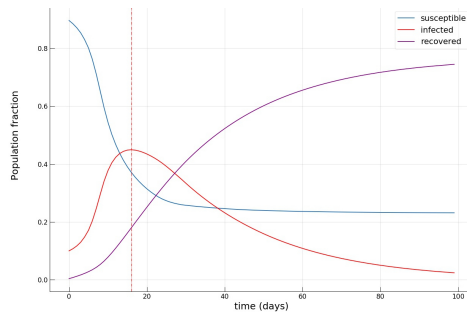
- Si prosegue questo processo stocastico fino ad un certo tempo $t_0 > 0$ in modo da simulare la comparsa di infezioni in luoghi casuali
- Si usa $(S_{j_0}^{t_0}, I_{j_0}^{t_0}, R_{j_0}^{t_0})$ come condizione iniziale di (*) per descrivere la propagazione del contagio

Distanziamento sociale: riduzione dei trasporti pubblici

- Si riduce α per simulare una limitazione dei trasporti pubblici (in favore, ad esempio, di trasporti privati)



(a) $\alpha = 0.9$

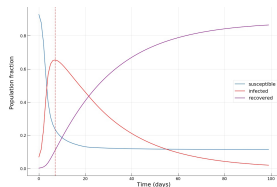


(b) $\alpha = 0.2$

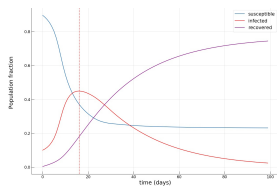
Figure tratte da [Yeghikyan 2020]

Distanziamento sociale: quarantena di luoghi molto frequentati

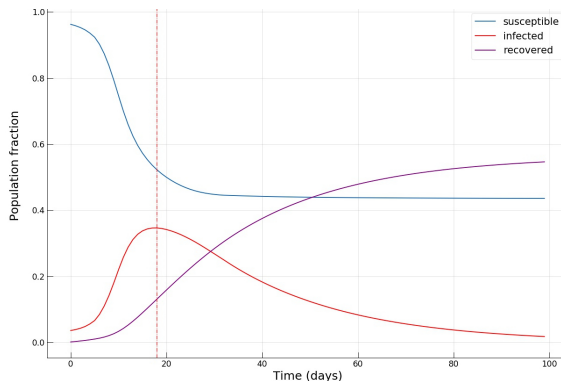
- $m_{j \rightarrow k}^t = m_{k \rightarrow j}^t = 0$ per luoghi j nel primo percentile alto dei flussi di mobilità



(c) $\alpha = 0.9$, no quarantena



(d) $\alpha = 0.2$, no quarantena



(e) $\alpha = 0.5$, quarantena

La matematica dei sistemi sociali per la “Social Governance”

- Rapporto tra le **valutazioni scientifiche** e le **decisioni politiche**
 - Conferenza stampa del Presidente del Consiglio G. Conte, 01/04/2020 [▶ YouTube](#)
- Le **decisioni politiche** devono basarsi su **raccomandazioni scientifiche**
- Le **raccomandazioni scientifiche** solitamente considerano solo alcuni *aspetti tecnici peculiari* del fenomeno oggetto di studio
- Il **decisore politico** deve considerare anche *svariati aspetti sociali interconnessi* (aspetti economici, diritti fondamentali, tendenze comportamentali, ...)
- È necessario un **contributo della matematica ai fenomeni sociali** tanto rigoroso quanto quello che la matematica già dà agli aspetti tecnici $\rightsquigarrow$ ulteriore supporto razionale/quantitativo per il decisore politico

Bibliografia

- B. Gonçalves. *Epidemic Modeling 101: Or why your CoVID19 exponential fits are wrong*. Blog post. 2020. URL: <https://medium.com/data-for-science/epidemic-modeling-101-or-why-your-covid19-exponential-fits-are-wrong-97aa50c55f8>.
- Q. Li et al. “Early transmission dynamics in Wuhan, China, of novel Coronavirus-infected pneumonia”. In: *New Engl. J. Med.* 382 (2020), pp. 1199–1207.
- G. Yeghikyan. *Love Urban policy in the time of ~~Cholera~~ Coronavirus*. Blog post. 2020. URL: <https://lexparsimon.github.io/coronavirus>.