

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria Matematica

Tesi di Laurea Magistrale

## Modulazione grandi-piccole scale del trasporto turbolento in uno strato limite su parete scabra



### **Relatori**

Prof. Luca Ridolfi  
Prof.ssa Stefania Scarsoglio  
Dr. Giovanni Iacobello (University of Surrey)  
Prof. Pietro Salizzoni (École Centrale de Lyon)

### **Candidato**

Matteo Perrone

Anno Accademico 2021-2022



*Alla mia stravagante famiglia.*

*A Simone, che rimarrà per sempre scolpito nel mio cuore.*

# Sommario

La Tesi ha l'obiettivo di studiare l'interazione tra le scale del trasporto turbolento in uno strato limite su parete scabra. Nello strato limite turbolento è disperso uno scalare passivo. Dapprima si è focalizzata l'attenzione sui meccanismi di modulazione in ampiezza (AM) e in frequenza (FM) delle grandi scale sulle piccole scale della componente longitudinale del campo di moto. In maniera totalmente innovativa, si sono poi analizzati i suddetti meccanismi di modulazione delle grandi scale del campo di moto sulle piccole scale della concentrazione (scalare passivo) e del trasporto turbolento dello scalare passivo. La AM è quantificata attraverso la correlazione calcolata tra le grandi scale e l'involuppo filtrato delle piccole scale. La FM è misurata tramite un approccio basato sul *Natural Visibility Graph* che mappa i segnali del campo di moto, della concentrazione e del trasporto turbolento in reti complesse. I dati sono sperimentali e sono misurati nella galleria del vento del Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique all'École Centrale de Lyon in Francia. I risultati della AM e FM tra grandi e piccole scale ottenuti per il campo di moto e il trasporto turbolento mostrano le stesse caratteristiche vicino alla parete, e un meccanismo invertito lontano da essa. Le medesime peculiarità (vicino e lontano dalla parete) sono state osservate per la AM tra grandi e piccole scale per la concentrazione, ma si ottengono dei risultati differenti per la FM. Da quest'ultimi, emerge che interviene anche la componente verticale del campo di moto nel meccanismo di FM tra grandi e piccole scale per la concentrazione. In conclusione, la modulazione in ampiezza e in frequenza delle grandi scale sulle piccole scale si verifica sia per il campo di moto e sia per la concentrazione e il trasporto turbolento.

# Indice

Elenco delle tabelle	7
Elenco delle figure	8
Introduzione	13
<b>I Prima Parte</b>	<b>15</b>
<b>1 Descrizione del fenomeno fisico: trasporto turbolento</b>	<b>17</b>
1.1 Fisica dei flussi turbolenti	17
1.1.1 Caratteristiche fenomenologiche di una corrente turbolenta	19
1.2 Turbolenza di parete	20
1.3 Dispersione di uno scalare passivo in un flusso turbolento	23
1.3.1 Ipotesi fondamentali per lo studio	23
1.3.2 Equazione di convezione-diffusione turbolenta con un campo di moto non uniforme: dispersione	25
1.3.3 Meandering e dispersione relativa	26
1.4 Fenomeni in studio: modulazione in ampiezza e in frequenza	26
<b>2 Metodi per l'individuazione della modulazione in ampiezza (AM) e in frequenza (FM)</b>	<b>31</b>
2.1 Nozioni introduttive sui segnali	31
2.2 Analisi spettrale	32
2.2.1 Analisi di Fourier	32
2.3 Metodo per l'individuazione della modulazione in ampiezza (AM)	34
2.3.1 Trasformata di Hilbert	35
2.3.2 Separazione delle scale turbolente e coefficiente di correlazione	37
2.4 Metodo per l'individuazione della modulazione in frequenza (FM)	38
2.4.1 Definizione del <i>Visibility Graph</i>	38
2.4.2 Metriche di interesse	40
2.4.3 <i>Degree centrality</i>	40
2.4.4 <i>Link length</i>	41
2.4.5 <i>Degree ratio</i>	41
<b>3 Set-up sperimentale e misurazioni eseguite</b>	<b>45</b>
3.1 Set-up sperimentale in galleria del vento	45
3.2 Tecniche di misurazione e acquisizione dei dati	47
3.2.1 Misurazioni della velocità e della concentrazione	47
3.2.2 Acquisizione dei dati	48
3.3 <i>Preprocessing</i> dei dati	49
3.4 Esempi di serie temporali	49

<b>4</b>	<b>Risultati relativi all'analisi spettrale</b>	<b>51</b>
4.1	Spettri di energia $u^2$	51
4.1.1	Normalizzazione eseguita sugli spettri di energia	52
4.1.2	Spettri mediati temporalmente	52
4.1.3	Spettri mediati temporalmente e spazialmente	53
4.2	Spettri della concentrazione e del trasporto turbolento	55
4.2.1	Normalizzazione eseguita sugli spettri delle $c$ e $wc$	55
4.2.2	Spettri mediati temporalmente	56
<b>5</b>	<b>Modulazione in ampiezza: risultati</b>	<b>59</b>
5.1	Modulazione tra $u_{LS}$ e $u_{SS}$	59
5.1.1	Raggruppamento dei risultati per le stazioni lungo $x$	59
5.1.2	Raggruppamento dei risultati per $\lambda_{cutoff}^+$	60
5.2	Modulazione in ampiezza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $u_{LS}$ e $wc_{SS}$	62
5.2.1	Raggruppamento dei risultati per le stazioni lungo $x$	62
5.2.2	Raggruppamento dei risultati per $\lambda_{cutoff}^+$	63
5.3	Confronto dei risultati sulla modulazione in ampiezza (AM)	66
5.3.1	Andamento del coefficiente di correlazione $R(z^+)$ tra $u_{LS}$ e $u_{SS}$	66
5.3.2	Andamento del coefficiente di correlazione $R(z^+)$ tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $u_{LS}$ e $wc_{SS}$	68
<b>6</b>	<b>Modulazione in frequenza: risultati</b>	<b>69</b>
6.1	Funzione di densità di probabilità del link length e del degree	69
6.1.1	Link length	70
6.1.2	Degree	74
6.2	Relazione tra i $\langle K \rangle$ dei segnali completi e delle piccole scale	77
6.2.1	Segnali di velocità	77
6.2.2	Segnali di concentrazione e del trasporto turbolento dello scalare passivo	78
6.2.3	Average degree dei segnali completi nelle stazioni $x3$ , $x4$ , $x5$	80
6.3	$\langle K_{np} \rangle$ per la quantificazione della modulazione in frequenza	81
6.3.1	$\langle K_{np} \rangle$ per la modulazione in frequenza (FM) tra $u_{LS}$ e $u_{SS}$ e confronto dei risultati	81
6.3.2	$\langle K_{np} \rangle$ per la modulazione tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $u_{LS}$ e $wc_{SS}$	83
6.3.3	Strategia adottata per la risoluzione del problema nel $\langle K_{np} \rangle$ delle variabili $c$ e $wc$ e confronto dei risultati	83
<b>II</b>	<b>Seconda Parte</b>	<b>87</b>
<b>7</b>	<b>Risultati della modulazione in ampiezza e in frequenza delle grandi scale <math>w_{LS}</math> sulle piccole scale <math>c_{SS}</math></b>	<b>89</b>
7.1	Modulazione in ampiezza (AM)	89
7.1.1	Modulazione in ampiezza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $w_{LS}$ e $c_{SS}$	89
7.1.2	Confronto dei risultati per la modulazione in ampiezza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $w_{LS}$ e $c_{SS}$	90
7.2	Modulazione in frequenza (FM)	90
7.2.1	Modulazione in frequenza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $w_{LS}$ e $c_{SS}$	91
7.2.2	Confronto dei risultati per la modulazione in ampiezza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $w_{LS}$ e $c_{SS}$	91
	<b>Conclusioni</b>	<b>95</b>

# Elenco delle tabelle

2.1	Esempi di alcuni segnali (funzioni) notevoli con le relative trasformate di Hilbert. . .	36
3.1	Tabella riassuntiva con i parametri di interesse. . . . .	47

# Elenco delle figure

1.1	Esempio di turbolenza magnetica: flussi di vento solare ad alte velocità causano una tempesta geomagnetica che crea l'Aurora (NASA).	18
1.2	Rappresentazione grafica delle tre differenti categorie osservate da O. Reynolds nel 1883.	18
1.3	Flusso con un angolo di incidenza nullo che investe una lastra piana e sviluppa uno strato limite laminare e turbolento (in grigio). In figura è inoltre visibile la distorsione della particella fluita nei due strati limite.	20
1.4	Andamenti caratteristici dello spessore (figura in alto) e degli sforzi di taglio a parete (figura in basso) in uno strato limite laminare e turbolento.	21
1.5	Andamento della velocità media $U^+$ in funzione della distanza normale alla parete $y^+$ . Il grafico è riportato in scala semilogaritmica.	23
1.6	Rappresentazione schematica di un pennacchio soggetto al meandering e alla dispersione relativa.	26
1.7	Esempio di modulazione in ampiezza delle grandi scale sulle piccole scale turbolente, tratto dall'articolo [12]. I segnali della velocità longitudinale sono ottenuti da uno strato limite turbolento a $Re_* = 7300$ nella regione vicino alla parete ( $z^+ = 15$ ) nell'intervallo $t^+ = tu_*^2/\nu = 0 - 7500$ . (a) Fluttuazioni del segnale originale; (b) fluttuazioni delle grandi scale $\lambda_x^+ > 7300$ ; (c) fluttuazioni delle piccole scale $\lambda_x^+ < 7300$ ; (d) fluttuazioni delle piccole scale $\lambda_x^+ < 1000$ . Le linee verticali tratteggiate identificano la regione in cui le grandi scale sono negative.	28
1.8	Esempio di modulazione in frequenza delle grandi scale sulle piccole scale turbolente, tratto dall'articolo [17]. (a) Rappresentazione schematica di un flusso turbolento su una parete, in cui si alternano tre strutture LSM e VLSM delle grandi scale del campo di moto, $u_{LS} > 0$ e $u_{LS} < 0$ . Due coppie di segnali di $u_{LS}$ e di $u_{SS}$ sono rappresentati, rispettivamente, in rosso e in nero a due differenti posizioni normali alla parete ( <i>outer position</i> e <i>inner position</i> ); (b) Le fluttuazioni delle grandi (in rosso) e piccole (in blu e in azzurro, rispettivamente, per valori di $u_{LS} > 0$ e di $u_{LS} < 0$ ) scale della velocità longitudinale sono estratte da uno strato limite turbolento a $Re_* = 14750$ nell'intervallo $tU_\infty/\delta = 483 - 503$ , dove $U_\infty$ e $\delta$ sono, rispettivamente, la velocità indisturbata esterna alla strato limite e lo spessore dello strato limite. Sono inoltre indicati due intervalli del segnale delle piccole scale in cui si ha un aumento o una diminuzione della frequenza, rispettivamente, $490 < tU_\infty/\delta < 493$ e $495 < tU_\infty/\delta < 498$ .	29
2.1	Andamento dello spettro di energia di Kolmogorov per i flussi turbolenti.	34
2.2	Rappresentazione grafica dei tre range in cui è suddiviso lo spazio dei numeri d'onda.	34
2.3	Esempio di modulazione in ampiezza: (a) rappresenta l'onda portante $c(t) = \sin(10t)$ ; (b) rappresenta l'onda modulante $m(t) = \sin(2t)$ ; (c) rappresenta il segnale modulato $u(t) = [2 + m(t)]c(t)$ (linea continua) e il suo involuppo calcolato con la trasformata di Hilbert (linea tratteggiata).	37
2.4	Schema della costruzione del Natural Visibility Graph per una serie esemplificativa: si formeranno dei collegamenti, ovvero avremo visibilità tra due nodi, nel caso di linee tratteggiate in verde, mentre per le linee tratteggiate in rosso non avremo visibilità e non si creeranno dei collegamenti.	39



2.5	Il grafo rimane invariante sotto diverse trasformazioni delle serie temporali. (a) Serie temporale esemplificativa iniziale; (b) Traslazione dei dati; (c) Riscaldamento verticale; (d) Riscaldamento orizzontale; (e) Aggiunta di un <i>trend</i> lineare ai dati. . . . .	40
2.6	(a) Rappresentazione di un intervallo della velocità longitudinale $u$ e della sua componente delle grandi scale $u_{LS}$ , estratto lungo la coordinata longitudinale $x$ per un flusso turbolento in un canale. La linea color arancione-magenta indica, rispettivamente, le fluttuazioni positive e negative delle piccole scale del segnale $u_{SS}$ , mentre la linea blu-azzurro indica gli intervalli, rispettivamente, in cui $u_{LS} > 0$ e $u_{LS} < 0$ . Le serie riportate sono normalizzate in unità di parete. (b) Breve serie spaziale di $u$ rappresentata con un grafico a barre verticale, ricavata dalla fig.(a) e composta da 60 dati aventi lo stesso colore (blu-azzurro) che riflette il segno di $u_{LS}$ . Le barre verticali color rosso raffigurano i nodi caratteristici $i = \{19,49\}$ . (c) Rappresentazione del grafo costruito con il NVG per il segnale della fig. (b). Gli archi verdi riportano le connessioni per i due nodi esemplificativi. . . . .	42
3.1	Rappresentazione grafica del set-up sperimentale nella galleria del vento. . . . .	46
3.2	Sonda a filo caldo con sensore a $X$ . . . . .	47
3.3	Schema di un rivelatore a ionizzazione di fiamma. . . . .	48
3.4	(a) Serie temporale della velocità longitudinale $u'$ nella stazione $x3$ con coordinate ( $x3 = 0.204 m, y = 0 m, z_s = 0.075 m$ ) in un intervallo di 1 s; (b) serie temporale della velocità verticale $w'$ nella stazione $x3$ con coordinate ( $x3 = 0.204 m, y = 0 m, z_s = 0.075 m$ ) in un intervallo di 1 s. . . . .	50
3.5	(a) Serie temporale della concentrazione $c'$ nella stazione $x3$ con coordinate ( $x3 = 0.204 m, y = 0 m, z_s = 0.075 m$ ) in un intervallo di 1 s; (b) serie temporale del trasporto turbolento $w'c'$ nella stazione $x3$ con coordinate ( $x3 = 0.204 m, y = 0 m, z_s = 0.075 m$ ) in un intervallo di 1 s. . . . .	50
4.1	Spettro esemplificativo di $u^2$ mediato su cinque finestre temporali nel punto di coordinate ( $x3 = 0.204 m, y = 0 m, z = 0.030 m$ ). . . . .	53
4.2	Spettri di $u^2$ mediati temporalmente su cinque, sette, otto finestre e spazialmente lungo le coordinate longitudinali $x3 = 0.204 m, x4 = 0.409 m$ e $x5 = 0.817 m$ per $z = 0.030 m$ . . . . .	54
4.3	Spettri di energia di $u$ normalizzati, mediati spazialmente e temporalmente su cinque finestre. Gli spettri sono riportati: (a) per differenti coordinate normali alla parete $z$ ; (b) per $z = 0.030 m$ . La linea verticale è in corrispondenza del valore $Re_* = 4375$ . . . . .	55
4.4	Spettri di $c$ normalizzati e mediati temporalmente su cinque finestre temporali. I segnali $c$ sono presi nella stazione a $x4$ : (a) per differenti coordinate normali alla parete $z$ ; (b) per $z = 0.030 m$ . La linea verticale $k\delta_{picco}$ corrisponde al valore $\simeq 6$ . . . . .	56
4.5	Spettri di $wc$ normalizzati e mediati temporalmente su cinque finestre temporali. I segnali $wc$ sono presi nella stazione a $x4$ : (a) per differenti coordinate normali alla parete $z$ ; (b) per $z = 0.030 m$ . La linea verticale $k\delta_{picco}$ corrisponde al valore $\simeq 6$ . . . . .	57
5.1	Andamento di $R(z^+)$ per la modulazione in ampiezza delle grandi scale $u_{LS}$ sulle piccole scale $u_{SS}$ nelle tre stazioni: (a) a $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ ; (b) a $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ ; (c) a $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ . . . . .	60
5.2	Andamento di $R(z^+)$ per la modulazione in ampiezza delle grandi scale $u_{LS}$ sulle piccole scale $u_{SS}$ per tre differenti $\lambda_{cutoff}^+$ : (a) nella stazione a $x3$ ; (b) nella stazione a $x4$ ; (c) nella stazione a $x5$ . . . . .	61
5.3	Andamento di $R(z^+)$ per la modulazione in ampiezza delle grandi scale $u_{LS}$ sulle piccole scale $c_{SS}$ nelle tre stazioni: (a) a $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ ; (b) a $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ ; (c) a $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ . . . . .	62
5.4	Andamento di $R(z^+)$ per la modulazione in ampiezza delle grandi scale $u_{LS}$ sulle piccole scale $wc_{SS}$ nelle tre stazioni: (a) a $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ ; (b) a $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ ; (c) a $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ . . . . .	63
5.5	Andamento di $R(z^+)$ per la modulazione in ampiezza delle grandi scale $u_{LS}$ sulle piccole scale $c_{SS}$ per tre differenti $\lambda_{cutoff}^+$ nella stazione: (a) a $x3$ ; (b) a $x4$ ; (c) a $x5$ . . . . .	64

5.6	Andamento di $R(z^+)$ per la modulazione in ampiezza delle grandi scale $u_{LS}$ sulle piccole scale $w_{c_{SS}}$ per tre differenti $\lambda_{cutoff}^+$ nella stazione: (a) a $x_3$ ; (b) a $x_4$ ; (c) a $x_5$ .	65
5.7	Andamento di $R(z^+)$ per la modulazione in ampiezza delle grandi scale $u_{LS}$ sulle piccole scale $u_{SS}$ : (a) tratto dall'articolo [21] per dati ottenuti da uno strato limite turbolento a $Re_* = 7300$ ; (b) con i dati a nostra disposizione ricavati per uno strato limite turbolento a $Re_* = 4375$ . In (b), i risultati sono ottenuti nelle tre stazioni $x_3, x_4, x_5$ . Le grandi e piccole scale turbolente sono separate con un filtro spettrale a $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ .	67
5.8	Andamento di $R(z^+)$ per la modulazione in ampiezza delle grandi scale $u_{LS}$ sulle piccole scale: (a) $c_{SS}$ ; (b) $w_{c_{SS}}$ . I risultati sono ottenuti nelle tre stazioni $x_3, x_4, x_5$ . Le grandi e piccole scale turbolente sono separate con un filtro spettrale a $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ .	68
6.1	PDF del link length per i segnali di velocità $u$ lungo le coordinate normali a parete $z$ nella stazione a: (a) $x_3$ ; (b) $x_4$ ; (c) $x_5$ .	71
6.2	PDF del link length per i segnali di concentrazione $c$ lungo le coordinate normali a parete $z$ nella stazione a: (a) $x_3$ ; (b) $x_4$ ; (c) $x_5$ .	72
6.3	PDF del link length per i segnali del trasporto turbolento $wc$ lungo le coordinate normali a parete $z$ nella stazione a: (a) $x_3$ ; (b) $x_4$ ; (c) $x_5$ .	73
6.4	PDF del degree per i segnali di velocità $u$ lungo le coordinate $z$ nella stazione a: (a) $x_3$ ; (b) $x_4$ ; (c) $x_5$ .	74
6.5	PDF del degree per i segnali di concentrazione $c$ lungo le coordinate $z$ nella stazione a: (a) $x_3$ ; (b) $x_4$ ; (c) $x_5$ .	75
6.6	PDF del degree per i segnali del trasporto turbolento $wc$ lungo le coordinate $z$ nella stazione a: (a) $x_3$ ; (b) $x_4$ ; (c) $x_5$ .	76
6.7	Andamento dell'average degree $\langle K \rangle$ in funzione della coordinata $z^+$ , costruito tramite il Natural Visibility Graph del segnale completo della velocità longitudinale $u$ (in blu) e del segnale delle piccole scale della velocità longitudinale $u_{SS}$ (in rosso).	77
6.8	Andamento dell'average degree $\langle K \rangle$ in funzione della coordinata $z^+$ , costruito tramite il Natural Visibility Graph: (a) del segnale completo della concentrazione $c$ (in blu) e del segnale delle piccole scale della concentrazione $c_{SS}$ (in rosso); (b) del segnale completo del trasporto turbolento $wc$ (in blu) e del segnale delle piccole scale del trasporto turbolento $w_{c_{SS}}$ (in rosso).	79
6.9	Andamenti dell'average degree in funzione della coordinata $z^+$ nelle stazioni $x_3, x_4, x_5$ per i segnali completi:(a) di $u$ ; (b) di $c$ ; (c) di $wc$ .	80
6.10	Andamento del degree ratio $\langle K_{np} \rangle$ per la modulazione in frequenza delle grandi scale $u_{LS}$ sulle piccole scale $u_{SS}$ : (a) tratta dall'articolo [17] per dati ottenuti da uno strato limite turbolento a $Re_* = 14750$ (in verde); (b) ricavata con i dati sperimentali a nostra disposizione per uno strato limite turbolento a $Re_* = 4375$ . In (b), i risultati sono ottenuti nelle tre stazioni $x_3, x_4, x_5$ . Le grandi e piccole scale turbolente sono separate con un filtro spettrale a $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ .	82
6.11	Andamenti del degree ratio in funzione della coordinata normale alla parete $z^+$ nelle stazioni $x_3, x_4, x_5$ per i segnali completi: (a) di $c$ ; (b) di $wc$ .	83
6.12	Andamenti dell'average degree in funzione della coordinata $z^+$ nelle stazioni $x_3, x_4, x_5$ per i segnali completi:(a) di $-c$ ; (b) di $- wc $ .	84
6.13	Andamenti del degree ratio in funzione della coordinata $z^+$ nelle stazioni $x_3, x_4, x_5$ per i segnali completi:(a) di $-c$ ; (b) di $- wc $ .	84
7.1	Verifica che le piccole scale della concentrazione $c_{SS}$ siano modulate in ampiezza (AM) anche dalle grandi scale della velocità verticale $w_{LS}$ oltre alle grandi scale della velocità longitudinale. (a) AM di $u_{LS}$ su $c_{SS}$ : andamento di $R(z^+)$ per le tre stazioni ( $x_3, x_4, x_5$ ) a $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ ; (b) AM di $w_{LS}$ su $c_{SS}$ : andamento di $R(z^+)$ per le tre stazioni ( $x_3, x_4, x_5$ ) a $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ .	90

7.2 Verifica che le piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$  siano modulate in frequenza (FM) anche dalle grandi scale della velocità verticale  $w_{LS}$  oltre alle grandi scale della velocità longitudinale. (a) FM di  $u_{LS}$  su  $c_{SS}$ : andamento del *degree ratio medio* ( $K_{np}$ ) in funzione della coordinata  $z^+$  per le tre stazioni ( $x3, x4, x5$ ); (b) FM di  $w_{LS}$  su  $c_{SS}$ : andamento del *degree ratio medio* ( $K_{np}$ ) in funzione della coordinata  $z^+$  per le tre stazioni ( $x3, x4, x5$ ). . . . .

*Don't hate what you don't understand*  
[JOHN LENNON]

# Introduzione

I flussi turbolenti delimitati da una o più pareti ricoprono un ruolo fondamentale nel campo dell'industria, dell'ingegneria e della fisica. Possiamo distinguerli in *flussi interni*, come i flussi in tubi o condotti, o *flussi esterni*, come il flusso d'aria che investe un'automobile. La loro modellizzazione e caratterizzazione è da diversi decenni oggetto di studio. In particolare, la formazione nei flussi a parete di strutture organizzate è strettamente legata ad alti livelli di energia. Queste strutture sono direttamente coinvolte nei fenomeni di trasporto, e da ciò, scaturisce l'interesse nello sviluppare strategie di controllo dei suddetti flussi. In prossimità della parete si formano dei *pattern* striati di flusso con diverse velocità, questi sono caratterizzati da un picco interno (*inner peak*) visibile nello spettrogramma delle fluttuazioni di velocità in direzione del flusso,  $u$ , [18]. Mettendo a punto esperimenti e simulazioni numeriche per flussi ad alti numeri di Reynolds, si nota la formazione di strutture, al quale è stato dato il nome di *large scales (LSs)* e *very large scales (VLSs)*, nella regione logaritmica, anch'esse individuabili attraverso un picco esterno (*outer peak*) nello spettrogramma delle fluttuazioni di velocità in direzione del flusso [29], [23], [12], [26]. Gli studi sui flussi ad alti numeri di Reynolds hanno portato nei decenni a nuovi sviluppi e nuove domande su come interagiscono le piccole scale (il cui picco si presenta vicino alla parete) e le grandi scale (il cui picco si presenta lontano dalla parete).

In particolare, sono stati individuati dei meccanismi di modulazione in ampiezza ([6], [4], [12]) e in frequenza ([8], [7], [3]) delle grandi scale sulle piccole scale turbolente del campo di moto. Nel corso degli anni, sono stati proposti diversi metodi al fine di quantificare i due meccanismi di modulazione: il metodo della correlazione per la modulazione in ampiezza [21] e il metodo delle reti complesse per la modulazione in frequenza [17]. Queste metodologie sono state investigate su diverse configurazioni del flusso turbolento al variare del numero di  $Re$  e con dati ottenuti sperimentalmente e numericamente.

La Tesi ha l'obiettivo di studiare l'interazione tra le scale del trasporto turbolento in uno strato limite su parete scabra. Nello strato limite turbolento è disperso uno scalare passivo. In prima istanza, nel lavoro sono stati valutati i meccanismi di modulazione in ampiezza e in frequenza delle grandi scale sulle piccole scale della componente longitudinale del campo di moto. In maniera totalmente innovativa, sono stati poi studiati i suddetti fenomeni di modulazione delle grandi scale del campo di moto sulle piccole scale della concentrazione (scalare passivo) e del trasporto turbolento dello scalare passivo. La modulazione in ampiezza è stata quantificata attraverso la correlazione calcolata tra le grandi scale e l'involuppo filtrato delle piccole scale [21]. La modulazione in frequenza è stata misurata tramite un approccio basato sul *Natural Visibility Graph* che mappa i segnali del campo di moto, della concentrazione e del trasporto turbolento in reti complesse [17]. È stata inoltre condotta l'analisi spettrale. Questa risulta essere fondamentale per la scelta del valore della lunghezza d'onda di cutoff, al fine di separare le grandi e piccole scale dei segnali. I dati, sui quali applicheremo le metodologie e l'analisi spettrale, risultano essere sperimentali e sono stati misurati nella galleria del vento del Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique all'École Centrale de Lyon in Francia [15]. L'intero lavoro è stato svolto in *Matlab* e, per implementare la teoria delle reti complesse, è stato utilizzato l'algoritmo *fast<sub>NVG</sub>* proposto in [13].

Al fine di comprendere maggiormente l'interazione tra grandi e piccole scale del trasporto turbolento, il lavoro è stato suddiviso in sette capitoli.

- Il Capitolo 1 introduce i flussi turbolenti delimitati da una parete e descrive la modellizzazione matematica della dispersione dello scalare passivo in uno strato limite turbolento. Nella parte

finale, viene descritta la fisica della modulazione in ampiezza e in frequenza;

- il Capitolo 2 fornisce le nozioni matematiche alla base dei metodi per l'inviduazione della modulazione in ampiezza e in frequenza;
- il Capitolo 3 descrive il *set-up* sperimentale messo a punto in [15] e illustra le tecniche di misurazione, acquisizione e *pre-processing* dei dati;
- il Capitolo 4 presenta i risultati ottenuti attraverso l'analisi spettrale;
- i Capitoli 5 e 6 risultano essere il cuore del lavoro di Tesi: vengono applicati il metodo della correlazione e il metodo delle reti complesse ai dati sperimentali. Il primo metodo, trattato nel Capitolo 5, illustra i risultati ottenuti dall'applicazione della correlazione tra le grandi scale e l'involuppo filtrato delle piccole scale. Il secondo metodo, trattato nel Capitolo 6, fornisce i risultati ricavati dall'applicazione dell'algoritmo *fast<sub>NVG</sub>* per mappare i segnali in reti complesse. Nel seguito, quest'ultimo capitolo ha portato a dei nuovi sviluppi nella Tesi: la possibilità che le grandi scale della componente verticale del campo di moto interagiscano con le piccole scale dello scalare passivo;
- il Capitolo 7 è stato scritto per un duplice motivo, da una parte verificare se le grandi scale della componente verticale interagiscono con le piccole scale dello scalare passivo e dall'altra parte riassumere i tratti più importanti dei capitoli precedenti;
- le Conclusioni racchiudono le osservazioni sui risultati ottenuti e dei possibili sviluppi del presente lavoro.

Parte I  
Prima Parte





# Capitolo 1

## Descrizione del fenomeno fisico: trasporto turbolento

Nel presente capitolo, poniamo l'obiettivo di descrivere i concetti generali sui fenomeni fisici in studio, quali la modulazione in ampiezza e in frequenza delle grandi scale sulle piccole scale in uno strato limite turbolento su parete scabra. Partiremo dai primi esperimenti condotti sulla turbolenza e definiremo le principali caratteristiche fenomenologiche dei flussi turbolenti. Nella seconda parte, ci concentreremo sui flussi delimitati da una parete. Faremo riferimento allo strato limite turbolento su una lastra piana e ne definiremo le espressioni analitiche che mettono in relazione la velocità d'attrito  $U^+ = U/u_*$  e la coordinata  $z^+ = z \cdot u_*/\nu$ . Nella terza e quarta parte, aumenteremo il grado di complessità e specificità dello studio, analizzando nel dettaglio la modellizzazione matematica dell'evoluzione dello scalare passivo e la fisica della modulazione in ampiezza e in frequenza.

### 1.1 Fisica dei flussi turbolenti

L'osservazione di flussi turbolenti è un'esperienza quotidiana che identifichiamo con il moto non stazionario, irregolare e apparentemente caotico di un fluido. Le volute formate dal fumo di una sigaretta nel suo moto ascensionale, il pennacchio della ciminiera di un'industria, il mescolamento del caffè per far sciogliere lo zucchero o la turbolenza magnetica nel vento solare che influenza i processi di trasporto di particelle energetiche nello spazio interplanetario (fig.1.1) sono solo alcuni degli innumerevoli esempi di turbolenza.

Uno dei primi esperimenti sui flussi turbolenti fu condotto da Osborne Reynolds nel 1883 [28]. Egli, effettuando una serie di esperienze sul flusso all'interno di tubi a sezione circolare, osservò che combinando la velocità media del flusso  $U$ , il diametro del tubo  $D$  e la viscosità cinematica del fluido  $\nu$  nel fattore adimensionale  $UD/\nu$  (che prese il nome di numero di Reynolds  $Re$ ) si sarebbe potuto descrivere la dinamica del flusso in tre categorie differenti, fig.1.2:

- per  $Re \sim < 2100$  il flusso si manteneva stazionario e si comportava come delle lamine rettilinee e parallele alle pareti del condotto (da cui il termine flusso laminare) che scorrevano le une sulle altre interagendo solo attraverso degli sforzi tangenziali. Questo comportamento fu notato osservando l'evoluzione di un filamento di inchiostro rilasciato da una posizione fissa all'interno del condotto; la linea di colorante, difatti, si manteneva rettilinea diffondendo debolmente allontanandosi dalla sorgente;
- per  $2100 \sim < Re \sim < 4000$ , la linea di colorante perdeva la sua stazionarietà e si propagava lungo una traiettoria ondulata con caratteristiche dipendenti dal tempo. In questo regime transizionale, tuttavia, la traccia di colorante presentava coerenza spaziale rimanendo confinata in una linea sottile;
- per  $Re > \sim 4000$ , a seguito di un tratto con oscillazioni in ampiezza crescente, la traccia d'inchiostro veniva diffusa vigorosamente in tutta la sezione trasversale del tubo, fino a distribuirsi



Figura 1.1: Esempio di turbolenza magnetica: flussi di vento solare ad alte velocità causano una tempesta geomagnetica che crea l'Aurora (NASA).

omogeneamente in tutto il flusso. Quest'ultimo regime è detto turbolento e presenta delle caratteristiche peculiari.

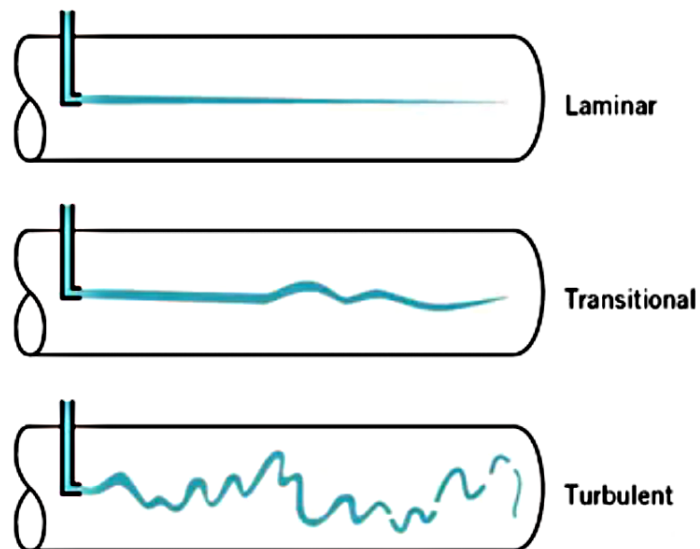


Figura 1.2: Rappresentazione grafica delle tre differenti categorie osservate da O. Reynolds nel 1883.

Nel prossimo paragrafo vedremo quali sono le caratteristiche principali comuni alle correnti turbolente.

### 1.1.1 Caratteristiche fenomenologiche di una corrente turbolenta

Da un punto di vista sperimentale si può definire *corrente laminare* il moto di un fluido in cui le caratteristiche macroscopiche, quali velocità e proprietà termofisiche (e.g. temperatura, pressione) del fluido, in ogni punto e in ogni istante sono completamente determinate dall'ambiente, ovvero si ripetono uguali ogni qual volta si ripete l'esperimento nelle medesime condizioni. Se questo non accade, il moto viene detto turbolento. Per cui una *corrente turbolenta* è il moto di un fluido caratterizzato da elementi di (apparente) casualità nella distribuzione spaziale e temporale delle proprietà macroscopiche (velocità, pressione, temperatura).

Dare una definizione rigorosa di turbolenza non è banale, tuttavia si possono identificare facilmente alcune caratteristiche tipiche di una corrente turbolenta che verranno di seguito elencate:

- *instazionarietà e apparente casualità*: le variazioni casuali delle grandezze fluidodinamiche, quali velocità, pressione, temperatura, densità e concentrazioni dipendono dal tempo. Tale fenomeno pur essendo casuale, può essere studiato con delle equazioni deterministiche come quelle di Navier-Stokes. Queste equazioni differenziali sono caratterizzate da una forte sensibilità alle condizioni iniziali e quindi, una minima perturbazione di tali condizioni fa sì che la soluzione delle equazioni sia completamente diversa, tanto maggiore quanto più è grande il numero di Reynolds. Quest'ultimo è definito come il rapporto tra le forze inerziali e le forze viscosi. Un flusso turbolento segue dall'instabilità che si verifica nei flussi laminari e questo accade per alti numeri di Reynolds. L'instabilità è legata all'interazione tra i termini viscosi e i termini inerziali non lineari delle equazioni del moto (Navier-Stokes).  $Re$  elevato fa sì che il termine convettivo non lineare assuma maggiore importanza rispetto al termine viscoso, l'instabilità non viene quindi smorzata dalla viscosità, e ha così inizio il processo di formazione delle varie scale della turbolenza;
- *vorticità e tridimensionalità*: a seguito di fluttuazioni della velocità, la turbolenza è caratterizzata da fluttuazioni di vorticità, la cui dinamica è descritta, per un fluido incomprimibile  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ , dall'equazione:

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega}, \quad \text{con} \quad \boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}. \quad (1.1)$$

Le fluttuazioni di vorticità non potrebbero autosostenersi se venisse a mancare il termine di *stretching*  $(\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)\mathbf{u}$  in 1.1. Il suddetto termine descrive la formazione delle scale più piccole della turbolenza ed è nullo nel caso bidimensionale, perciò, per essere diverso da zero, la corrente turbolenta deve avere una struttura tridimensionale;

- *dissipazione*: la viscosità causa un aumento dell'energia interna del fluido a scapito dell'energia cinetica della corrente. Pertanto, la turbolenza richiede un continuo apporto di energia proveniente dal moto medio affinché non avvenga un decadimento della turbolenza e una riduzione del numero di Reynolds;
- *ampia gamma di scale*: le correnti turbolente coinvolgono una gamma di scale spaziali (e temporali) che si estendono fino alle dimensioni dell'intero sistema. Le grandi scale sono dettate dalla geometria del sistema e per esse l'effetto della viscosità è trascurabile, mentre le piccole scale sono dettate dalla viscosità che gioca in esse un ruolo fondamentale. Queste differenti scale coesistono nel flusso e partecipano alla dinamica della turbolenza;
- *continuo*: per capire se vale l'ipotesi del continuo dobbiamo introdurre il numero di Knudsen ( $Kn$ ) definito come il rapporto tra il libero cammino medio molecolare  $\lambda$  e la lunghezza caratteristica del fenomeno in esame  $l$ ,  $Kn = \lambda/l$ . Considerando come lunghezza caratteristica la dimensione delle scale più piccole della turbolenza e confrontandola con il libero cammino medio si ricava che  $Kn = \lambda/\eta \ll 1$ <sup>[1]</sup>, quindi vale l'ipotesi del continuo.

<sup>1</sup>Dove  $\eta$ , come vedremo nel par.2.2.1, rappresenta la scala di Kolmogorov.

## 1.2 Turbolenza di parete

La maggior parte dei flussi turbolenti in ambito industriale sono delimitati da una o più pareti solide. Possiamo distinguerli in *flussi interni*, come i flussi in tubi o condotti, o *flussi esterni*, come il flusso d'aria che investe un'automobile. Questa tipologia di turbolenza prende il nome di *turbolenza di parete*<sup>[2]</sup>.

Nel presente paragrafo, faremo riferimento a un flusso con un angolo di incidenza nullo che investe una lastra piana e sviluppa uno strato limite turbolento. Le grandezze di interesse nello studio della turbolenza di parete risultano essere, in genere, il profilo di velocità media  $U$  e l'andamento dello sforzo di taglio  $\tau$ . Considerando, perciò, una lastra piana (fig.1.3) lambita da una corrente fluida,

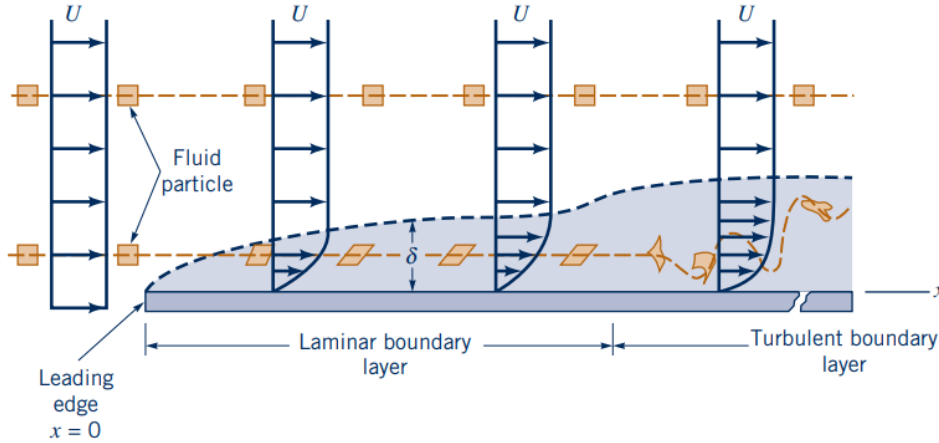


Figura 1.3: Flusso con un angolo di incidenza nullo che investe una lastra piana e sviluppa uno strato limite laminare e turbolento (in grigio). In figura è inoltre visibile la distorsione della particella fluida nei due strati limite.

avviene che dopo un tratto iniziale, in cui si sviluppa uno strato limite laminare, insorgono delle instabilità nel flusso e si sviluppa uno strato limite turbolento. Come evidenziato in [24] è stato determinato un valore critico del numero di Reynolds,  $Re_{x,cr}$ , oltre il quale lo strato limite diviene turbolento. Questo è definito come:

$$Re_{x,cr} = \frac{u_{\infty} x_{cr}}{\nu} \simeq 2 \cdot 10^5 \div 3 \cdot 10^6,$$

in cui  $u_{\infty}$ ,  $x_{cr}$ ,  $\nu$  risultano essere, rispettivamente, la velocità indisturbata esterna allo strato limite (*free stream velocity*), la distanza  $x$  dal bordo d'attacco della lastra e la viscosità cinematica del fluido (nel nostro caso aria). Partendo con il determinare il profilo degli sforzi di taglio, definiamo:

$$\langle \tau \rangle = \mu \frac{dU}{dz} - \rho \langle u'w' \rangle,$$

dove  $U$ ,  $\mu$ ,  $\rho$ ,  $u'$ ,  $w'$  rappresentano, rispettivamente, la velocità media, la viscosità dinamica, la densità di massa del fluido, le fluttuazioni della velocità longitudinale e della velocità normale alla parete. Le parentesi  $\langle \rangle$  indicano che le quantità al loro interno sono mediate alla Reynolds. Il primo termine,  $\mu dU/dz$ , identifica gli sforzi puramente viscosi, mentre il secondo,  $\rho \langle u'w' \rangle$ , identifica gli sforzi turbolenti di Reynolds. La parete ha l'effetto di spegnere la turbolenza, perciò, nella regione in prossimità della stessa gli sforzi viscosi sono preponderanti ed avremo:

$$\tau = \mu \left. \frac{dU}{dz} \right|_{z=0}. \quad (1.2)$$

<sup>2</sup>Differente dalla *turbolenza libera* in cui non sono presenti dei vincoli (pareti) che delimitano il flusso turbolento. Ad esempio il getto uscente da un ugello, le scie attorno ad un corpo e il *mixing layers* (i.e. l'incontro tra correnti oceaniche con velocità diversa).

In fig.1.4 è possibile osservare l'andamento dello spessore e degli sforzi di taglio al variare della coordinata longitudinale  $x$  per lo strato limite laminare e turbolento. Nel primo grafico (e in fig.1.3) si nota un importante aumento dello spessore dello strato limite per il moto turbolento,  $\delta_{turb}$ , a differenza di  $\delta_{lam}$  per il moto laminare. In fig.1.3 si osserva un gradiente della velocità  $dU/dz$  in prossimità della parete più marcato per il regime turbolento, ragion per cui, si avrà una resistenza tangenziale d'attrito  $\tau$  maggiore. Difatti, nel secondo grafico in fig.1.4 per gli sforzi di taglio, a valle di una decrescita nello strato limite laminare si ha un aumento e infine una lieve decrescita degli sforzi nello strato limite turbolento.

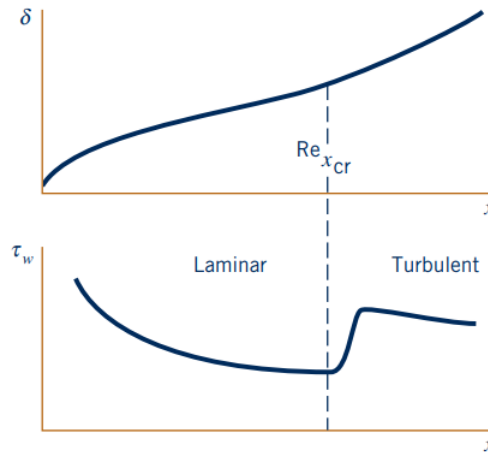


Figura 1.4: Andamenti caratteristici dello spessore (figura in alto) e degli sforzi di taglio a parete (figura in basso) in uno strato limite laminare e turbolento.

Per ricavare il profilo della velocità media  $U$  in funzione della coordinata normale alla parete, partiamo da alcune considerazioni fatte da Millikan [22] sulle variabili da cui dipende  $U$  e successivamente applicheremo il teorema di Buckingham (vedi [24]). Millikan partì dall'ipotesi di lastra piana e lasciò ed assunse che la velocità  $U$  dipendesse da:

- $z$ , coordinata normale alla parete;
- $\rho$ , densità di massa del fluido;
- $\nu$ , viscosità cinematica del fluido;
- $\delta_{turb}$ , altezza (spessore) strato limite turbolento<sup>[3]</sup>;
- $\tau_w$ , sforzo di taglio a parete;

potendo scrivere perciò

$$U = U(z, \rho, \nu, \delta, \tau_w).$$

Definì una scala di velocità (detta velocità d'attrito) e di lunghezza, rispettivamente,  $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$  e  $\delta_* = \nu u_*$  e ridusse così il numero di variabili da cui dipende  $U$ :

$$U = U(z, \nu, \delta, u_*).$$

L'obiettivo di Millikan era quello di formulare una legge in grado di descrivere l'andamento della velocità ponendosi sufficientemente vicino alla parete, ovvero nella regione interna (*inner layer*), mentre lontano da essa, nella regione esterna (*outer layer*) furono presentati da diversi scienziati

<sup>3</sup>Nel prosieguo della trattazione, per semplicità, la indicheremo con  $\delta$ .

solo dei valori sperimentali. Nella regione interna il comportamento di  $U$  non dipende dallo spessore  $\delta$ , dunque le variabili indipendenti si riducono e, applicando il teorema di Buckingham:

$$U = U(z, \nu, u_*) \longrightarrow \frac{U}{u_*} = f\left(\frac{z \cdot u_*}{\nu}\right) = f(z^+) \quad \text{con} \quad z^+ = \frac{z}{\delta_*}. \quad (1.3)$$

Nella regione esterna prevalgono gli sforzi turbolenti di Reynolds a scapito degli effetti della viscosità ( $\nu$ ), perciò si ha:

$$U = U(z, \delta, u_*) \longrightarrow \frac{U}{u_*} = F\left(\frac{z}{\delta}\right) = F(\zeta) \quad \text{con} \quad \zeta = \frac{z}{\delta}. \quad (1.4)$$

Concentrandosi sullo strato più piccolo e più vicino alla parete della regione interna, detto sottostrato viscoso (*viscous sublayer*), in cui la viscosità è preponderante, integriamo l'espressione 1.2 riferita agli sforzi a parete e applichiamo la condizione di aderenza (velocità nulla a parete,  $U = 0$ ):

$$\tau = \mu \frac{dU}{dz} \Big|_{z=0} \simeq \tau_w \longrightarrow \begin{cases} U = \frac{\tau_w \cdot z}{\mu} + C, \\ U(z=0) = 0 \rightarrow C = 0, \end{cases} \implies \frac{U}{u_*} = \frac{z \cdot u_*}{\nu} = z^+. \quad (1.5)$$

Ricavando, dunque, una legge per la velocità media normalizzata nella regione più vicina alla parete. Millikan successivamente suppose che vi fosse uno strato di sovrapposizione tra le due regioni (interna ed esterna), detta regione di sovrapposizione (*overlap layer*), in cui dovevano valere le equazioni 1.3 e 1.4:

$$\mu \frac{dU}{dz} \Big|_{int} = \mu \frac{dU}{dz} \Big|_{est} \implies u_* \frac{df}{dz^+} \frac{u_*}{\nu} = u_* \frac{dF}{d\zeta} \frac{1}{\delta},$$

moltiplicando entrambi i membri per  $z$  e semplificando  $u_*$  si ottiene:

$$\frac{df}{dz^+} \frac{u_* \cdot z}{\nu} = \frac{dF}{d\zeta} \frac{z}{\delta} \implies z^+ \frac{df}{dz^+} = \zeta \frac{dF}{d\zeta}.$$

In generale, affinché  $f(x) = F(y)$ , queste due funzioni devono essere uguali a una costante, pertanto possiamo scrivere:

$$z^+ \frac{df}{dz^+} = \zeta \frac{dF}{d\zeta} = \frac{1}{k} \implies \begin{cases} z^+ \frac{df}{dz^+} = \frac{1}{k}, \\ \zeta \frac{dF}{d\zeta} = \frac{1}{k}, \end{cases} \quad (1.6)$$

dove  $k$  risulta essere la costante di Von Karman. Infine passando ad integrare le due equazioni dell'ultimo sistema:

$$\begin{cases} \frac{U}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{z \cdot u_*}{\nu}\right) + A, \\ \frac{U}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{z}{\delta}\right) + B, \end{cases} \quad (1.7)$$

ottenendo così le due leggi valide nella regione di sovrapposizione e che rappresentano la legge logaritmica, rispettivamente, non normalizzata e normalizzata, da cui si diede il nome di regione logaritmica (*log layer*). Tale legge è stata ricavata anche attraverso altri approcci proposti in [27], [19], [30]. In fig.1.5 si osserva l'andamento della velocità normalizzata  $U^+ = U/u_*$  in funzione di  $z^+$ <sup>4</sup> da cui si nota che il flusso ha due comportamenti distinti. Il primo per  $z^+ \leq 5$  in cui la  $U^+$  segue la legge 1.5. La seconda regione per  $z^+ \geq 30$  segue la legge riportata in 1.7, in cui sono stati ricavati sperimentalmente i valori di  $k = 0.41$  e  $A = 5.0$  che rappresentano, rispettivamente, la costante di Von Karman e un parametro dipendente dalla rugosità della parete e che può essere assunto costante per pareti lisci. Infine per  $5 \leq z^+ \leq 30$  si presenta un'altra regione, detta *buffer layer* in cui si ha la generazione delle turbolenze e in cui non è facilmente ricavabile una equazione analitica per la descrizione della relazione tra  $U^+$  e  $z^+$ .

<sup>4</sup>Nota bene che in fig.1.5 la velocità d'attrito è stata indicata con  $U_\tau$  e la coordinata normale alla parete con  $y$ .

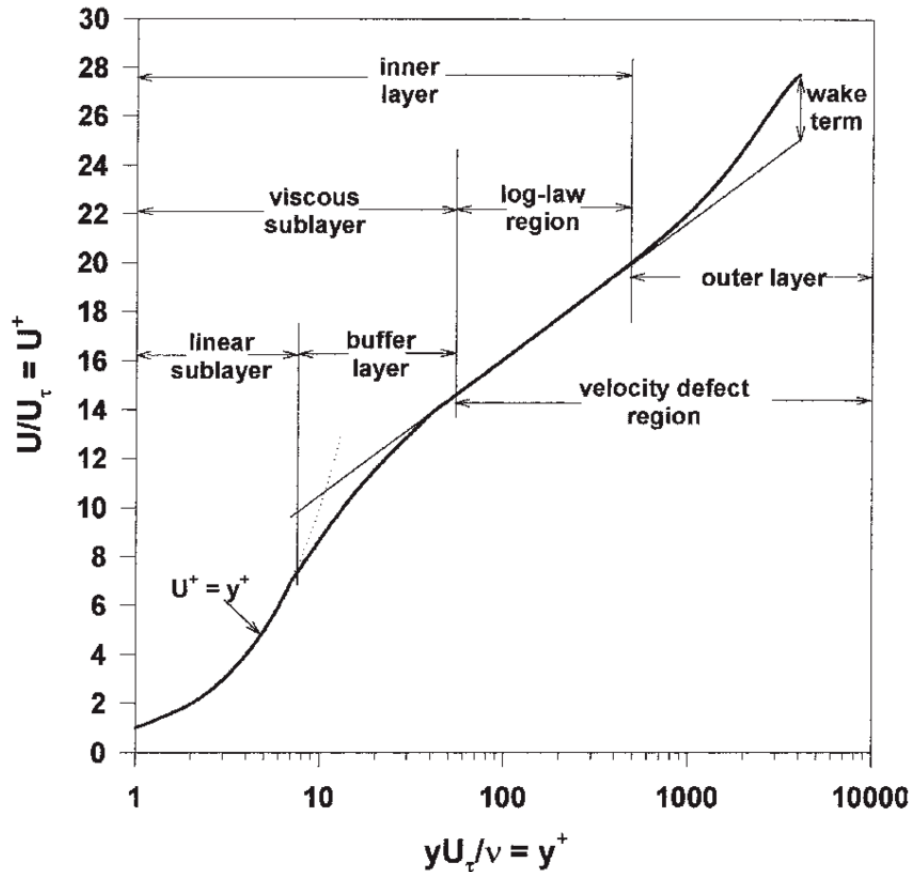


Figura 1.5: Andamento della velocità media  $U^+$  in funzione della distanza normale alla parete  $y^+$ . Il grafico è riportato in scala semilogaritmica.

## 1.3 Dispersione di uno scalare passivo in un flusso turbolento

Il fenomeno fisico studiato nel presente lavoro è la dispersione di uno scalare passivo in uno strato limite turbolento su una parete scabra. Lo strato limite è generato per mezzo dell'emissione di un flusso di aria-etano da una sorgente [15]. L'obiettivo della Tesi è quello di comprendere l'interazione che sussiste tra le grandi e piccole scale turbolente.

Per raggiungere tale scopo, è necessario modellizzare un'equazione che descriva il fenomeno fisico e studiare i fattori che condizionano le fluttuazioni del pennacchio emesso dalla sorgente e, conseguentemente, delle variabili del campo di moto e della concentrazione. Questi fattori sono il *meandering* e la *dispersione relativa*. Nel presente paragrafo, descriveremo:

- le ipotesi fondamentali che accompagneranno lo studio;
- l'equazione di convezione-diffusione turbolenta con un campo di moto non uniforme;
- il meandering e la dispersione relativa.

### 1.3.1 Ipotesi fondamentali per lo studio

Dal momento che il moto in regime turbolento è caratterizzato da fluttuazioni casuali delle grandezze fisiche, e.g. campo di moto, concentrazione, è necessario ricorrere ad una *descrizione media* o *descrizione statistica* di tali moti. Pertanto, seguendo la decomposizione proposta da Reynolds, si esprimono tutte le grandezze come somma di una parte media ed una fluttuante. Successivamente, si mediano le equazioni differenziali di governo, fino ad ottenere delle nuove equazioni in cui le incognite sono le medie stesse. A causa delle non linearità presenti nelle equazioni differenziali classiche,



attraverso questo processo di media compaiono dei termini incogniti. Tramite un opportuno modello di turbolenza si ricavano le relazioni necessarie a chiudere il problema.

Si consideri una generica grandezza fisica  $f$  ad un istante  $t$  e in un punto dello spazio  $\mathbf{x}$ . Se  $f(\mathbf{x}, t)$  è una variabile stocastica, per essa possiamo definire una *funzione di densità di probabilità*  $p(f)$  che assume il seguente significato: la probabilità che la variabile  $f$  assumi un valore compreso tra  $f$  e  $f + df$  è pari a  $p(f) \cdot df$ . Perciò integrando su tutto il dominio avremo che

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(f) \cdot df = 1.$$

Realizzando un numero  $Nn$  di rilievi sperimentali (o realizzazioni), possiamo ricavare un valore caratteristico medio di  $f$  definito come

$$\langle f \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f \cdot p(f) \cdot df. \quad (1.8)$$

Tale valore caratteristico è detto *media di insieme* e si ottiene mediando allo stesso istante temporale  $t$  i valori della variabile  $f$  ottenuti nelle  $Nn$  realizzazioni.

### Decomposizione di Reynolds

Reynolds affrontò lo studio della turbolenza formulando un'ipotesi di lavoro (detta ipotesi di Reynolds), secondo cui il valore di una variabile  $f(\mathbf{x}, t)$  in un punto dello spazio-tempo è data dalla relazione seguente:

$$f = \langle f \rangle + f',$$

in cui  $\langle f \rangle$  e  $f'$  rappresentano, rispettivamente, il valor medio e le fluttuazioni turbolente della variabile. Quest'ultime risultano essere a media nulla, i.e.  $\langle f' \rangle = 0$ .  $\mathbf{x}$  e  $t$  identificano un punto nello spazio e nel tempo. Il valore  $\langle f \rangle$  segue la definizione 1.8. L'utilizzo della media di insieme non risulta essere facile da realizzare e, in genere, le misure vengono fatte in un dato punto dello spazio e protrate nel tempo. Definiamo dunque la *media temporale*:

$$\bar{f} = F = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot dt, \quad (1.9)$$

in cui per una singola realizzazione si mediano i valori della variabile  $f$  ad istanti  $t$  successivi.  $T$  è detto tempo di mediazione. Le due medie coincidono se il fenomeno è considerato stazionario ed ergodico, i.e. stazionario, omogeneo ed isotropo. A tal proposito è opportuno fare alcune osservazioni sulla turbolenza:

- la turbolenza è stazionaria se le proprietà statistiche del sistema sono indipendenti dal tempo. Dunque, dovremmo avere un'invarianza statistica per traslazioni rispetto dell'asse dei tempi;
- la turbolenza è omogenea se il campo di moto è statisticamente invariante per traslazioni degli assi coordinati nello spazio;
- la turbolenza è isotropa se il campo è indipendente dalla traslazione, rotazione e riflessione degli assi coordinati.

Un sistema può inoltre essere definito ergodico se non ha *memoria* o, nello specifico, la *funzione di autocorrelazione* delle fluttuazioni delle variabili del campo di moto tende a zero [5]. Tale definizione di sistema ergodico si verifica per *tempi lunghi*, ovvero asintoticamente.

Perciò, sotto l'ipotesi di ergodicità le due tipologie di medie coincidono e potremmo scrivere la decomposizione di Reynolds per le variabili del campo di moto e della concentrazione come:

$$\begin{aligned} u_i &= \langle u_i \rangle + u'_i = \bar{u}_i + u'_i, & \text{con } i &= 1,2,3, \\ c &= \langle c \rangle + c' = \bar{c} + c', \end{aligned} \quad (1.10)$$

in cui  $u_i = (u, v, w)$  e  $u, v, w$  rappresentano, rispettivamente, la velocità in direzione longitudinale  $x$ , trasversale  $y$  e verticale  $z$ . Le medie delle fluttuazioni delle variabili sono nulle,  $\langle u'_i \rangle = \langle c' \rangle = 0$ .

<sup>5</sup>Rimandiamo a un testo più autorevole che descriva la base teorica dell'ergodicità [31].



### 1.3.2 Equazione di convezione-diffusione turbolenta con un campo di moto non uniforme: dispersione

La dispersione è un fenomeno fisico che ha l'effetto di incrementare il processo di trasporto dello scalare passivo (concentrazione) in una direzione del campo di moto. Essa sussiste quando il campo di moto non è uniforme, i.e. è presente un gradiente di velocità  $\nabla \mathbf{u}$ . Il fenomeno della dispersione sussiste solo in presenza dei processi di diffusione (molecolare o turbolento). Nel nostro studio utilizziamo i dati sperimentali estratti da uno strato limite turbolento che, come abbiamo visto nel par.1.2, consta di un gradiente di velocità. Avremo perciò un trasporto convettivo lungo la direzione longitudinale  $x$  e una diffusione turbolenta nelle due direzioni trasversali  $y$  e  $z$ .

Affinché si possa ricavare un modello matematico che descriva l'evoluzione dello scalare passivo, partiamo dall'equazione di convezione-diffusione turbolenta, decomponiamo le variabili del campo di moto e della concentrazione seguendo l'ipotesi di Reynolds e chiudiamo il modello attraverso un'ipotesi costitutiva. L'equazione risulta essere

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial c u_i}{\partial x_i} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x_i^2}, \quad \text{con } i = 1, 2, 3, \quad (1.11)$$

in cui  $D$  è la diffusività molecolare,  $x_i$  la componente  $i$ -esima dello spazio cartesiano,  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$  e  $x_3 = z$ , e  $u_i$  la componente della velocità  $i$ -esima,  $u_1 = u$ ,  $u_2 = v$  e  $u_3 = w$  (nell'equazione 1.11 si attua una somma sugli indici ripetuti).

Utilizzando la decomposizione di Reynolds 1.10 e mediando l'eq.1.11 si osserva che la correlazione  $\overline{c u_i}$  diventa:

$$\overline{c u_i} = \overline{(\bar{c} + c')(\bar{u}_i + u'_i)} = \bar{c} \bar{u}_i + \overline{c' u'_i},$$

e l'equazione potrà essere riscritta come

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{c} \bar{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{c' u'_i}}{\partial x_i} = D \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_i^2}. \quad (1.12)$$

I termini a primo membro descrivono, rispettivamente, l'evoluzione temporale della concentrazione media, il *trasporto convettivo* in una generica direzione del campo di moto e il trasporto irregolare dovuto alle strutture turbolente. Quest'ultimo viene detto termine di *diffusione turbolenta*. Dall'altra parte a secondo membro ritroviamo il termine di diffusione molecolare. Affinché il problema possa considerarsi chiuso, il termine di diffusione turbolenta deve essere espresso in funzione delle variabili medie. Considerando la turbolenza stazionaria (derivata rispetto al tempo nulla) e omogenea si può assumere come ipotesi di chiusura la relazione flusso-gradiente:

$$\overline{c' u'_i} = -K_{ik} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_k},$$

ottenendo così una relazione tipo *legge di Fick* che lega il flusso di massa e il gradiente della concentrazione.  $K_{ik}$  è il tensore di *diffusività turbolenta*. Effettuando una rotazione tale per cui gli assi coordinati coincidono con gli assi principali del moto medio, la matrice che definisce il tensore  $K_{ik}$  risulta diagonale,  $K_{ii}$ . Sfruttando l'equazione di continuità, tale per cui  $\partial \bar{u}_i / \partial x_i = 0$ , il termine del trasporto convettivo può essere riscritto in maniera differente. Infine, sapendo che la diffusione turbolenta è più importante della diffusione molecolare, in quanto  $K_{ii} \gg D$ , l'equazione 1.12 può essere riscritta come

$$\bar{u}_i \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ K_{ii} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \right]. \quad (1.13)$$

A partire da quest'ultima formulazione, viene assunta l'uniformità del campo di moto in direzione longitudinale, dunque, l'unica componente della velocità non nulla è  $\bar{u}_1$ . Quest'ultima, essendo la velocità convettiva media del centro di massa del pennacchio, la indicheremo con  $\bar{u}_{conv}$ . Ipotizzando infine che  $K_{ii}$  sia uniforme e che la sorgente da cui viene emesso l'inquinante sia puntiforme, l'equazione 1.13 in componenti cartesiane risulta essere:

$$\bar{u}_{conv} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = K_{ii} \left[ \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \bar{c}, \quad \text{con } i = 2, 3. \quad (1.14)$$

Si può ricavare una soluzione analitica se  $K_{ii}$  e  $\bar{u}_{conv}$  sono costanti e si ottiene il *modello gaussiano*. Imponendo che il flusso di massa  $\dot{M}$  in  $kg/s$  emesso dalla sorgente resti costante nelle sezioni a valle della sorgente, si ottiene la distribuzione gaussiana

$$\bar{c}(x, y, z) = \frac{\dot{M}}{2\pi\sigma_y\sigma_z\bar{u}_{conv}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right), \quad (1.15)$$

dove  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$  rappresentano, rispettivamente, le espansioni trasversale e verticale del pennacchio.

### 1.3.3 Meandering e dispersione relativa

A valle della modellizzazione matematica dell'evoluzione della concentrazione media, descriviamo i fattori che influenzano le fluttuazioni delle variabili del campo di moto e della concentrazione. Dato uno scalare passivo, etano nell'articolo [15], disperso all'interno di uno strato limite turbolento, la sua dinamica è caratterizzata dal meandering e dalla dispersione relativa.

Il primo descrive una traslazione del centro di massa del pennacchio uscente dalla sorgente. Tale spostamento è legato ai vortici le cui dimensioni caratteristiche sono maggiori della dimensione del pennacchio stesso. La seconda è invece responsabile di un allargamento della dimensione del pennacchio attorno al suo centro di massa istantaneo allontanandosi dalla sorgente. I vortici di piccola scala rispetto alla dimensione caratteristica del pennacchio innescano il suddetto processo diffusivo. Il meandering è preponderante per distanze prossime alla sorgente e tale effetto decresce allontanandosi da essa. L'effetto della dispersione si comporta in maniera invertita, ovvero sarà più importante per distanze elevate dalla sorgente e viceversa vicino ad essa. La fig.1.6, tratta

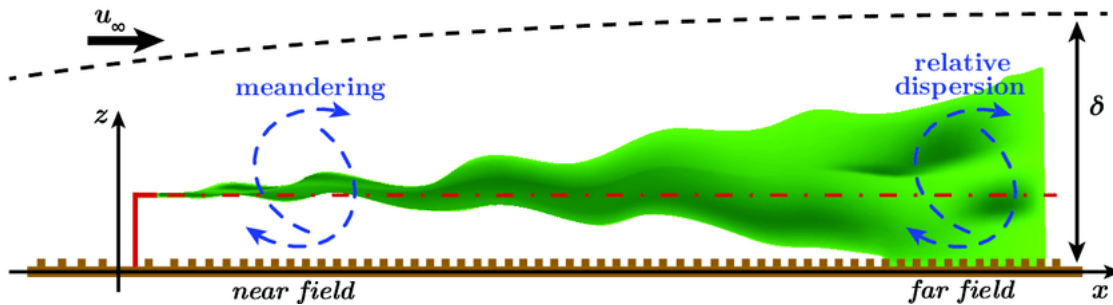


Figura 1.6: Rappresentazione schematica di un pennacchio soggetto al meandering e alla dispersione relativa.

dall'articolo [15], rappresenta un pennacchio che si muove in uno strato limite turbolento. Come è osservabile dall'immagine, il pennacchio è soggetto a entrambi i fenomeni fisici sopra descritti. Si può notare come il centro di massa sia costantemente traslato in prossimità della sorgente a causa del meandering, al contrario, è visibile un allargamento del pennacchio allontanandosi dalla sorgente dovuta alla dispersione relativa.

### Nota bene

Nel corso della trattazione le fluttuazioni del campo di moto e della concentrazione le indicheremo, per semplicità notazionale, con  $u_i$  e  $c$ , anziché  $u'_i$  e  $c'$  [6].

## 1.4 Fenomeni in studio: modulazione in ampiezza e in frequenza

I flussi turbolenti delimitati da una o più pareti ricoprono un ruolo importante nel campo dell'industria, dell'ingegneria e della fisica. La loro caratterizzazione e modellizzazione è da diversi decenni

<sup>6</sup>Solo nel cap.3, legato al set-up sperimentale, faremo riferimento alla *vecchia* notazione.

oggetto di studio. In particolare, la formazione nei flussi a parete di strutture organizzate è strettamente legata ad alti livelli di energia. Queste strutture sono direttamente coinvolte nei fenomeni di trasporto e da ciò, scaturisce l'interesse nello sviluppare strategie di controllo dei suddetti flussi. In prossimità della parete, nel buffer layer, si formano dei *pattern* striati di flusso con diverse velocità, caratterizzati da un picco interno (*inner peak*) visibile nello spettrogramma delle fluttuazioni di velocità in direzione del flusso,  $u$ , [18]. Mettendo a punto esperimenti e simulazioni numeriche per flussi ad alti numeri di Reynolds, si nota la formazione di strutture, al quale è stato dato il nome di *large scales* (*LSs*) e *very large scales* (*VLSs*), nella regione logaritmica, anch'esse individuabili attraverso un picco esterno (*outer peak*) nello spettrogramma delle fluttuazioni di velocità longitudinale  $u$  [29], [12], [23], [26]. Attraverso gli studi sopracitati, è stato ritrovato che l'inner peak è situato approssimativamente a  $z^+ \approx 15$ , mentre l'outer peak scala con il numero di Reynolds d'attrito  $Re_*$  come  $z^+ \approx 3.9Re_*^{1/2}$  [21]. Per mezzo dell'analisi spettrale sui flussi turbolenti interni ed esterni, queste hanno mostrato che le very-large scales tendono ad avere una struttura più allungata nei flussi interni (nei condotti, nei tubi) rispetto a quelli esterni (strato limite), sebbene queste due tipologie di flussi appaiono qualitativamente simili. Ci si aspetta che queste differenze su larga scala diventino più marcate al crescere del numero di Reynolds, essendo quest'ultimo legato ai contributi energetici provenienti dalle very-large scales.

Gli studi sui flussi ad alti numeri di Reynolds hanno portato nei decenni a nuovi sviluppi e nuove domande su come interagiscono le piccole scale (il cui picco si presenta vicino alla parete) e le grandi scale (il cui picco si presenta lontano dalla parete). I primi lavori su questa interazione sono stati proposti in [6] e [4], i quali osservarono dei meccanismi di modulazione, in prossimità della parete, delle grandi scale sulle piccole scale turbolente.

Successivamente Hutchins & Marusic [12] evidenziarono questo meccanismo di modulazione in ampiezza (AM) delle grandi scale, che risiedevano nella regione logaritmica, sulle piccole scale vicino alla parete. Le loro osservazioni facevano riferimento ai dati ottenuti da uno strato limite turbolento a  $Re_* = 7300$ . Al fine di illustrare questo meccanismo di interazione tra grandi e piccole scale, la fig.1.7, tratta dall'articolo [12], mostra il segnale delle fluttuazioni della velocità longitudinale  $u$  a  $z^+ = 15$  e la relativa decomposizione dello stesso nei segnali delle grandi e piccole scale, rispettivamente, sopra e sotto il filtro spettrale  $\lambda_x^+ = 7300$ . Il campo di moto può essere decomposto come  $u(x, y, z, t) = u_{LS}(x, y, z, t) + u_{SS}(x, y, z, t)$ , dove  $u_{LS}$  e  $u_{SS}$  risultano essere le fluttuazioni, rispettivamente, delle grandi e piccole scale della velocità longitudinale [17], mentre  $x, y, z$  rappresentano la direzione longitudinale, trasversale e normale alla parete (o verticale) e  $t$  il tempo. La fig.1.7(a) mostra il segnale originale (*unmodified signal*). Si nota che quando le fluttuazioni delle grandi scale (fig.1.7(b)) sono positive, l'ampiezza delle piccole scale (fig.1.7(c)) è maggiore; mentre per valori negativi delle fluttuazioni delle grandi scale, le piccole scale hanno un'ampiezza ridotta. Questo effetto risulta essere più visibile applicando un filtro spettrale più basso alle piccole scale  $\lambda_x^+ < 1000$  (fig.1.7(d)).

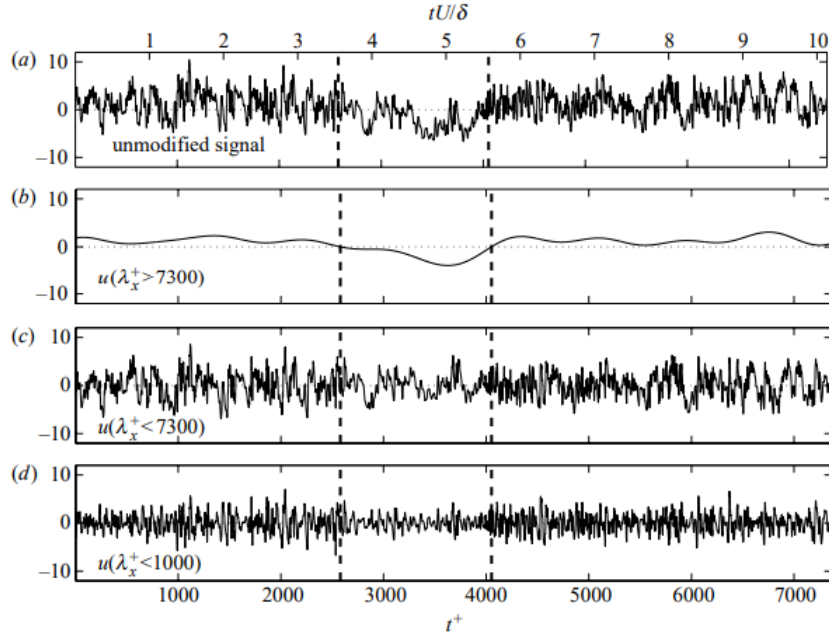


Figura 1.7: Esempio di modulazione in ampiezza delle grandi scale sulle piccole scale turbolente, tratto dall'articolo [12]. I segnali della velocità longitudinale sono ottenuti da uno strato limite turbolento a  $Re_* = 7300$  nella regione vicino alla parete ( $z^+ = 15$ ) nell'intervallo  $t^+ = tu_*^2/\nu = 0 - 7500$ . (a) Fluttuazioni del segnale originale; (b) fluttuazioni delle grandi scale  $\lambda_x^+ > 7300$ ; (c) fluttuazioni delle piccole scale  $\lambda_x^+ < 7300$ ; (d) fluttuazioni delle piccole scale  $\lambda_x^+ < 1000$ . Le linee verticali tratteggiate identificano la regione in cui le grandi scale sono negative.

Nell'articolo [21], Marusic & Mathis quantificarono il meccanismo della modulazione in ampiezza mettendo in correlazione  $u_{LS}$  con l'involuppo filtrato delle piccole scale  $E_L(u_{SS})$  a differenti coordinate normali alla parete. Gli autori evidenziarono una modulazione positiva (i.e. un aumento dell'ampiezza di  $u_{SS}$  per  $u_{LS} > 0$  e un decremento per  $u_{LS} < 0$ ) nella regione vicino alla parete fino al centro della regione logaritmica, i.e.  $z^+ \approx 3.9Re_*^{1/2}$ , corrispondente alla posizione dell'outer peak, mentre un comportamento invertito, modulazione negativa (i.e. un aumento dell'ampiezza di  $u_{SS}$  per  $u_{LS} < 0$  e un decremento per  $u_{LS} > 0$ ), lontano dalla parete. Nel dettaglio, il comportamento dell'interazione tra le scale lontano dalla parete è stata spiegata in [11], [2] e [1]. Sulla base degli articoli [12] e [21] sono state ampiamente investigate diverse configurazioni del flusso e a diversi valori del numero di Reynolds, sia sperimentalmente e sia numericamente, ai fini di una maggior comprensione del fenomeno della modulazione.

Oltre ai fenomeni della modulazione in ampiezza, sono stati osservati dei cambiamenti nella frequenza locale delle piccole scale turbolente per intervalli in cui  $u_{LS}$  assumeva valori positivi o negativi, portando a concludere che le grandi scale modulano anche in frequenza (FM) le piccole scale [8], [7], [3], [17]. Per evidenziare questo meccanismo di modulazione facciamo riferimento alla fig.1.8 tratta dall'articolo [17]. La fig.1.8(a) mostra un flusso turbolento su una parete, in cui si alternano tre strutture LSM e VLSM (in blu e in azzurro) delle grandi scale del campo di moto,  $u_{LS} > 0$  e  $u_{LS} < 0$ . Due coppie di segnali di  $u_{LS}$  e  $u_{SS}$  sono rappresentate, rispettivamente, in rosso e in nero a due differenti posizioni normali alla parete (*outer position* e *inner position*), fig.1.8(a). In fig.1.8(b) si osservano i segnali delle fluttuazioni delle grandi scale (in rosso) e piccole scale (in blu e in azzurro, rispettivamente, per valori di  $u_{LS} > 0$  e di  $u_{LS} < 0$ ) a  $z^+ = 10$ . Per valori positivi delle grandi scale, la frequenza delle piccole scale  $u_{SS}$  (in blu) aumenta, mentre si riduce per valori negativi delle grandi scale (in azzurro).

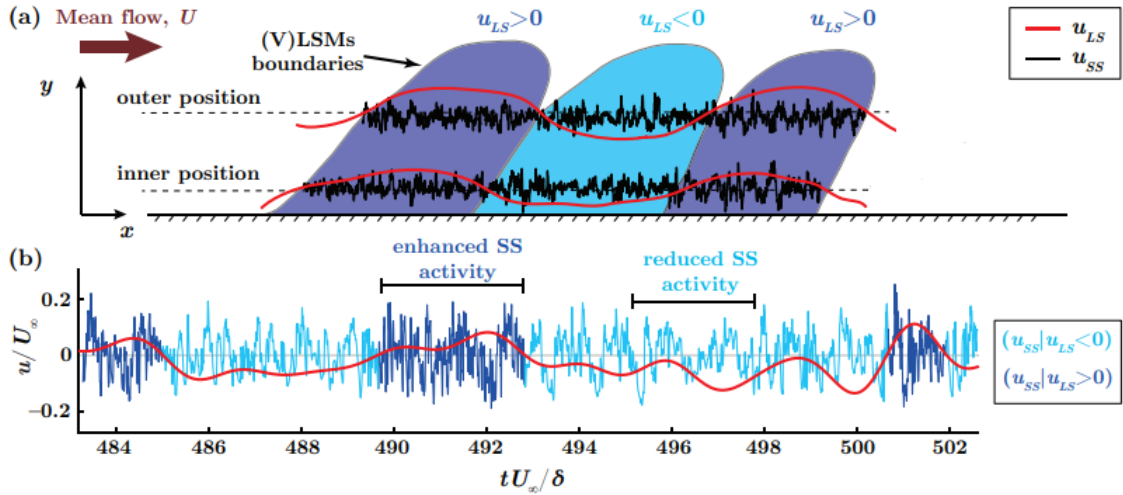


Figura 1.8: Esempio di modulazione in frequenza delle grandi scale sulle piccole scale turbolente, tratto dall'articolo [17]. (a) Rappresentazione schematica di un flusso turbolento su una parete, in cui si alternano tre strutture LSM e VLSM delle grandi scale del campo di moto,  $u_{LS} > 0$  e  $u_{LS} < 0$ . Due coppie di segnali di  $u_{LS}$  e di  $u_{SS}$  sono rappresentati, rispettivamente, in rosso e in nero a due differenti posizioni normali alla parete (*outer position* e *inner position*); (b) Le fluttuazioni delle grandi (in rosso) e piccole (in blu e in azzurro, rispettivamente, per valori di  $u_{LS} > 0$  e di  $u_{LS} < 0$ ) scale della velocità longitudinale sono estratte da uno strato limite turbolento a  $Re_* = 14750$  nell'intervallo  $tU_\infty/\delta = 483 - 503$ , dove  $U_\infty$  e  $\delta$  sono, rispettivamente, la velocità indisturbata esterna alla strato limite e lo spessore dello strato limite. Sono inoltre indicati due intervalli del segnale delle piccole scale in cui si ha un aumento o una diminuzione della frequenza, rispettivamente,  $490 < tU_\infty/\delta < 493$  e  $495 < tU_\infty/\delta < 498$ .

Per quantificare questi meccanismi, sono stati proposti tre approcci:

- *peak-valley approach*, proposto in [8] e applicato a dati sperimentali ricavati da uno strato limite turbolento a  $Re_* \simeq 14150$ . Con tale approccio si osservava un comportamento simile alla modulazione in ampiezza, in cui a valori di  $u_{LS} > 0$  corrispondeva un aumento della frequenza locale di  $u_{SS}$ , mentre a  $u_{LS} < 0$  era associata una decrescita della frequenza locale di  $u_{SS}$ . Questo meccanismo, però, si osservava solo fino a  $z^+ \approx 100$ ;
- *wavelet analysis approach*, proposto in [3] e applicato a dati sperimentali estratti da uno strato limite turbolento a  $Re_* \simeq 14750$ . In questo caso si notava una modulazione in frequenza positiva, ovvero alte e basse frequenze di  $u_{SS}$ , rispettivamente, per  $u_{LS} > 0$  e  $u_{LS} < 0$ , fino a circa il centro della regione logaritmica e un comportamento invertito oltre tale punto, ovvero alte e basse frequenze di  $u_{SS}$ , rispettivamente, per  $u_{LS} < 0$  e  $u_{LS} > 0$ . Questo meccanismo è stato visibile fino a  $z^+ \approx 470$ ;
- *degree ratio approach* proposto in [17] e applicato a dati numerici ottenuti da uno strato limite turbolento a  $Re_* \simeq 14750$  e dati sperimentali estratti da un flusso turbolento in un condotto a  $Re_* \simeq 5200$ . Tale tecnica innovativa si basa sulla teoria delle reti complesse e ha mostrato una modulazione positiva fino a  $z^+ \approx 1.15Re_*^{1/2}$  e al di sopra di tale punto una modulazione negativa. Osservando, perciò, delle analogie con i fenomeni di modulazione in ampiezza e un punto di *switch* tra modulazione positiva e negativa che scala con  $Re_*^{1/2}$ .

I primi due metodi presentano diverse criticità, descritte in [17], a differenza del terzo che non richiede alcuna operazione *a priori*. Nel presente lavoro di Tesi, applicheremo la metodologia del *degree ratio* basata sulla teoria delle reti complesse per studiare il fenomeno fisico della modulazione in frequenza e utilizzeremo il metodo della correlazione proposto in [21] per analizzare la modulazione in ampiezza. Tali metodi verranno applicati sui dati ottenuti sperimentalmente dalla galleria del vento situata a l'École Centrale de Lyon e presentati nell'articolo [15].



## Capitolo 2

# Metodi per l'individuazione della modulazione in ampiezza (AM) e in frequenza (FM)

L'obiettivo principale del lavoro è quello di analizzare la modulazione in ampiezza (*Amplitude Modulation*) e in frequenza (*Frequency Modulation*) delle grandi scale turbolente di velocità ( $u_{LS}$ ) sulle piccole scale della velocità ( $u_{SS}$ ), della concentrazione (scalare passivo,  $c_{SS}$ ) e del trasporto turbolento dello scalare passivo ( $wc_{SS}$ )<sup>[1]</sup>.

Nel presente capitolo daremo, dapprima, alcune nozioni preliminari sui segnali e, in seguito, presenteremo i diversi metodi di analisi utilizzati per studiare i fenomeni fisici sopraccitati (1.4). Faremo uso di:

- *analisi classiche*: analisi spettrale delle serie temporali e metodo della correlazione;
- *analisi innovative*: analisi tramite le reti complesse ottenute dalle serie temporali.

L'analisi spettrale ci permette di studiare i segnali nel dominio delle frequenze, ottenendo, in questo modo, gli spettri.

Il metodo della correlazione, proposto in [21], ci permette di quantificare la modulazione in ampiezza. L'analisi tramite le reti complesse, proposto in [17], ci aiuta a stimare la modulazione in frequenza.

## 2.1 Nozioni introduttive sui segnali

### Definizione serie temporale

Una serie temporale è la registrazione cronologica, non necessariamente con campionamento uniforme, di osservazioni sperimentali di una variabile fisica. Una serie temporale è un insieme di valori ordinati in base al tempo.

### Definizione segnale discreto

I segnali sono una tipologia di serie temporali e sono quantità variabili nel tempo che rappresentano fenomeni fisici. Un segnale è una funzione del tempo e descrive una grandezza fisica.

Un segnale è detto *a tempo continuo*, o semplicemente *continuo*, se è definito per tutti i valori di un intervallo della variabile reale tempo  $t$ :

$$x(t) \quad \text{per } t_{iniziale} < t < t_{finale}.$$

---

<sup>1</sup> $LS = Large Scales, SS = Small Scales.$



È detto *discreto* se è definito per un insieme discreto dei valori della variabile  $t$  e, in tal caso, viene rappresentato dalla successione dei suddetti valori:

$$x_1, x_2, \dots, x_N,$$

dove  $x_1, x_2, \dots, x_N$  è detta *successione* o *serie temporale*.

Spesso un segnale discreto viene ottenuto 'campionando' un segnale continuo, cioè estraendo i valori del segnale continuo ad un insieme discreto di valori del tempo  $t_1, t_2, \dots, t_N$  ed ottenendo così i valori:

$$x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N).$$

Tali valori sono detti *campioni* e tale procedura viene detta *campionamento*; particolarmente usato è il campionamento uniforme, in cui è costante la differenza  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ , detta *tempo di campionamento*. Definiamo infine la *frequenza di campionamento* come:

$$f_{camp} = \frac{1}{\Delta t}.$$

## 2.2 Analisi spettrale

L'analisi spettrale può essere considerata un metodo classico di studio che ci permette di approfondire la conoscenza dei segnali nel dominio delle frequenze.

Come noto, il fenomeno fisico in esame consiste nella dispersione di uno scalare passivo in uno strato limite turbolento. Il flusso, data la sua natura turbolenta, può essere visto come un insieme di vortici a diversa scala che interagiscono tra di loro. Ognuno di essi avrà una lunghezza caratteristica  $l_v$ .

Definiamo  $k$  (detto *numero d'onda*) che misura il numero di oscillazioni di un'onda nell'unità di lunghezza, come:

$$k = \frac{2\pi f}{\bar{u}} = \frac{2\pi}{\lambda} \propto \frac{1}{l_v} \quad (2.1)$$

dove  $\bar{u}$  indica la velocità longitudinale media per il punto (lungo  $x$ ) in esame,  $\lambda$  la lunghezza d'onda ed  $f$  la frequenza associata ad ogni vortice (e ad ogni  $l_v$ ).

La grandezza fisica  $k$  è misurata in  $rad/m$  <sup>[2]</sup>. Attraverso tale valore possiamo dedurre che:

- vortici con una lunghezza caratteristica piccola sono associati a numeri d'onda elevati, quindi ad onde con elevata frequenza;
- vortici con una lunghezza caratteristica grande sono associati a numeri d'onda bassi, quindi ad onde con bassa frequenza.

In conclusione, attraverso uno studio dei segnali nel dominio delle frequenze, è possibile ricavare informazioni su come le diverse scale dei vortici interagiscono tra di loro e come queste siano correlate alle differenti serie temporali associate ai segnali. Come vedremo, questa tipologia di analisi risulterà essere di fondamentale importanza per la scelta della  $\lambda$  o  $k$  di cutoff per la separazione delle grandi e piccole scale.

### 2.2.1 Analisi di Fourier

Il metodo utilizzato per valutare i segnali nel dominio delle frequenze si basa sulla teoria delle trasformate e degli sviluppi di Fourier.

---

<sup>2</sup>Analisi dimensionale di (2.1) potremmo scrivere:

$$\frac{[rad][1/T]}{[L]/[T]} = \frac{[rad]}{[L]} \propto \frac{1}{[L]}.$$



Grazie a tali sviluppi, è possibile rappresentare un segnale come una combinazione lineare di onde sinusoidali ciascuna caratterizzata da un'ampiezza  $A$  e da una frequenza  $f$ . Per questa tipologia di analisi è importante avere elevate frequenze di campionamento per poter garantire una misura più dettagliata possibile delle fluttuazioni ed evitare il fenomeno dell'*aliasing*. Poiché il numero di operazioni per la trasformata è  $\propto N^2$ , dove  $N$  è il numero di campioni misurati, per l'analisi della trasformata di Fourier, si utilizza la *Fast Fourier Transform (FFT)*, la quale permette di velocizzare l'analisi se il numero di campioni misurati è un multiplo di 2 ( $N = 2^b$ ).

Per una funzione discreta, la trasformata di Fourier  $\mathcal{F}$  diventa una trasformata discreta di Fourier (*Discrete Fourier Transform, DFT*). Questa risulta essere una trasformata lineare da  $\mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$  ed è definita nel seguente modo:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp\left(-\frac{i2\pi nk}{N}\right) \quad \text{con } k = 0, \dots, N-1 \quad (2.2)$$

dove  $i$  è l'unità immaginaria ed  $x_n$  rappresenta  $n$ -esimo termine della serie temporale in esame [3]. Il valore  $\exp(-i2\pi nk/N)$  può essere scritto, tramite la formula di Eulero, come:

$$\exp\left(-\frac{i2\pi nk}{N}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) - i \sin\left(\frac{2\pi}{N}kn\right).$$

In tal modo, la serie temporale è valutata nel dominio delle frequenze. A partire dalle funzioni periodiche è possibile conoscere le frequenze  $f$  che caratterizzano il segnale (o i segnali) oggetto di studio. Attraverso la relazione (2.1) sono noti i numeri d'onda  $k$  che definiscono la serie temporale e per mezzo di questi è possibile ricavare gli spettri  $\phi(k)$  ( $\phi(\lambda)$ ), i quali permettono di descrivere la distribuzione di energia nello spazio dei numeri d'onda (lunghezze d'onda).

Come osservato precedentemente, ogni vortice è associato a un determinato numero d'onda e perciò lo spettro è in grado di indicare qual è l'energia dei vortici legati ai numeri d'onda tipici della serie temporale in analisi. Per cui si ha che  $\phi(k)dk$  rappresenta il contributo di energia della parte del segnale caratterizzata dai vortici con un numero d'onda compreso tra  $k$  e  $k + dk$ .

Una volta noto che lo spettro definisce l'energia tipica di ogni numero d'onda, è possibile suddividere lo spazio dei numeri d'onda in tre range differenti:

- *production range*, che si sviluppa a partire da  $k = \frac{2\pi}{L}$ , in cui  $L$  risulta essere la scala integrale;
- *inertial subrange*, che esiste solo se  $L \gg r \gg \eta$ , in cui  $r$  identifica la microscala di Taylor;
- *dissipation range*, che si sviluppa fino a  $k = \frac{2\pi}{\eta}$ , dove  $\eta$  risulta essere la scala di Kolmogorov.

Il production range è associato ai vortici con una lunghezza caratteristica elevata. Tale regione risulta essere quella in cui si produce energia e in cui è contenuta la parte maggiormente significativa dell'energia cinetica turbolenta (*Turbulent Kinetic Energy, TKE*).

L'inertial range è la regione intermedia ed in essa l'energia non viene nè prodotta e nè dissipata, ma semplicemente trasmessa alle scale più piccole.

Nella dissipation range l'energia viene convertita in calore a causa della viscosità che diventa importante. Tale regione invece corrisponde ai vortici con lunghezza caratteristica esigua.

E' possibile osservare nelle figure 2.1 e 2.2, rispettivamente, l'andamento dello spettro di energia in funzione dei numeri d'onda, con le relative regioni e una rappresentazione grafica delle tre regioni.

---

<sup>3</sup>E' da notare che il  $k$  della (2.2) non rappresenta il numero d'onda, ma bensì un numero intero che assume i valori indicati nell'equazione.

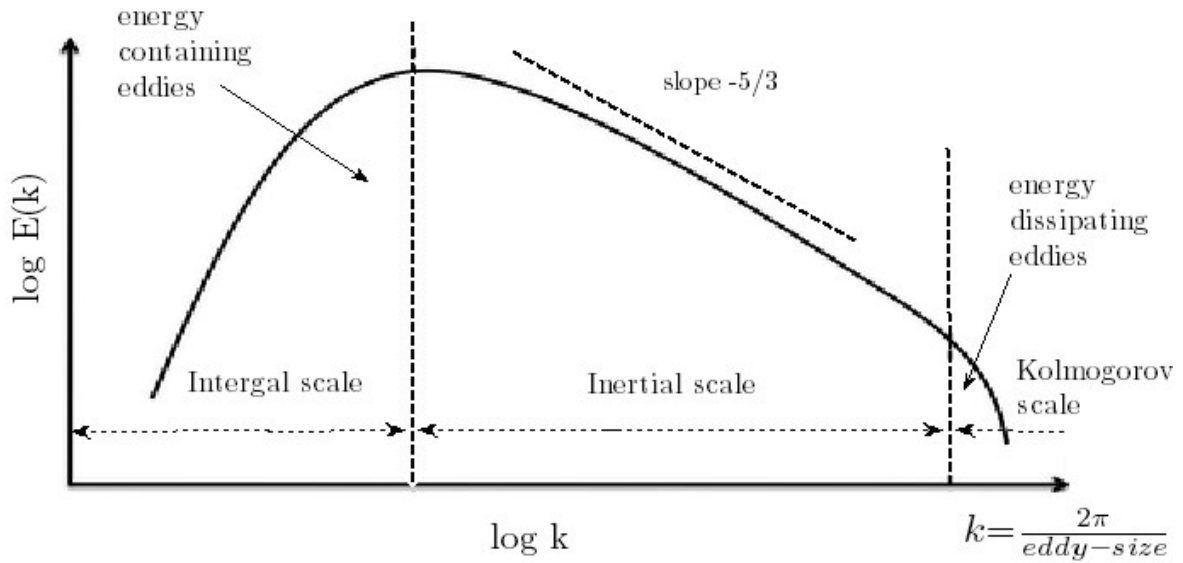


Figura 2.1: Andamento dello spettro di energia di Kolmogorov per i flussi turbolenti.

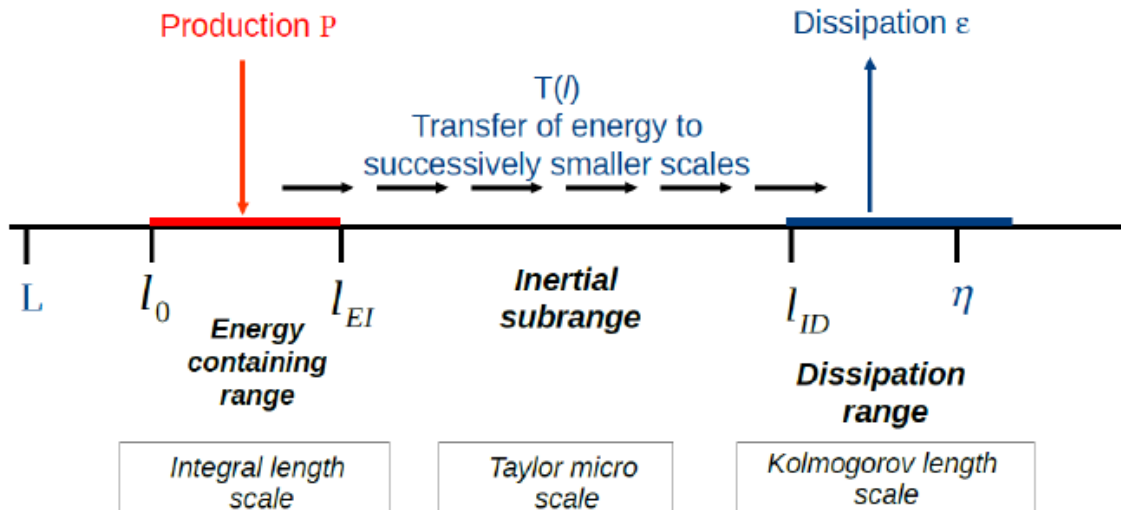


Figura 2.2: Rappresentazione grafica dei tre range in cui è suddiviso lo spazio dei numeri d'onda.

## 2.3 Metodo per l'individuazione della modulazione in ampiezza (AM)

La seconda tipologia di analisi, la quale può essere considerata classica perché fa uso di strumenti matematici ampiamente utilizzati nella teoria dei segnali, è il *metodo della correlazione* proposto in [21].

Il sopracitato metodo ha l'obiettivo di quantificare la modulazione in ampiezza tra le grandi scale di velocità ( $u_{LS}$ ) e le piccole scale della velocità ( $u_{SS}$ ), della concentrazione (scalare passivo,  $c_{SS}$ ) e del trasporto turbolento dello scalare passivo ( $w_{c_{SS}}$ ).

Nel presente paragrafo, si farà dapprima una *overview* sugli strumenti matematici utilizzati, quali la trasformata di Hilbert, ed infine, verrà descritta la procedura di separazione delle scale fino a quantificare il fenomeno fisico in studio, tramite il *Degree of Amplitude Modulation*.

### 2.3.1 Trasformata di Hilbert

La trasformata di Hilbert è un operatore lineare e limitato sullo spazio delle funzioni  $L^p$  per  $1 \leq p < \infty$ . Questo presenta interessanti proprietà utili nella teoria dei segnali e per lo studio di processi non lineari.

Principalmente, l'importanza della trasformata è dovuta alla sua proprietà di associare a funzioni reali delle funzioni analitiche.

#### Definizione

Presa una funzione  $x(t) \in L^p(\mathbb{R})$  con  $1 \leq p < \infty$ , definiamo la sua trasformata di Hilbert  $\mathcal{H}\{x(t)\}$  come

$$\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}\{x(t)\} = \frac{1}{\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad (2.3)$$

purché l'integrale esista come valore principale di Cauchy (PV).  $\tau$  realizza una traslazione in tempo. La trasformata di Hilbert  $\mathcal{H}(t)$  può dunque essere ottenuta come l'integrale di convoluzione tra il segnale  $x(t)$  e la risposta impulsiva  $h_H(t)$  del filtro di Hilbert. Quest'ultima vale:

$$h_H(t) = \frac{1}{\pi t}.$$

Perciò  $\mathcal{H}(t)$  può essere scritta come:

$$\mathcal{H}(t) = x(t) * \left( \frac{1}{\pi t} \right), \quad (2.4)$$

dove  $*$  indica il prodotto di convoluzione.

#### Relazione con la trasformata di Fourier

Passiamo nel dominio delle frequenze e vediamo che relazione intercorre tra le trasformate di Hilbert e di Fourier.

Applichiamo il teorema di convoluzione. Ricordando che la trasformata di Fourier notevole di  $\frac{1}{t}$  è

$$\mathcal{F}\left\{\frac{1}{t}\right\} = \frac{\pi}{i} \text{sign}(f) = \begin{cases} -i & \text{per } f > 0, \\ 0 & \text{per } f = 0, \\ i & \text{per } f < 0, \end{cases}$$

avremo semplicemente che la trasformata di Fourier di  $\frac{1}{\pi t}$  è data da:

$$\mathcal{F}\left\{\frac{1}{\pi t}\right\} = \frac{\text{sign}(f)}{i} = \begin{cases} -i & \text{per } f > 0, \\ 0 & \text{per } f = 0, \\ i & \text{per } f < 0, \end{cases} \quad (2.5)$$

con ampiezza e fase

$$\left| \mathcal{F}\left\{\frac{1}{\pi t}\right\} \right| = \begin{cases} 1 & \text{per } f \neq 0, \\ 0 & \text{per } f = 0, \end{cases}$$

$$\text{arg}\left\{\mathcal{F}\left\{\frac{1}{\pi t}\right\}\right\} = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & \text{per } f > 0, \\ 0 & \text{per } f = 0, \\ \frac{\pi}{2} & \text{per } f < 0. \end{cases}$$

E' possibile così mostrare che  $\mathcal{H}(t)$  risulta essere il segnale originale  $x(t)$  con le componenti sinusoidali di Fourier traslate di  $-90^\circ$  per valori positivi delle frequenze e di  $+90^\circ$  per valori negativi delle frequenze.

Tabella 2.1: Esempi di alcuni segnali (funzioni) notevoli con le relative trasformate di Hilbert.

Segnale $x(t)$	Trasformata di Hilbert $\mathcal{H}\{x(t)\}$
$\sin(2\pi ft)$	$\begin{cases} \sin(2\pi ft - \frac{\pi}{2}) & \text{per } f > 0 \\ \sin(2\pi ft + \frac{\pi}{2}) & \text{per } f < 0 \end{cases}$
$\cos(2\pi ft)$	$\begin{cases} \cos(2\pi ft - \frac{\pi}{2}) & \text{per } f > 0 \\ \cos(2\pi ft + \frac{\pi}{2}) & \text{per } f < 0 \end{cases}$
$e^{i2\pi ft}$	$\begin{cases} e^{i2\pi ft - \frac{\pi}{2}} & \text{per } f > 0 \\ e^{i2\pi ft + \frac{\pi}{2}} & \text{per } f < 0 \end{cases}$
$e^{-i2\pi ft}$	$\begin{cases} e^{-i(2\pi ft - \frac{\pi}{2})} & \text{per } f > 0 \\ e^{-i(2\pi ft + \frac{\pi}{2})} & \text{per } f < 0 \end{cases}$
$\delta(t)$	$\frac{1}{\pi t}$

### Rappresentazione analitica del segnale e modulazione in ampiezza [21]

$x(t)$  e  $\mathcal{H}(t)$  formano un'armonica coniugata. Pertanto, possiamo definire il segnale analitico complesso  $Z(t)$  di  $x(t)$  come

$$Z(t) = x(t) + i\mathcal{H}(t), \quad (2.6)$$

ed esprimendolo in coordinate polari

$$Z(t) = A(t)e^{i\phi(t)}, \quad (2.7)$$

in cui  $A(t)$  e  $\phi(t)$  indicano, rispettivamente, l'ampiezza e la fase istantanee. Nei segnali analitici vengono rimosse tutte le frequenze negative.

Si dimostra che l'ampiezza  $A(t)$  (o modulo di  $Z(t)$ ) di un segnale analitico

$$|Z(t)| = A(t) = \sqrt{x^2(t) + \mathcal{H}^2(t)}, \quad (2.8)$$

rappresenta l'involuppo del segnale originale a valori reali  $x(t)$ . In seguito, vedremo che questa relazione risulterà essere utile nell'interpretazione dei segnali modulati in ampiezza.

Con modulazione in ampiezza ci si riferisce alla modulazione di un segnale ad alte frequenze (detto *segnale portante*) con una componente a basse frequenze (detto *segnale modulante*). Il principio risulta essere semplice: il segnale portante viene moltiplicato con il segnale modulante, al quale è stato aggiunto un determinato *offset*  $B$ . Vediamo un esempio di modulazione in ampiezza.

### Esempio [21]

Consideriamo il segnale portante come un'armonica pura

$$c(t) = C \sin(\omega_c t + \phi_c),$$

dove  $C$  e  $\phi_c$  sono delle costanti arbitrarie. Nel presente esempio, per semplicità, queste costanti assumeranno, rispettivamente, valore 1 e 0. In figura 2.3(a) è rappresentato un segnale portante con  $\omega_c = 10$ .

Consideriamo una medesima forma d'onda anche per il segnale modulante

$$m(t) = M \sin(\omega_m t + \phi_m),$$

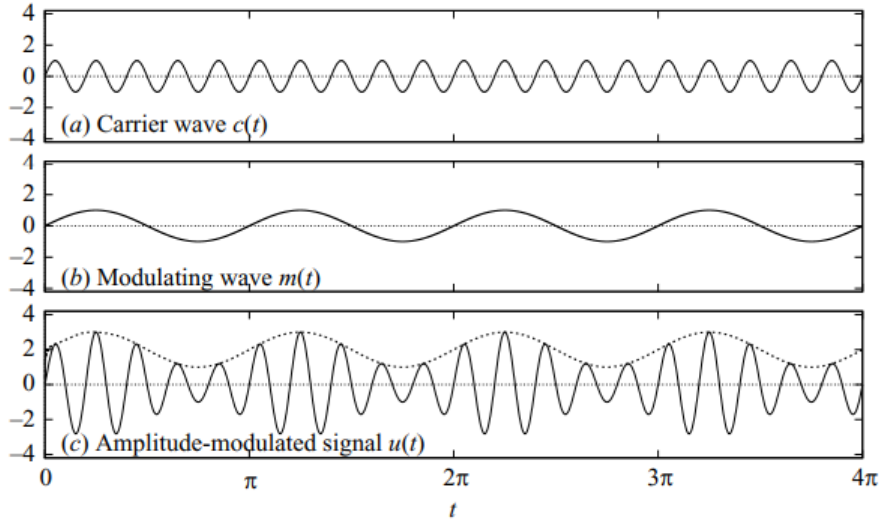


Figura 2.3: Esempio di modulazione in ampiezza: (a) rappresenta l'onda portante  $c(t) = \sin(10t)$ ; (b) rappresenta l'onda modulante  $m(t) = \sin(2t)$ ; (c) rappresenta il segnale modulato  $u(t) = [2 + m(t)]c(t)$  (linea continua) e il suo inviluppo calcolato con la trasformata di Hilbert (linea tratteggiata).

in cui, anche in questo caso,  $M$  e  $\phi_m$  risultano essere delle costanti arbitrarie, rispettivamente con valori 1 e 0 (solitamente si sceglie  $\omega_m < \omega_c$ ). In figura 2.3(b) è possibile osservare il segnale modulante con un valore di  $\omega_m = 2$ .

Come spiegato in 2.3.1, la modulazione in ampiezza si ottiene

$$\begin{aligned} u(t) &= [B + m(t)]c(t), \\ u(t) &= [B + \sin(\omega_m t)] \sin(\omega_c t), \end{aligned} \quad (2.9)$$

in cui  $B$  individua l'offset e lo porremo uguale a 2. La profondità di modulazione  $M/B$  indica quanto la variabile modulata fluttua attorno al suo valore originale. Questo parametro deve essere minore di 1 affinché ci sia una pura modulazione in ampiezza del segnale [4].

In questo caso, quindi, facendo la trasformata di Hilbert di  $u(t)$  e ricavando il modulo del segnale analitico si ottiene il segnale modulante originale  $m(t)$  traslato (lungo le ordinate) di una costante  $B$ . Nell'esempio in studio, la profondità della modulazione è pari a 0.5. In figura 2.3(c), la linea tratteggiata mostra l'inviluppo calcolato con la trasformata di Hilbert che coincide esattamente con il segnale modulante  $m(t)$  traslato di  $B$ .

In conclusione, se assumiamo che, nella regione vicino alla parete, esiste un effetto modulante delle grandi scale sulle piccole scale, dovremmo ottenere che l'inviluppo della componente del segnale con alte frequenze è direttamente correlato con la componente del segnale con basse frequenze.

Nel successivo paragrafo, analizzeremo la procedura di separazione delle scale turbolente e quantificheremo il grado di modulazione in ampiezza.

### 2.3.2 Separazione delle scale turbolente e coefficiente di correlazione

Come anticipato nel paragrafo 2.2, per mezzo dell'analisi spettrale è possibile ricavare una rappresentazione spettrale dei segnali (di velocità longitudinale  $u$ , di concentrazione  $c$ , del trasporto turbolento dello scalare passivo  $wc$ ), ovvero una descrizione dei segnali (funzioni nel tempo) nel dominio delle frequenze.

Tramite questa rappresentazione si osserva nei grafici una separazione tra l'*inner peak* e l'*outer peak* nello spazio dei numeri d'onda ( $k$ ) [12]. Perciò, una corretta scelta della lunghezza d'onda di *cutoff*

<sup>4</sup>L'offset  $B$ , perciò, dovrà essere scelto opportunamente.

( $k_{cutoff}$ ) potrà essere fatta tra i due picchi (inner e outer) presenti nei grafici. Per ricavare il segnale delle piccole (grandi) scale, basterà applicare un filtro passa alto (basso) al segnale completo. In diversi lavori, [12], [21], [17], la scelta del filtro spettrale viene effettuata a  $\lambda_{cutoff}^+ \approx Re_*$ , dove  $\lambda_{cutoff}^+$  risulta essere la lunghezza d'onda normalizzata [5]

Per determinare la relazione che intercorre tra le grandi scale e le piccole scale, analizzeremo, utilizzando la trasformata di Hilbert, il segnale delle piccole scale ( $u_{SS}, c_{SS}, wc_{SS}$ ). La trasformata ci permetterà di estrarre un involuppo ( $E(u_{SS}), E(c_{SS}), E(wc_{SS})$ ) che identificherà il segnale modulante (nel nostro caso il segnale delle grandi scale  $u_{LS}$ ). Mentre, il segnale portante si identifica con la componente delle piccole scale del segnale, il quale 'contiene' un ampio range di ampiezze e lunghezze d'onda, a differenza dell'esempio 2.3 in cui il segnale portante era composto da una singola sinusoidale. Dunque, l'involuppo ottenuto non tiene traccia della sola modulazione delle grandi scale, ma anche della variazione delle piccole scale nel segnale portante. Al fine di eliminare questo effetto, filtriamo l'involuppo alla stessa lunghezza d'onda di cutoff del segnale delle grandi scale, ottenendo così, l'involuppo filtrato ( $E_L(u_{SS}), E_L(c_{SS}), E_L(wc_{SS})$ ).

E' possibile ora calcolare e quantificare il *coefficiente di correlazione*  $R$  tra le grandi scale di velocità  $u_{LS}$  e l'involuppo filtrato con :

$$R = \frac{\overline{u_{LS}^+ E_L(*_{SS}^+)}}{\sqrt{u_{LS}^{+2}} \sqrt{E_L(*_{SS}^+)^2}}, \quad (2.10)$$

in cui  $\sqrt{u^2}$  e  $E_L(*_{SS}^+)$  rappresentano, rispettivamente, il *valore quadratico medio* e l'*involuppo filtrato*. Il simbolo \*, in base allo studio che faremo nel presente lavoro di Tesi, sarà uguale  $u, c, wc$ .

## 2.4 Metodo per l'individuazione della modulazione in frequenza (FM)

Il metodo innovativo utilizzato per analizzare le serie temporali di nostro interesse si basa sulla teoria delle reti complesse. Nello specifico faremo uso dell'algoritmo proposto da [20], detto *Visibility Graph*. Attraverso tale algoritmo, ciascuna serie temporale, quali la velocità longitudinale  $u$ , la concentrazione di inquinante  $c$  e il trasporto turbolento dello scalare passivo  $wc$ , verrà trasformata in un grafo che rappresenta la topologia matematica di una rete.

Per ogni grafo risultante è possibile ricavare diverse metriche, le quali descrivono le proprietà del grafo stesso e ci permetteranno di approfondire la conoscenza delle serie oggetto di studio.

Nel paragrafo presenteremo la principale variante dell'algoritmo *Visibility Graph*, ovvero il *Natural Visibility Graph* e le relative metriche che risulteranno essere: il *degree*, il *link length*, il *degree medio* e il *degree ratio medio*.

### 2.4.1 Definizione del *Visibility Graph*

Il *Visibility Graph* rappresenta una tecnica in grado di mappare un segnale discreto (serie temporale o una serie spaziale<sup>[6]</sup>) in un grafo. L'idea alla base è quella di assegnare un nodo ad ogni singola misurazione (dato) del segnale e 'attivare' un collegamento tra due nodi se viene soddisfatto un criterio geometrico, detto *criterio di visibilità*.

La principale variante è il *Natural Visibility Graph (NVG)* che si basa sul *criterio di convessità*. Geometricamente, due nodi nel NVG, corrispondenti a due dati nel segnale discreto, sono collegati se la retta che connette i due punti si trova al di sopra di ogni dato tra di essi.

Formalmente avremo che, presi due nodi  $i$  e  $j$ , questi risultano essere collegati se qualsiasi altro nodo  $k$  posto tra di loro soddisfa:

$$x_k < x_i + (x_j - x_i) \frac{t_k - t_i}{t_j - t_i} \quad \forall k : i < k < j, \quad \text{con } i, j = 1, \dots, N, \quad (2.11)$$

<sup>5</sup>Nel cap.4 vedremo la normalizzazione effettuata.

<sup>6</sup>Nel presente lavoro di Tesi analizzeremo solo serie temporali.

in cui  $x_i$  indica il valore di ogni dato della serie ( $x_i \equiv x(t_i)$ ) assunto al nodo  $i$  [7],  $t_i$  il tempo a cui è stato misurato l' $i$ -esimo valore della serie temporale ed  $N$  il numero di misurazioni. In figura 2.4 si illustra un semplice esempio del funzionamento dell'algoritmo, [9].

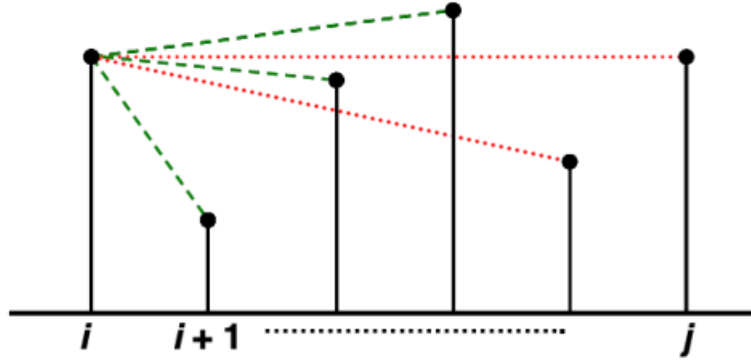


Figura 2.4: Schema della costruzione del Natural Visibility Graph per una serie esemplificativa: si formeranno dei collegamenti, ovvero avremo visibilità tra due nodi, nel caso di linee tratteggiate in verde, mentre per le linee tratteggiate in rosso non avremo visibilità e non si creeranno dei collegamenti.

Per poter definire il grafo, è necessario dapprima costruire la *matrice di adiacenza*  $A$ . Essa risulta essere una matrice simmetrica di dimensione  $N \times N$  e definita nel seguente modo:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } \{i, j\} \in \mathcal{L}, \text{ con } i \neq j, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove  $\mathcal{L}$  risulta essere la collezione (*set*) di collegamenti. La matrice di adiacenza contiene l'informazione se tra due nodi  $i$  e  $j$  è presente un collegamento  $A_{i,j} = 1$  o meno  $A_{i,j} = 0$  e la presenza o meno di un collegamento è legata all'equazione 2.11.

Per come è stato definito l'algoritmo, è possibile cogliere alcune caratteristiche del grafo di visibilità estratto da una serie. Il grafo risulta essere sempre:

- *connesso*, in quanto ogni nodo vede sicuramente il suo primo vicino (e.g.  $j = i + 1$  o  $j = i - 1$ );
- *non diretto*, i collegamenti non presenteranno alcuna direzione definita (i.e. il collegamento  $(i, j)$  è identico a quello  $(j, i)$ ). Questa caratteristica spiega la simmetricità di  $A$ ;
- *invariante* sotto trasformazioni affini delle serie temporali, questo significa che il criterio di visibilità (o di convessità) è invariante per traslazioni verticali e orizzontali dei dati o per riscaldamento di entrambi gli assi (i.e.  $x$  e  $y$ )<sup>[8]</sup>.

A differenza di altre tecniche sviluppate per mappare un segnale in una rete ([16]), l'algoritmo della visibilità non richiede alcun parametro *a priori*. Questo risulta essere uno degli aspetti chiave che porta ad avere uno strumento semplice, ma nello stesso robusto per lo studio di fenomeni complessi, quali la turbolenza.

La figura 2.5, estrapolata dall'articolo [20], mostra l'invarianza sotto trasformazioni affini del grafo sopra descritta.

<sup>7</sup> $x_j \equiv x(t_j), x_k \equiv x(t_k)$ .

<sup>8</sup>Questo implica che due segnali con la stessa struttura temporale ma con differenti valori medi (i.e. traslazione verticale) e deviazione standard (i.e. riscaldamento verticale) sono mappati nello stesso grafo di visibilità.

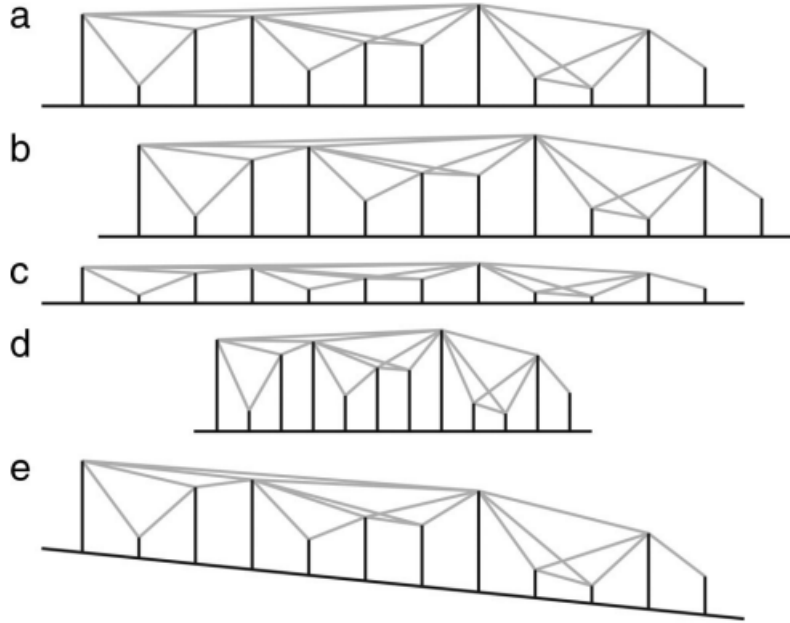


Figura 2.5: Il grafo rimane invariante sotto diverse trasformazioni delle serie temporali. (a) Serie temporale esemplificativa iniziale; (b) Traslazione dei dati; (c) Riscaldamento verticale; (d) Riscaldamento orizzontale; (e) Aggiunta di un *trend* lineare ai dati.

## 2.4.2 Metriche di interesse

Le metriche utilizzate per approfondire e comprendere le proprietà dei grafi costruiti a partire dalle serie temporali sono:

- *link length* che permette di calcolare la lunghezza di un collegamento tra due nodi  $i$  e  $j$ ;
- *degree centrality* o semplicemente *degree*, che è definito come il numero di *vicini* ad  $i$ , ovvero il numero di nodi direttamente collegati ad  $i$ ;
- *degree ratio* che permette di quantificare la modulazione in frequenza.

Nei prossimi paragrafi daremo una descrizione formale di ciascuna metrica e il loro stretto legame con la struttura della serie temporale.

## 2.4.3 Degree centrality

### Definizione

Il degree centrality è una metrica locale, essendo riferito ad un singolo nodo  $i$ . É possibile definirlo come il numero di nodi collegati ad  $i$ :

$$k_i = \sum_{j=1}^N A_{i,j}, \quad (2.12)$$

in cui  $N$  indica il numero di elementi della serie temporale corrispondenti al numero totale di nodi e  $A_{i,j}$  denota l'elemento nella riga  $i$ -esima e nella colonna  $j$ -esima della matrice di adiacenza.

Al fine di analizzare le proprietà globali delle diverse serie temporali e rendere perciò questa metrica globale, è necessario conoscere un valore medio del degree (*average degree*) rappresentativo dell'intero grafo. Questo risulta essere:

$$\langle K \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i, \quad (2.13)$$

dato quindi dalla somma dei degree dell'intera serie mediata sul numero totale di nodi [14].



## Relazione tra il degree e la struttura della serie temporale

Il degree misura la visibilità presente tra i nodi. Esso varia a seconda della regolarità e del numero di picchi della serie.

Tale metrica permette di comprendere il livello di convessità della serie in esame. Nello specifico, più il valore dell'average degree  $\langle K \rangle$  è alto e maggiore è la convessità. Nel caso contrario, più è basso l'average degree e minore è la convessità.

### 2.4.4 Link length

#### Definizione

Il link length può essere definito come una metrica locale essendo riferita a uno specifico nodo del grafo. Questa permette di conoscere quanto un nodo sia distante temporalmente dai nodi a cui è collegato. Il link length può essere definito nel seguente modo:

$$\mathcal{L} = |i - j|,$$

dove  $i$  e  $j$  rappresentano gli indici di due nodi connessi. In particolare, nel presente lavoro, il link length risulta essere normalizzato per il tempo di campionamento uniforme  $\Delta t$ :

$$\mathcal{L}^t = |i - j|\Delta t, \quad (2.14)$$

in cui  $\Delta t$  assume il valore dell'inverso della frequenza di campionamento,  $1/f_{camp}$ <sup>9</sup>.

## Relazione tra il link length e la struttura della serie temporale

Per mezzo del link length è possibile osservare quanto frequentemente siano presenti i picchi all'interno della serie in studio.

Maggiore è il numero dei picchi, più bassa è la probabilità che misurazioni (ovvero nodi) con valori inferiori rispetto a quelli dei picchi siano visibili tra loro. Se queste misurazioni hanno poca visibilità tra di loro, a causa della visuale coperta dai molteplici picchi, diminuisce anche la distanza temporale tra nodi visibili e conseguentemente il link length.

Perciò, più il link length assume valori bassi, maggiore è la frequenza dei picchi nella serie perché la distanza temporale tra le misurazioni è minima. A valori elevati del link length corrisponde invece una diminuzione del numero dei picchi.

### 2.4.5 Degree ratio

La presente metrica risulta essere strettamente legata al degree. Essa ci permette di quantificare la modulazione in frequenza dei fenomeni fisici oggetto di studio nel lavoro di Tesi.

In fig.2.6(a), mostriamo un breve intervallo rappresentativo di una serie spaziale della velocità longitudinale per un flusso turbolento in un canale, estratta dall'articolo [17]. Tramite l'algoritmo NVG è stato costruito il relativo grafo per una parte di segnale, fig.2.6(b), e i collegamenti (archi verdi in fig.2.6(c)) per i nodi caratteristici  $i = \{19, 49\}$ . Il primo nodo  $i = 19$  presenta più connessioni rispetto al secondo nodo  $i = 49$ , i.e.  $k_{19} > k_{49}$ , dovuto al fatto che il primo nodo è situato in un intervallo maggiormente convesso rispetto al secondo, perciò, potremmo affermare che il segnale nell'intorno di  $i = 49$  varia molto più rapidamente, viceversa per l'intorno di  $i = 19$ .

Sebbene il degree  $k_i$  sia una metrica locale, perché riferita a un singolo nodo  $i$ , l'informazione racchiusa in  $k_i$  è scaturita dai punti vicini ad  $i$ . Il degree può essere visto come una misura del *periodo istantaneo* (o *lunghezza d'onda istantanea*) per la coordinata temporale (o spaziale)  $t_i$  (o  $x_i$ ) [17], in analogia al concetto di *frequenza istantanea* dato in [10] e [5]. A grandi valori di  $k_i$  corrispondono ampi periodi istantanei (o lunghezze d'onda), dunque a basse frequenze istantanee.

<sup>9</sup>Vedi par. 2.1.

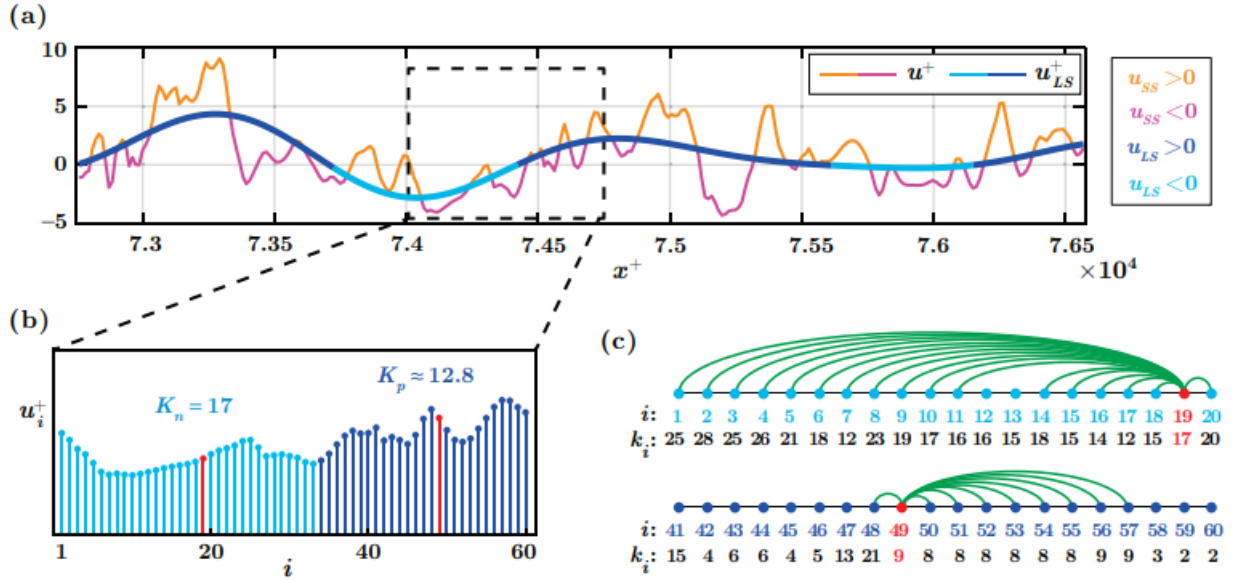


Figura 2.6: (a) Rappresentazione di un intervallo della velocità longitudinale  $u$  e della sua componente delle grandi scale  $u_{LS}$ , estratto lungo la coordinata longitudinale  $x$  per un flusso turbolento in un canale. La linea color arancione-magenta indica, rispettivamente, le fluttuazioni positive e negative delle piccole scale del segnale  $u_{SS}$ , mentre la linea blu-azzurro indica gli intervalli, rispettivamente, in cui  $u_{LS} > 0$  e  $u_{LS} < 0$ . Le serie riportate sono normalizzate in unità di parete. (b) Breve serie spaziale di  $u$  rappresentata con un grafico a barre verticali, ricavata dalla fig.(a) e composta da 60 dati aventi lo stesso colore (blu-azzurro) che riflette il segno di  $u_{LS}$ . Le barre verticali color rosso raffigurano i nodi caratteristici  $i = \{19, 49\}$ . (c) Rappresentazione del grafo costruito con il NVG per il segnale della fig. (b). Gli archi verdi riportano le connessioni per i due nodi esemplificativi.

### Definizione [17]

A valle delle precedenti considerazioni, introduciamo il rapporto  $K_{np}$  per quantificare la modulazione in frequenza. È definito nel seguente modo:

$$K_{np} = \frac{K_n}{K_p}, \quad K_n = \frac{1}{N_{neg}} \sum_j (k_j | u_{LS} < 0), \quad K_p = \frac{1}{N_{pos}} \sum_j (k_j | u_{LS} > 0), \quad (2.15)$$

in cui  $K_n$  e  $K_p$  sono i valori dell'average degree ottenuti attraverso l'algoritmo *fastNVG* ([13]) del segnale completo di velocità  $u$  (di concentrazione  $c$  o del trasporto turbolento dello scalare passivo  $wc$ )<sup>10</sup>, rispettivamente per gli intervalli in cui  $u_{LS} < 0$  e  $u_{LS} > 0$ , mentre  $N_{neg}$  e  $N_{pos}$  rappresentano, rispettivamente, il numero di osservazioni in cui  $u_{LS} < 0$  e  $u_{LS} > 0$ .

### Relazione tra degree ratio e la struttura della serie temporale

Com'è facilmente intuibile, valori di  $K_{np} > 1$  indicano che l'average degree è maggiore nell'intervallo per  $u_{LS} < 0$  rispetto a  $u_{LS} > 0$ , e viceversa per  $K_{np} < 1$ . Ricordando il punto di vista fisico (vedi 1.4), nella regione vicino alla parete si dovrà presentare una modulazione in cui si avranno frequenze elevate per  $u_{LS} > 0$  e frequenze basse per  $u_{LS} < 0$ , mentre un andamento invertito lontano dalla parete. Dunque, il degree ratio permette di discriminare:

- una modulazione positiva in frequenza per  $K_{np} > 1$ , in cui avremo quindi un incremento della frequenza istantanea nel segnale di velocità (di concentrazione o del trasporto turbolento) ottenuto per  $u_{LS} > 0$  e un decremento della stessa per  $u_{LS} < 0$ ;

<sup>10</sup>Vedi il par.6.2 in cui si giustifica la scelta di utilizzare i segnali completi anziché i segnali delle piccole scale.

- una modulazione negativa in frequenza per  $K_{np} < 1$ ;
- assenza di modulazione per  $K_{np} \simeq 1$ .

Richiamiamo ancora una volta all'attenzione che il metodo non richiede alcun parametro *a priori*.



## Capitolo 3

# *Set-up* sperimentale e misurazioni eseguite

Lo studio dello strato limite turbolento risulta essere di fondamentale importanza per la comprensione della dinamica dei flussi atmosferici e il loro ruolo nella dispersione di particelle inquinanti. Al fine di comprendere meglio questi meccanismi fisici, nel corso degli anni, sono stati condotti diversi studi sperimentali e numerici.

In particolare, nel presente lavoro, focalizzeremo lo studio sulla dispersione di uno scalare passivo, l'etano  $C_2H_6$ , avente una densità prossima a quella dell'aria. Quest'ultimo ricoprirà, perciò, la funzione di inquinante atmosferico.

La prima parte del capitolo ha l'obiettivo di descrivere il *set-up* sperimentale messo a punto in [15], in modo tale da acquisire le serie temporali che saranno investigate nel lavoro. Successivamente illustreremo le tecniche di misurazione, acquisizione e *pre-processing* dei dati.

### 3.1 Set-up sperimentale in galleria del vento

Le gallerie del vento possono essere classificate in due categorie principali:

- *gallerie a circuito aperto*, in cui il fluido viene espulso all'esterno della galleria stessa;
- *gallerie a circuito chiuso*, in cui avviene una ricircolazione del fluido.

Le serie temporali, che saranno analizzate nel corso della trattazione, sono state misurate nella galleria del vento a circuito chiuso del *Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique* all'*Ecole Centrale de Lyon*, in Francia.

In figura 3.1 è possibile osservare una rappresentazione grafica della galleria con un particolare *focus* sulla sorgente che emette la miscela di aria-etano. Gli assi di riferimento considerati dipendono dalla collocazione nello spazio della sorgente: l'origine degli assi  $x$  e  $y$  è situata in corrispondenza della sorgente, mentre l'asse  $z$  ha l'origine in corrispondenza della parete. La terna  $(x, y, z)$  individua, rispettivamente, la direzione longitudinale, trasversale e normale alla parete.

La camera di prova della galleria misura  $9\text{ m}$  in lunghezza e presenta una sezione rettangolare con un'ampiezza di  $1\text{ m}$  e un'altezza pari a  $0.7\text{ m}$ . All'ingresso della camera sono posizionati:

- una griglia di turbolenza, la quale migliora la qualità del flusso in ingresso minimizzando le disomogeneità in direzione trasversale;
- dei generatori di vortici, detti *spire di Irwin*, i quali presentano una forma appuntita e sono spazati tra di loro in maniera omogenea;
- numerosi cubi di dimensione  $h_r = 0.02\text{ m}$  distribuiti in maniera uniforme su tutta la parete, i quali permettono di ottenere una rugosità sulla stessa.

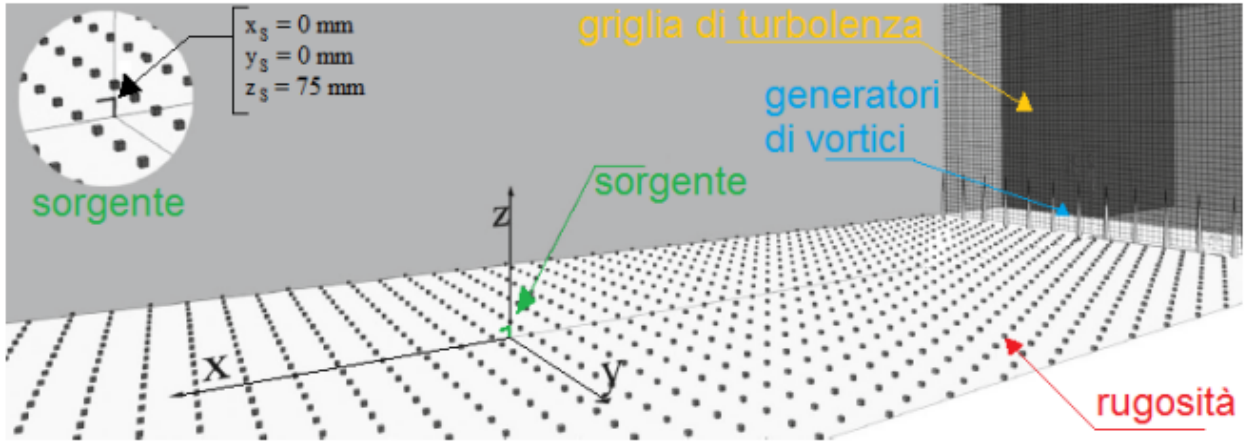


Figura 3.1: Rappresentazione grafica del set-up sperimentale nella galleria del vento.

La combinazione di tali elementi genera uno strato limite turbolento, la cui estensione verticale è pari a  $\delta \simeq 0.314 m$  e si ottiene una velocità indisturbata esterna allo strato limite di  $u_\infty = 4.94 m/s$ . Il relativo numero di Reynolds risulta essere:

$$Re_\delta = \frac{\delta u_\infty}{\nu} = 1.034 \cdot 10^5,$$

in cui è stata considerata la viscosità cinematica dell'aria  $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} m^2/s$ . Un valore così elevato del numero di Reynolds garantisce un flusso turbolento completamente sviluppato.

Le misurazioni sono state eseguite per due sorgenti con diametro differente,  $D = 0.003 m$  e  $D = 0.006 m$ , aventi una forma ad  $L$  e posizionate in  $(x_s = 0 m; y_s = 0 m; z_s = 0.075 m)$ . Come anticipato precedentemente, lo scalare passivo risulta essere l'etano ( $C_2H_6$ ), che consta di una densità prossima a quella dell'aria. Il campo di moto alla sorgente non viene variato dalla miscela aria-etano, permettendo così di ottenere le condizioni isocinetiche in cui la velocità di immissione del flusso alla sorgente,  $u_s$ , risulta essere uguale alla velocità media all'altezza della sorgente:  $u_s \equiv \bar{u}(z = h_s) \approx 3.37 m/s$ . Per mantenere le condizioni isocinetiche, la portata media in massa del flusso di aria-etano,  $M_t = \rho u_s \pi D^2 / 4$ , è imposta a  $M_t / \rho \simeq 86 l/h$  per la sorgente con diametro  $D = 0.003 m$  e  $M_t / \rho \simeq 344 l/h$  per la sorgente con diametro  $D = 0.006 m$ , dove  $\rho = \rho_{aria} = \rho_{etano}$  indica la densità della miscela.

Un parametro di fondamentale importanza per la trattazione risulta essere la velocità di attrito, che assumerà il valore  $u_* = 0.209 m/s$  (vedi appendice in [15]). Tramite la velocità d'attrito è possibile ricavare il numero di Reynolds d'attrito<sup>[1]</sup>, definito come:

$$Re_* = \frac{\delta u_*}{\nu} \simeq 4375.$$

Per completezza, la tabella 3.1 riassume tutti i parametri e i relativi valori, utili nel prosieguo della trattazione.

<sup>1</sup>Come vedremo nel cap.5, il Reynolds di attrito ci permetterà di scegliere il valore della frequenza di *cutoff* al fine di separare le grandi e piccole scale.

Tabella 3.1: Tabella riassuntiva con i parametri di interesse.

Parametro	Valore
Altezza strato limite turbolento	$\delta \simeq 0.314 \text{ m}$
Velocità indisturbata	$u_\infty = 4.94 \text{ m/s}$
Viscosità cinematica miscela aria-etano	$\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
Reynolds esterno allo strato limite turbolento	$Re_\delta = 1.034 \cdot 10^5$
Velocità d'attrito	$u_* = 0.209 \text{ m/s}$
Reynolds d'attrito	$Re_* \simeq 4375$
Diametro sorgente più piccolo	$D3 = 0.003 \text{ m}$
Diametro sorgente più grande	$D6 = 0.006 \text{ m}$
Velocità di immissione del flusso dalla sorgente	$u_s = 3.37 \text{ m/s}$
Portata media in massa del flusso per $D3$	$M_t/\rho = 86 \text{ l/h}$
Portata media in massa del flusso per $D6$	$M_t/\rho = 344 \text{ l/h}$

## 3.2 Tecniche di misurazione e acquisizione dei dati

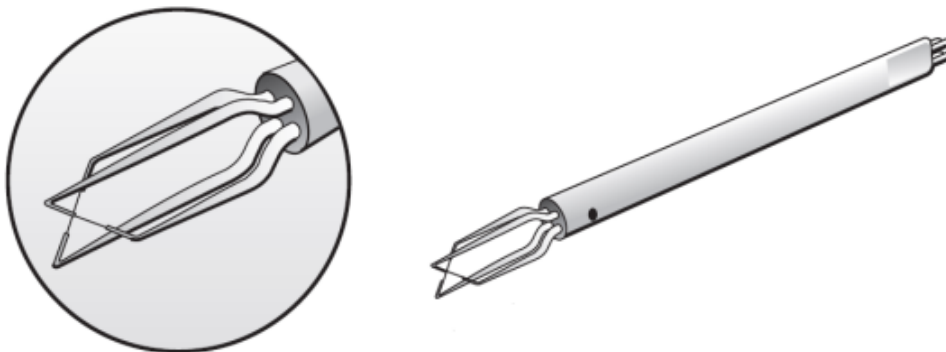
Nel paragrafo corrente, vedremo brevemente quali saranno le tecniche di misura eseguite per poter acquisire i dati del campo di moto e della concentrazione.

In particolare, per il campo di moto illustreremo la tecnica dell'anemometria a filo caldo a temperatura costante, detto *Hot-Wire Anemometer (HWA)*, e per la concentrazione, si utilizzerà un rivelatore a ionizzazione di fiamma a risposta rapida, detto *Fast Flame Ionization Detector (FID)*. Nella parte finale, presenteremo la collocazione spaziale delle stazioni in cui sono state svolte le misurazioni.

### 3.2.1 Misurazioni della velocità e della concentrazione

Le misurazioni del campo di moto sono realizzate tramite la tecnica dell'anemometria a filo caldo, nello specifico, il modello con temperatura costante del filo. Questa permette di avere un'elevata risposta in frequenza ( $\simeq 100 \text{ kHz}$ ). In primo luogo, lo strumento fornisce le caratteristiche spettrali del campo di moto.

Il sensore utilizzato per la sonda è a  $X$ , figura 3.2, e permette di acquisire i dati di due componenti di velocità in maniera simultanea, nel nostro caso  $u$  e  $w$  che rappresentano, rispettivamente, la velocità longitudinale e la velocità normale alla parete.

Figura 3.2: Sonda a filo caldo con sensore a  $X$ .

La calibrazione della sonda è eseguita in galleria del vento, usando un tubo di Pitot e misurando la velocità di riferimento. L'errore sperimentale stimato, ripetendo le misurazioni in un punto di riferimento fisso, risulta essere approssimativamente del 2% per la media e la deviazione standard.

Per registrare i dati di concentrazione è stato utilizzato un FID veloce, fig 3.3. Il sistema FID usa un tubo di campionamento lungo  $0.3\text{ m}$  e che permette di avere una risposta in frequenza di  $400\text{ Hz}$ .

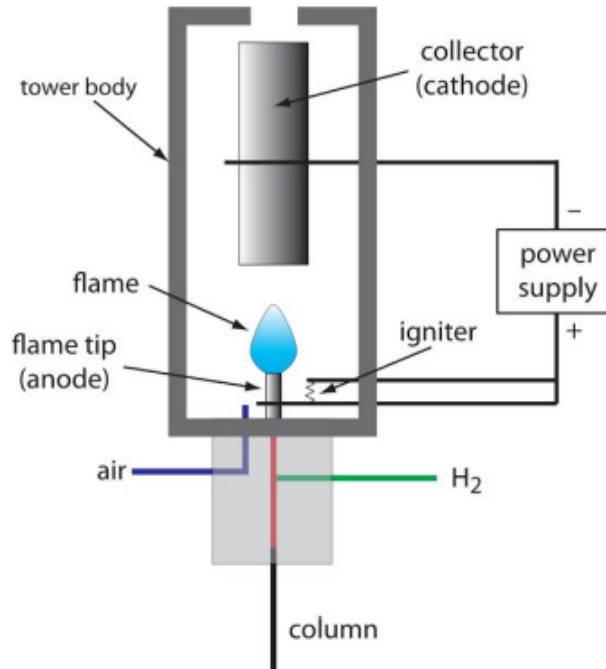


Figura 3.3: Schema di un rivelatore a ionizzazione di fiamma.

La calibrazione è stata realizzata due volte al giorno impostando la concentrazione della miscela aria-etano a 0, 500, 1000 e 5000  $ppm$ . La relazione tra la concentrazione dell'etano e la relativa risposta in tensione risulta essere lineare, con una pendenza che rappresenta la sensibilità dello strumento. L'errore stimato per i primi quattro momenti<sup>[2]</sup> estratto da ogni serie temporale della concentrazione, dovuto all'incertezza sperimentale, risulta essere superiore al 4.5%. Effettuando le misurazioni in diversi giorni nelle settimane successive, i primi due momenti risultano essere affetti da un errore del 2% – 3%, mentre per il terzo e il quarto momento l'errore rimane superiore al 4.5%.

### 3.2.2 Acquisizione dei dati

Ogni punto dello spazio preso in analisi presenta i seguenti dati:

- il tempo  $t$  al quale è avvenuta la misurazione in *secondi*;
- la velocità longitudinale  $u$  in  $m/s$ ;
- la velocità verticale  $w$  in  $m/s$ ;
- la concentrazione di inquinante  $c$  in  $ppm$ ;
- la portata media di aria in uscita dalla sorgente in  $l/h$ ;
- la portata media di etano in uscita dalla sorgente in  $l/h$ .

<sup>2</sup>In statistica: media, varianza, skewness e curtosi.



Il tempo totale di acquisizione dei dati risulta essere  $T_{camp} = 180$  s, con una frequenza di campionamento  $f_{camp} = 1000$  Hz, perciò il numero totale di misurazioni registrate è pari a  $N_T = 180 \cdot 1000 \simeq 1.8 \cdot 10^5$ . Ricordando il teorema di Nyquist-Shannon, è necessario che la  $f_{camp}$  sia almeno pari a due volte il valore massimo della frequenza del fenomeno preso in esame, affinché non si perdano delle informazioni e non si sotto-campioni il segnale (vedi 2.2, aliasing).

Le misure sono state ottenute in diversi punti lungo le tre direzioni cartesiane,  $(x, y, z)$ . Nello specifico, i dati sono stati registrati nella direzione longitudinale per  $x = \{0.051, 0.102, 0.204, 0.409, 0.817, 1.226\}$  espressa in  $m$ . Ogni posizione lungo  $x$  corrisponde a una stazione di misura. Successivamente, mantenendo fissa la coordinata  $x$ , si sono ricavate le misure per vari punti lungo la direzione trasversale  $y$  e lungo la direzione verticale  $z$ . Essendo interessati a studiare il fenomeno della turbolenza di parete in direzione verticale, in cui si hanno le disomogeneità spaziali del flusso, i dati utilizzati nel corso della trattazione sono ottenuti per  $y = 0$  m e variando le coordinate normali alla parete nell'intervallo  $z = [0.030, 0.260]$  m. Ottenuto l'output si avanza lungo le stazioni successive.

Nel lavoro, andremo ad indicare con *campo vicino* e *campo lontano* le stazioni vicino e lontano alla sorgente, rispettivamente per  $x = 0.051$  m e per  $x = 1.226$  m.

### 3.3 Preprocessing dei dati

Le serie temporali misurate hanno evidenziato dei valori negativi di concentrazione. Dal punto di vista prettamente fisico, la concentrazione non può assumere valori negativi, per cui questi ultimi sono legati al rumore prodotto dalla strumentazione. Per ovviare al problema ed ottenere una pulizia di questi valori, è stata adottata la seguente strategia:

$$c(x, z; t_i) = 0, \quad \text{se } c(x, z; t_i) < \epsilon, \quad (3.1)$$

in cui  $\epsilon = |\min_{x,z}[\min_i[c(x, z; t_i)]]|$  risulta essere il modulo del più basso valore misurato tra tutte le serie di concentrazione per una determinata configurazione  $D$ , mentre  $i$  rappresenta l'indice dell'elemento considerato nella serie. In altre parole, poniamo uguale a zero tutti i valori di concentrazione che risultano essere più piccoli (in modulo) del massimo tra i valori negativi nelle serie.

Nel presente lavoro, analizzeremo le serie della velocità longitudinale  $u'$ , della velocità verticale  $w'$ , della concentrazione  $c'$  e del trasporto turbolento dello scalare passivo  $w'c'$ . Le variabili con l'apice indicano le fluttuazioni dei segnali discreti iniziali  $u, w, c$  e sono ottenute attraverso la decomposizione di Reynolds:  $u' = u - \bar{u}$ ,  $w' = w - \bar{w}$  e  $c' = c - \bar{c}$ , dove  $\bar{u}, \bar{w}, \bar{c}$ , indicano i valori medi temporali dei segnali.

### 3.4 Esempi di serie temporali

Affinché si possa visualizzare una possibile struttura delle serie temporali per le fluttuazioni della velocità longitudinale  $u'$ , della velocità verticale  $w'$ , della concentrazione  $c'$  e del trasporto turbolento dello scalare passivo  $w'c'$ , sono presentati degli esempi di serie temporali per la stazione a  $x_3 = 0.204$  m con coordinata trasversale  $y = 0$  m e coordinata normale alla parete sull'asse della sorgente  $z_s = 0.075$  m. Le figure 3.4a e 3.4b rappresentano, rispettivamente, i segnali della velocità longitudinale e verticale. Le figure 3.5a e 3.5b mostrano, rispettivamente, i segnali della concentrazione e del trasporto turbolento.

Poniamo l'attenzione sul fatto che la serie temporale in fig.3.5a presenta valori negativi, questi sono scaturiti dalla sottrazione del valor medio  $\bar{c}$  alla serie iniziale  $c$ , che invece non presenta valori negativi (vedi 3.3).

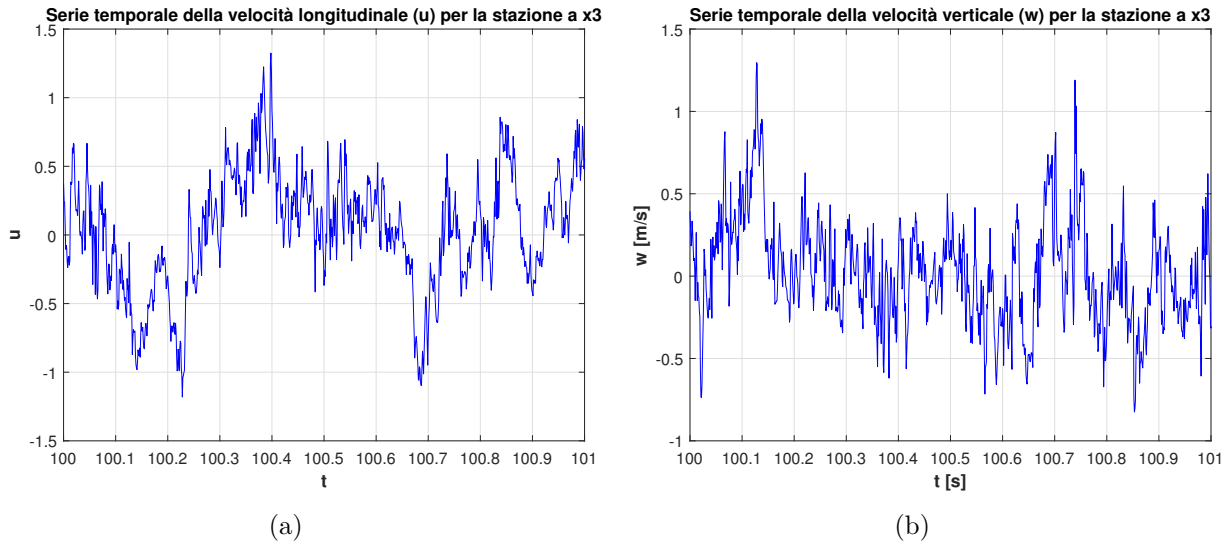


Figura 3.4: (a) Serie temporale della velocità longitudinale  $u'$  nella stazione  $x3$  con coordinate ( $x3 = 0.204\text{ m}, y = 0\text{ m}, z_s = 0.075\text{ m}$ ) in un intervallo di 1 s; (b) serie temporale della velocità verticale  $w'$  nella stazione  $x3$  con coordinate ( $x3 = 0.204\text{ m}, y = 0\text{ m}, z_s = 0.075\text{ m}$ ) in un intervallo di 1 s.

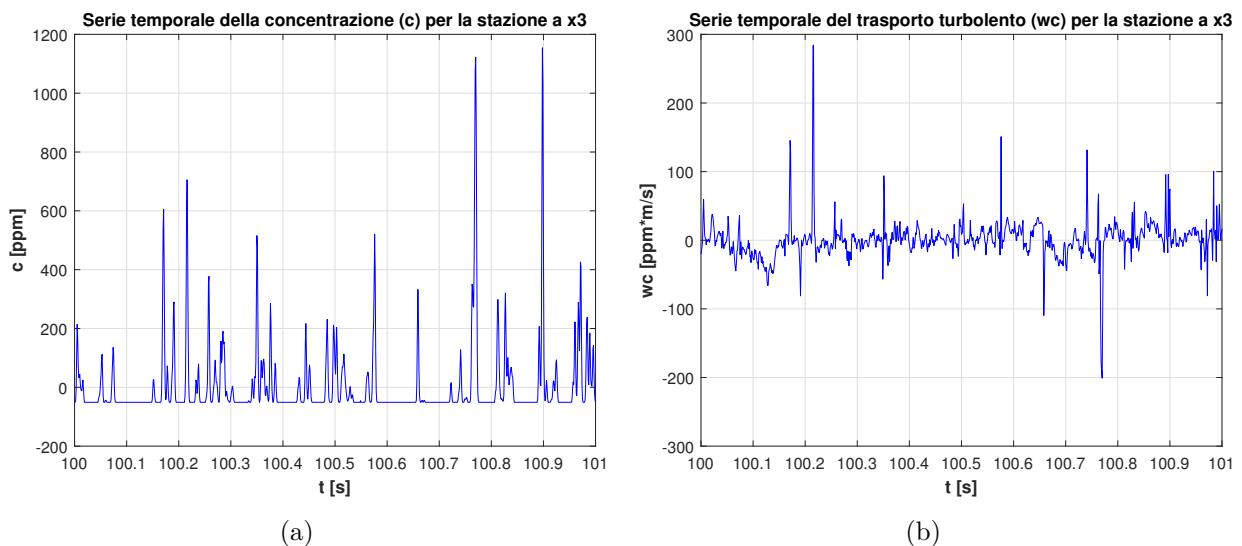


Figura 3.5: (a) Serie temporale della concentrazione  $c'$  nella stazione  $x3$  con coordinate ( $x3 = 0.204\text{ m}, y = 0\text{ m}, z_s = 0.075\text{ m}$ ) in un intervallo di 1 s; (b) serie temporale del trasporto turbolento  $w'c'$  nella stazione  $x3$  con coordinate ( $x3 = 0.204\text{ m}, y = 0\text{ m}, z_s = 0.075\text{ m}$ ) in un intervallo di 1 s.

# Capitolo 4

## Risultati relativi all'analisi spettrale

Come abbiamo descritto nel par.2.2, l'analisi di Fourier o, analogamente, l'analisi spettrale ci permette di studiare una serie temporale nel dominio delle frequenze attraverso gli sviluppi di Fourier. Per mezzo di tali sviluppi, è possibile rappresentare una serie temporale [1] come una combinazione lineare di onde sinusoidali, ciascuna caratterizzata da un'ampiezza  $A$  e da una frequenza  $f$ . L'analisi risulta utile per un duplice motivo:

- osservare la distribuzione dell'energia della serie in esame nello spazio dei numeri d'onda (o lunghezze d'onda);
- capire quale lunghezza d'onda di cutoff scegliere, al fine di separare le grandi e piccole scale turbolente di  $u$ ,  $c$ ,  $wc$  [2].

Il capitolo presenterà la seguente struttura, descriveremo le modalità con cui abbiamo ottenuto:

- gli spettri di energia per le fluttuazioni della velocità longitudinale  $u^2$ ;
- gli spettri per le fluttuazioni della concentrazione  $c$  e del trasporto turbolento dello scalare passivo  $wc$ .

### 4.1 Spettri di energia $u^2$

Nel paragrafo corrente presenteremo nella prima parte la tipologia di normalizzazione degli spettri eseguita, seguendo l'articolo [17], mentre nella seconda parte riporteremo gli spettri ricavati attraverso un processo di media temporale e successivamente di media spaziale lungo  $x$ , al fine di eliminare del rumore presente negli spettri ottenuti in maniera classica [3]. La media spaziale segue dall'ipotesi di congelamento del flusso turbolento in direzione longitudinale, in cui avremo che le variabili statistiche delle serie temporali di  $u$  rimangono inalterate lungo  $x$ . I grafici sono riportati in scala logaritmica.

---

<sup>1</sup>Nota bene: durante l'intera trattazione abbiamo utilizzato l'espressione serie o segnale discreto temporale, entrambe le terminologie coincidono.

<sup>2</sup>Tale motivo è strettamente collegato al capitolo successivo 5, difatti attraverso le curve del coefficiente di correlazione  $R$  in funzione di  $z^+$ , coordinata verticale normalizzata, che tratteremo per diversi valori di  $\lambda_{cutoff}^+$ , sarà possibile decidere la corretta lunghezza d'onda di *cutoff*.

<sup>3</sup>I suddetti spettri sono ricavati con la semplice applicazione della funzione *fft* in Matlab sul segnale discreto.

### 4.1.1 Normalizzazione eseguita sugli spettri di energia

La densità spettrale di energia (*Energy Spectral Density, ESD*)  $\phi_{uu}$  è stata normalizzata nel modo seguente:

$$ESD_{uu} = \frac{\phi_{uu} \cdot k_x}{\sigma_u^2}, \quad \text{con } k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x},$$

in cui  $k_x$ ,  $\lambda_x$  e  $\sigma_u^2$  rappresentano, rispettivamente, il numero d'onda, la lunghezza d'onda e la varianza delle fluttuazioni di velocità longitudinali.

La densità spettrale di energia normalizzata sarà rappresentata in funzione della lunghezza d'onda normalizzata  $\lambda_x^+$ , definita come:

$$\lambda_x^+ = \frac{\lambda_x \cdot u_*}{\nu} = \frac{\bar{u} \cdot u_*}{f \cdot \nu} \Rightarrow k_x^+ = \frac{2\pi \cdot u_*}{\lambda_x^+ \cdot \nu},$$

dove  $\bar{u}$ ,  $u_*$ ,  $f$  e  $\nu$  rappresentano, rispettivamente, la velocità media (locale) lungo  $x$ , la velocità d'attrito, la frequenza e la viscosità cinematica (i valori della velocità d'attrito e della viscosità cinematica sono riportati in tabella 3.1). Ricordando che, in generale, la lunghezza d'onda risulta essere l'inverso del numero d'onda, a meno di costanti moltiplicative,

$$\lambda = \frac{2\pi}{k},$$

ci aspetteremo degli spettri in cui le grandi e piccole scale saranno caratterizzate, rispettivamente, da grandi e piccoli valori di  $\lambda_x^+$ .

### 4.1.2 Spettri mediati temporalmente

In prima istanza, consideriamo il segnale discreto della velocità longitudinale  $u$ . Nello specifico, valutiamo gli spettri di  $u^2$  che, dal punto di vista fisico, rappresenta l'energia cinetica per unità di massa<sup>[4]</sup>.

La figura 4.1 mostra lo spettro di energia  $u^2$  con  $u$  presa nella stazione  $x3 = 0.204 m$ , per  $y = 0 m$  e  $z = 0.030 m$ <sup>[5]</sup>. Inoltre, è possibile notare una linea verticale in corrispondenza del valore del Reynolds d'attrito, questo, come vedremo nel cap.5, sarà il valore  $\lambda_x^+$  di *cutoff* selezionato per separare le grandi e piccole scale turbolente.

Nel dettaglio, il processo di media temporale consiste nel dividere il segnale in cinque sottosegnali, si calcolano gli spettri su ciascuno di essi ed infine si passa a mediare quest'ultimi tra loro.

Il processo di media, in seguito, è stato condotto anche su sette e otto finestre temporali per poter ridurre maggiormente il rumore.

<sup>4</sup>Semplice verifica dimensionale:

$$[u^2] = \frac{[L^2]}{[T^2]} \Rightarrow \frac{\text{energia cinetica}}{\text{massa}} = \frac{[L/T^2 \cdot M \cdot L]}{[M]} = \frac{[L^2]}{[T^2]}.$$

<sup>5</sup>Indicheremo con  $z^+$  la normalizzazione della coordinata  $z$ , definita come:

$$z^+ = \frac{z \cdot u_*}{\nu}.$$

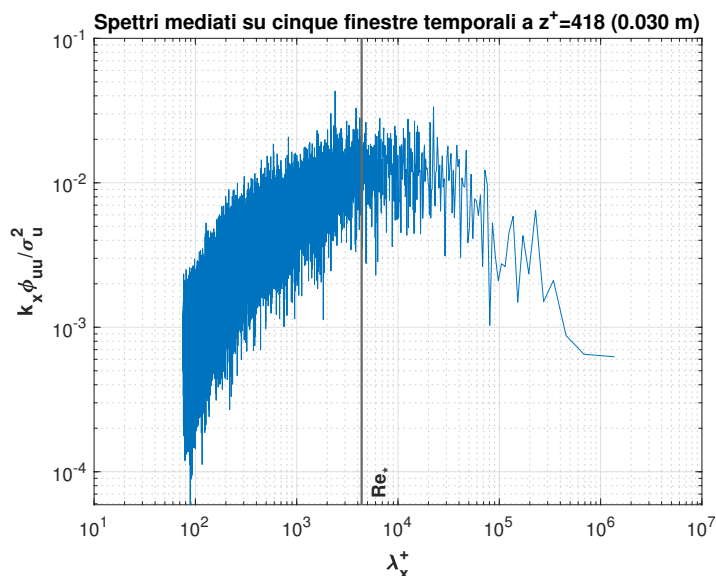


Figura 4.1: Spettro esemplificativo di  $u^2$  mediato su cinque finestre temporali nel punto di coordinate ( $x_3 = 0.204 m$ ,  $y = 0 m$ ,  $z = 0.030 m$ ).

### 4.1.3 Spettri mediati temporalmente e spazialmente

Al fine di ridurre ulteriormente il rumore negli spettri, dall'ipotesi di flusso congelato si è pensato di mediare gli spettri di energia lungo la coordinata  $x$ . Essendo interessati a studiare i fenomeni fisici vicino alla parete, sono state scelte le tre stazioni lungo la coordinata longitudinale  $x_3 = 0.204 m$ ,  $x_4 = 0.409 m$  e  $x_5 = 0.817 m$ , le quali presentano un numero maggiore di misure lungo  $z$  a partire da  $0.030 m$ , ovvero la coordinata più vicina alla parete.

La media spaziale è eseguita nel modo seguente:

1. si prendono i dati di velocità longitudinale nelle stazioni  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$ ;
2. si cercano le coordinate  $z$  coincidenti tra le tre stazioni, che risultano essere  $z = 0.030, 0.040, 0.050, 0.055, 0.060, 0.065, 0.070, 0.075, 0.080, 0.090, 0.100, 0.110, 0.120 m$ ;
3. si calcolano gli spettri mediati su cinque (sette o otto) finestre temporali per le differenti coordinate  $z$  di ciascuna stazione;
4. si verifica l'ipotesi di flusso congelato;
5. si mediano gli spettri delle tre stazioni aventi stessa coordinata  $z$ .

Per poter verificare il punto 4., gli spettri ottenuti al punto 3. per le diverse stazioni, devono essere simili tra loro [6]. In fig.4.2, confrontiamo gli spettri derivati dal processo di media su cinque, sette, otto finestre temporali e lungo  $x$ .

<sup>6</sup>Dal punto di vista teorico gli spettri dovrebbero risultar essere perfettamente sovrapponibili, ma come ben sappiamo, nel mondo reale (e computazionale) nulla è perfettamente uguale, ma bensì simile.

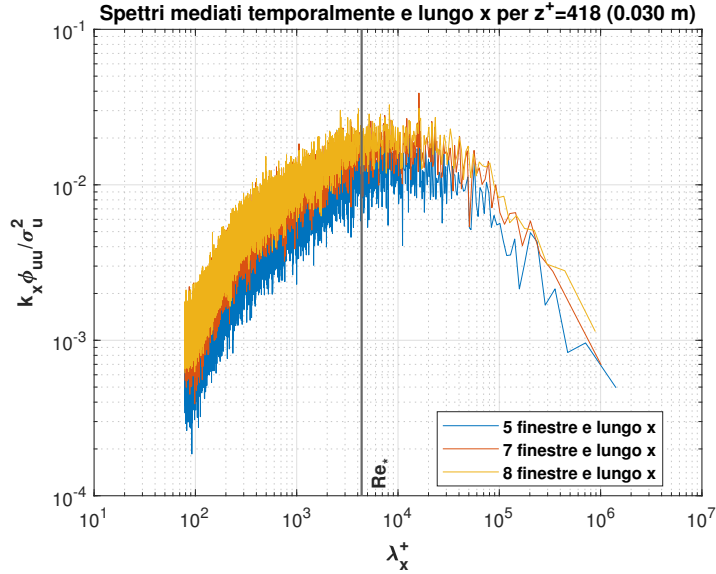


Figura 4.2: Spettri di  $u^2$  mediati temporalmente su cinque, sette, otto finestre e spazialmente lungo le coordinate longitudinali  $x_3 = 0.204 m$ ,  $x_4 = 0.409 m$  e  $x_5 = 0.817 m$  per  $z = 0.030 m$ .

A valle dei risultati in fig.4.2, è stato scelto di dividere il segnale in cinque finestre temporali in modo tale da ottenere un buon compromesso tra perdita di informazioni sulle grandi scale turbolente e pulizia degli spettri.

In fig.4.3a, è possibile osservare gli spettri di energia mediati temporalmente e spazialmente a diverse coordinate  $z$ , mentre in fig. 4.3b, è mostrato, per maggior chiarezza e a titolo esemplificativo, il solo spettro a  $z = 0.030 m$ . La traslazione dei grafici presente in fig. 4.3a è dovuta alla differente velocità media  $\bar{u}$  di ogni segnale che risulta essere dipendente da  $z$ .

Dalle fig.4.3 è possibile osservare che l'energia tende ad assumere valori bassi (fino a circa  $10^{-4}$ ) per le piccole scale (basse lunghezze d'onda), mentre tende a raggiungere un valore massimo [7] per le grandi scale a  $\simeq \lambda_x^+ = Re_*$ . Questo andamento riflette la teoria del par.2.2, in cui nella regione che corrisponde alle piccole scale (vortici con lunghezza caratteristica esigua) si ha la conversione dell'energia in calore, mentre nella regione caratterizzata dalle grandi scale (vortici con lunghezza caratteristica elevata) si ha la produzione dell'energia, quindi, le fluttuazioni di  $u$  con un maggior contenuto energetico avranno una lunghezza caratteristica  $\lambda_x^+$  dell'ordine di  $Re_*$  e maggiore a tale valore.

<sup>7</sup>Questo valore corrisponde al picco che si osserva nella regione logaritmica, definito *outer peak* in [12] e [21].

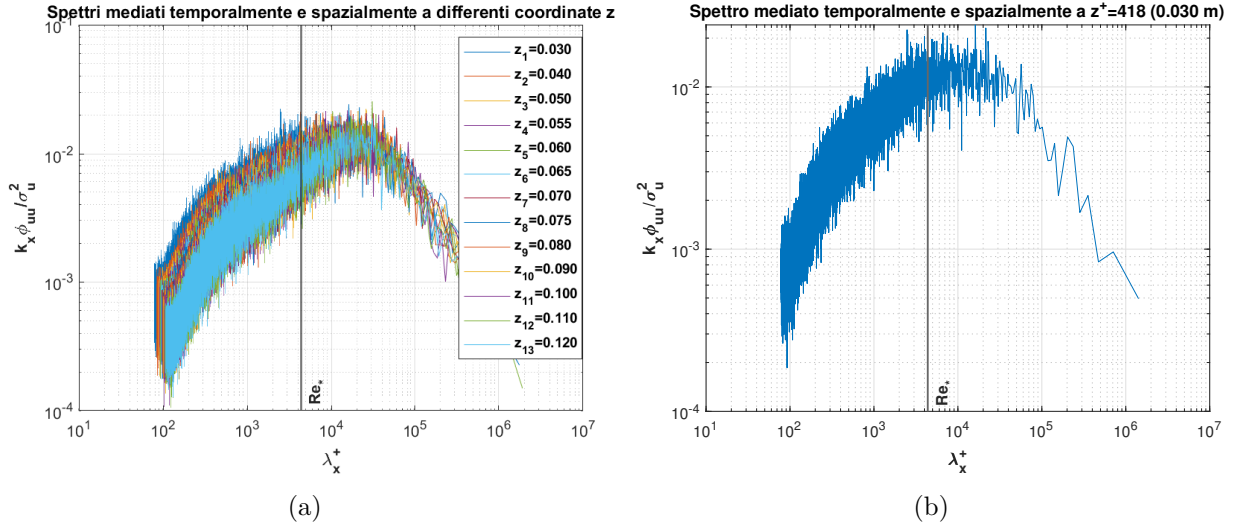


Figura 4.3: Spettri di energia di  $u$  normalizzati, mediati spazialmente e temporalmente su cinque finestre. Gli spettri sono riportati: (a) per differenti coordinate normali alla parete  $z$ ; (b) per  $z = 0.030$  m. La linea verticale è in corrispondenza del valore  $Re_* = 4375$ .

## 4.2 Spettri della concentrazione e del trasporto turbolento

Nel presente paragrafo analizzeremo gli spettri della concentrazione e del trasporto turbolento mediati temporalmente su cinque finestre.

A differenza della velocità longitudinale, non potremmo condurre una media spaziale sugli spettri di  $c$  e di  $wc$  perché l'ipotesi di congelamento del flusso turbolento è valida per il solo campo di moto in direzione  $x$ , i.e.  $u$ . I grafici sono ottenuti in scala logaritmica.

### 4.2.1 Normalizzazione eseguita sugli spettri delle $c$ e $wc$

#### Concentrazione

Seguendo il procedimento illustrato nell'articolo [25], la densità spettrale  $\phi_{cc}$  è stata normalizzata come segue:

$$SD_{cc} = \frac{\phi_{cc} \cdot \delta}{\sigma_c^2},$$

in cui  $\delta$  e  $\sigma_c^2$  rappresentano, rispettivamente, l'altezza dello strato limite turbolento [8] e la varianza delle fluttuazioni di concentrazione.

#### Trasporto turbolento

In maniera analoga, seguendo la procedura nell'articolo [15], la densità spettrale  $\phi_{wc}$  è stata normalizzata nel seguente modo:

$$SD_{wc} = \frac{\phi_{wc} \cdot \delta}{\sigma_{wc}},$$

in cui  $\delta$  e  $\sigma_{wc}$  rappresentano, rispettivamente, l'altezza dello strato limite turbolento e la deviazione standard delle fluttuazioni del trasporto turbolento.

<sup>8</sup>Vedi tab. 3.1 per il corrispondente valore.

## 4.2.2 Spettri mediati temporalmente

Consideriamo i segnali discreti della concentrazione  $c$  e del trasporto turbolento  $wc$ .

In fig.4.4a, è possibile osservare gli spettri delle  $c$  mediati temporalmente su cinque finestre, per il punto di coordinate  $x_4 = 0.409 m$ ,  $y = 0 m$  e  $z = [0.030, 0.040, 0.050, 0.055, 0.060, 0.065, 0.070, 0.075, 0.080, 0.090, 0.100, 0.110, 0.120, 0.140, 0.160]m$ , mentre in fig. 4.4b, il solo spettro, nella medesima stazione  $x_4$  a  $z = 0.030 m$ . Allo stesso modo, gli spettri delle  $wc$  in fig.4.5a e in fig.4.5b sono stati scelti negli stessi punti di misura.

In questo caso, gli spettri delle fig.4.4 e fig.4.5 sono stati rappresentati in funzione di  $k\delta$ , dove  $k$  e  $\delta$  indicano, rispettivamente, il numero d'onda e l'altezza dello strato limite. Abbiamo che a alti e bassi valori di  $k\delta$  corrisponderanno, rispettivamente, le piccole e grandi scale turbolente. Per mezzo dell'equazione 4.1 per  $k_x^+(\propto k)$  e ricordando che il picco per lo spettro di energia  $u^2$  era visibile a  $\simeq \lambda_x^+ = Re_*$ , avremo il picco per  $k_x^+ \simeq 20 \Rightarrow k\delta \simeq 6$ .

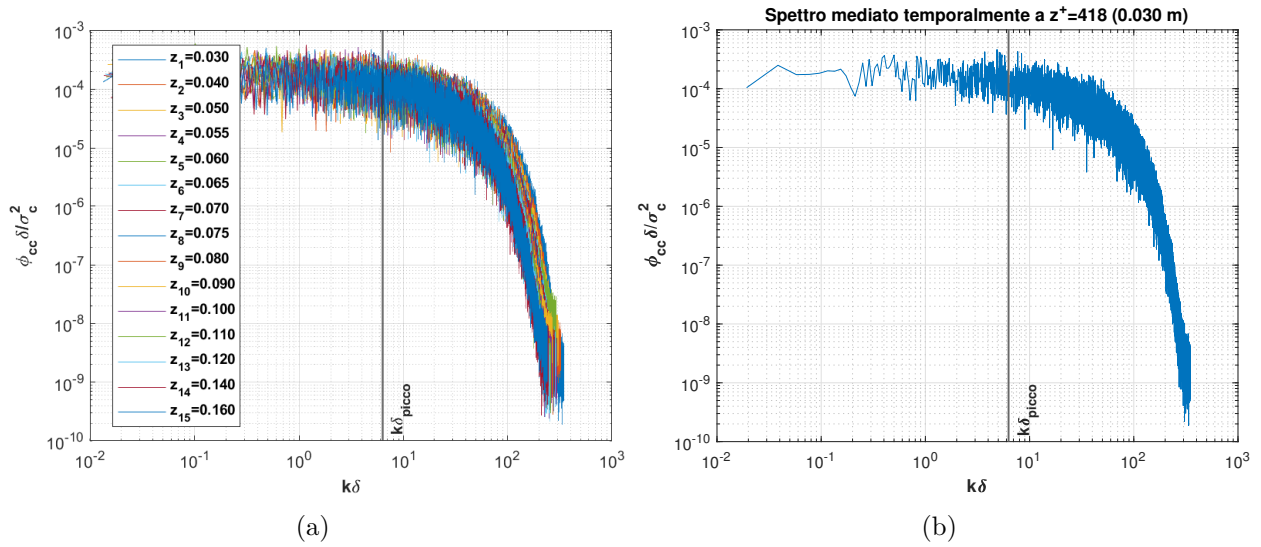


Figura 4.4: Spettri di  $c$  normalizzati e mediati temporalmente su cinque finestre temporali. I segnali  $c$  sono presi nella stazione a  $x_4$ : (a) per differenti coordinate normali alla parete  $z$ ; (b) per  $z = 0.030 m$ . La linea verticale  $k\delta_{picco}$  corrisponde al valore  $\simeq 6$ .



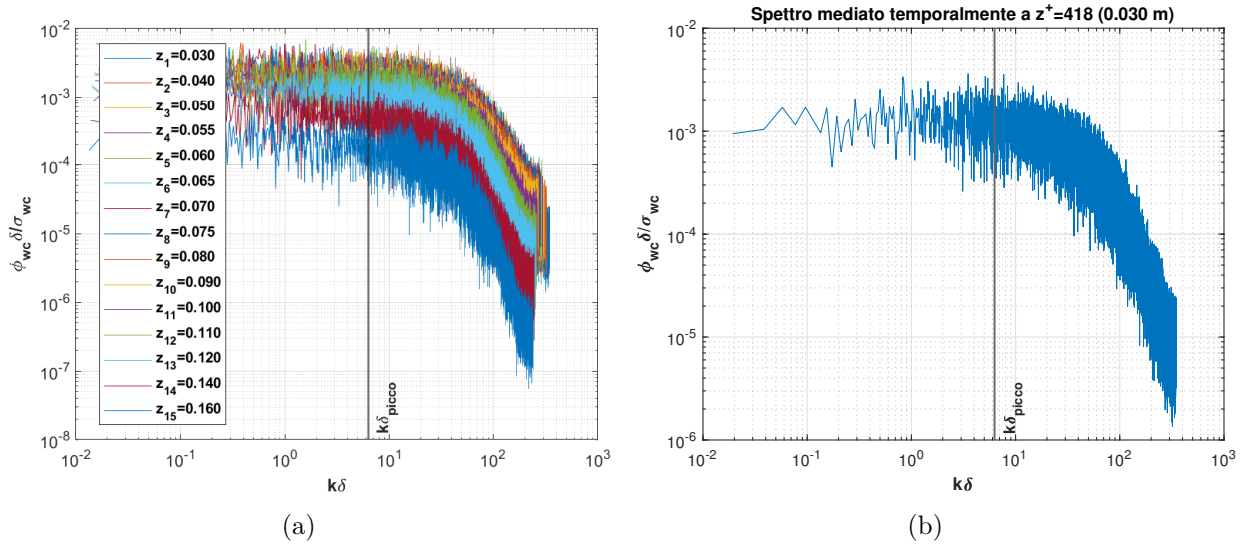


Figura 4.5: Spettri di  $wc$  normalizzati e mediati temporalmente su cinque finestre temporali. I segnali  $wc$  sono presi nella stazione a  $x4$ : (a) per differenti coordinate normali alla parete  $z$ ; (b) per  $z = 0.030$  m. La linea verticale  $k\delta_{picco}$  corrisponde al valore  $\simeq 6$ .



# Capitolo 5

## Modulazione in ampiezza: risultati

A valle del paragrafo teorico 1.4, applicheremo nel capitolo corrente il metodo della correlazione proposto in [21], affinché si possano analizzare i risultati riguardanti la modulazione in ampiezza delle grandi scale sulle piccole scale dei segnali. Come abbiamo già anticipato nel cap.4, il presente capitolo è strettamente collegato ad esso, e ci permetterà di scegliere una corretta lunghezza d'onda (o numero d'onda) di cutoff.

Dunque, sceglieremo tre possibili valori di  $\lambda_{cutoff}^+$  per poter separare le grandi e piccole scale delle fluttuazioni dei segnali completi  $u'$ ,  $c'$ ,  $w'c'$  che saranno:

- $\lambda_{cutoff}^+ = 2000 \simeq \frac{Re_*}{2} = \frac{4375}{2}$ ;
- $\lambda_{cutoff}^+ = 4000 \simeq Re_* = 4375$ ;
- $\lambda_{cutoff}^+ = 7000 \simeq 2 \cdot Re_* = 2 \cdot 4375$ .

Il capitolo consta di due sezioni in cui analizzeremo il fenomeno della modulazione in ampiezza delle grandi scale della velocità longitudinale  $u_{LS}$  sulle piccole scale:

- della velocità longitudinale stessa  $u_{SS}$ ;
- della concentrazione  $c_{SS}$  e del trasporto turbolento  $wc_{SS}$ ;

L'analisi della modulazione in ampiezza potrà essere quantificata attraverso il coefficiente di correlazione  $R$  (2.10) in funzione di  $z^+$ , coordinata  $z$  normalizzata, calcolato per i segnali nelle stazioni a  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$ . Infine, nella parte conclusiva confronteremo i risultati ottenuti con quelli ricavati nell'articolo [21].

### 5.1 Modulazione tra $u_{LS}$ e $u_{SS}$

Nel prima parte del paragrafo, raggrupperemo i grafici del coefficiente  $R$  in base alle diverse stazioni lungo  $x$  ( $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$ ) e nella seconda parte li raggrupperemo per le differenti  $\lambda_{cutoff}^+$  (2000, 4000, 7000), in modo tale da poter scegliere una corretta  $\lambda_{cutoff}^+$ . Gli andamenti di  $R$  sono ottenuti in scala logaritmica per l'ascissa  $z^+$ .

#### 5.1.1 Raggruppamento dei risultati per le stazioni lungo $x$

Il primo raggruppamento che conduciamo per le curve  $R(z^+)$  è relativo alle diverse stazioni lungo  $x$ . Le fig.5.1a, fig.5.1b e fig.5.1c mostrano gli andamenti di  $R(z^+)$  adottando, rispettivamente, una  $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ ,  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$  e  $\lambda_{cutoff}^+ = 7000$ . Nella fig.5.1 le curve presentano una diversa lunghezza, questo è dovuto al fatto che le tre stazioni constano ognuna di un'estensione diversa delle coordinate in direzione verticale alla parete. Avremo infatti che  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$  presentano, rispettivamente, un intervallo  $z = [0.030, 0.120] m$ ,  $z = [0.030, 0.160] m$  e  $z = [0.030, 0.220] m$ .

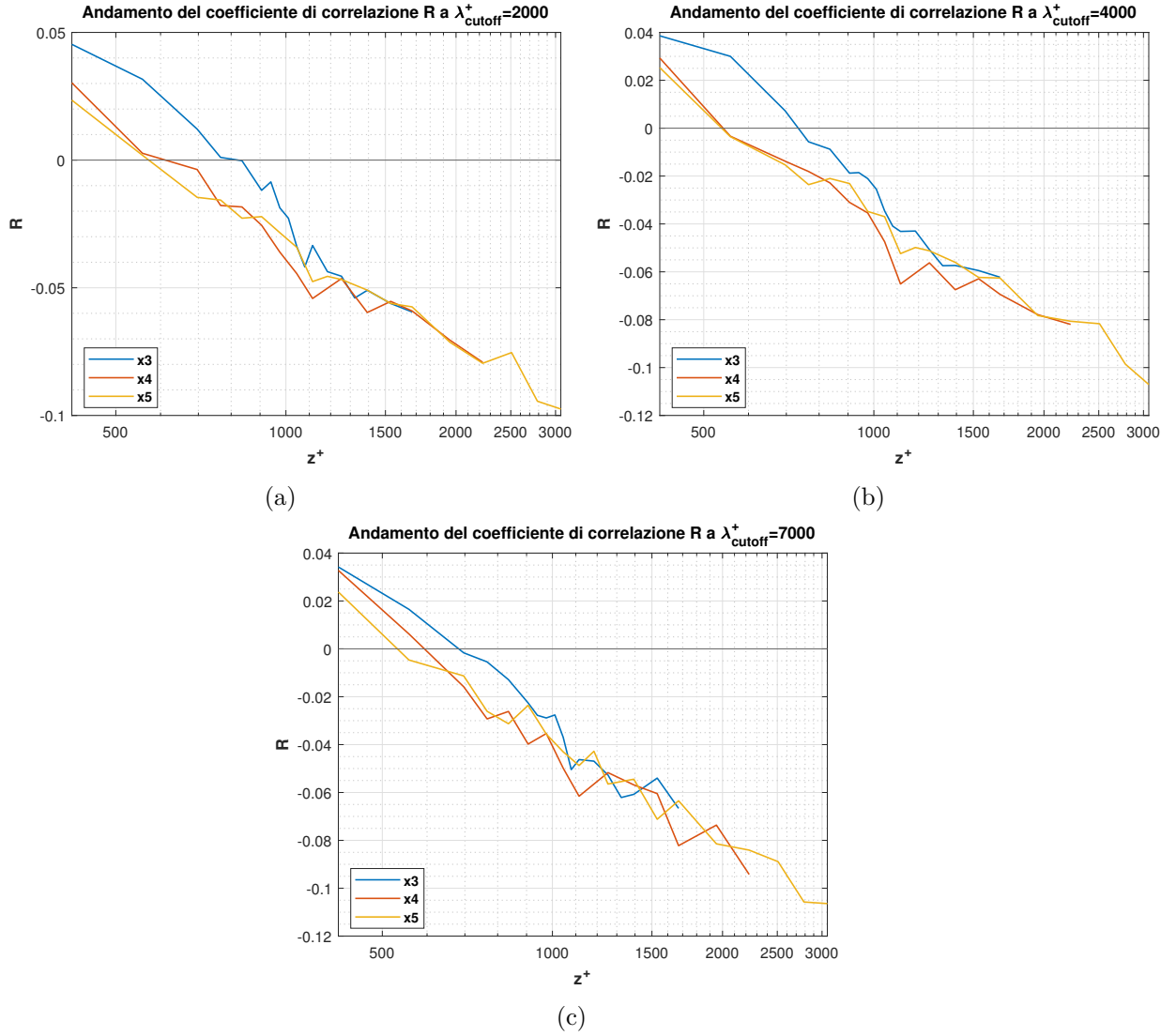


Figura 5.1: Andamento di  $R(z^+)$  per la modulazione in ampiezza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $u_{SS}$  nelle tre stazioni: (a) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ ; (b) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ ; (c) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 7000$ .

### 5.1.2 Raggruppamento dei risultati per $\lambda_{cutoff}^+$

In maniera analoga raggruppiamo le curve  $R(z^+)$  in funzione di  $\lambda_{cutoff}^+$  (2000,4000,7000).

In fig.5.2a, fig.5.2b e fig.5.2c è possibile osservare gli andamenti di  $R(z^+)$ , rispettivamente, nella stazione  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$ . Contrariamente alle fig.5.1, le curve 'esibiscono' la stessa estensione dell'ascissa  $z^+$ , essendo ogni figura riferita alla stessa stazione.

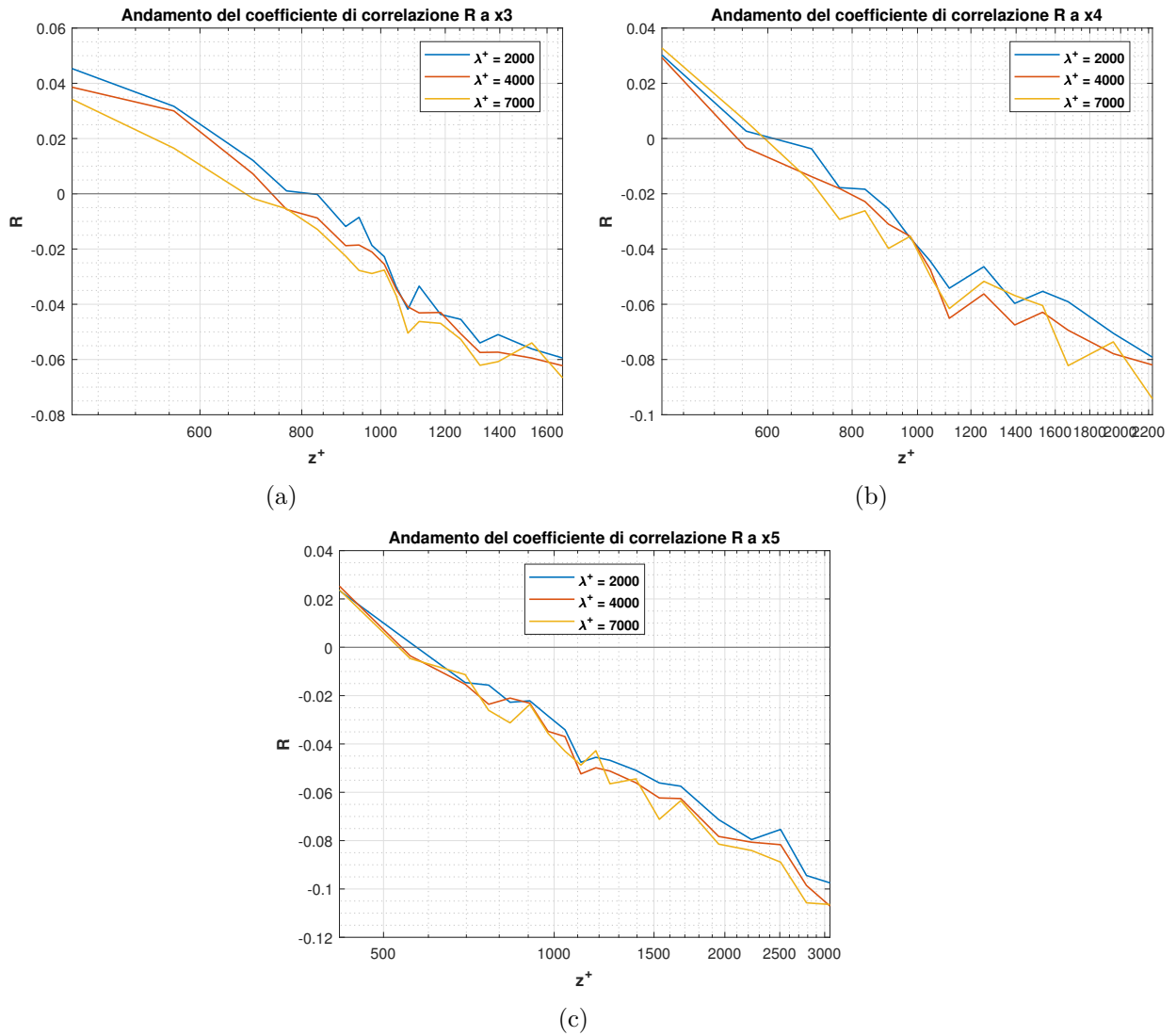


Figura 5.2: Andamento di  $R(z^+)$  per la modulazione in ampiezza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $u_{SS}$  per tre differenti  $\lambda_{cutoff}^+$ : (a) nella stazione a  $x3$ ; (b) nella stazione a  $x4$ ; (c) nella stazione a  $x5$ .

## 5.2 Modulazione in ampiezza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $u_{LS}$ e $w_{CSS}$

Similmente a quanto fatto nel paragrafo precedente (5.1), nella prima parte raggrupperemo i grafici di  $R(z^+)$  per le tre stazioni, e in seguito per le tre  $\lambda_{cutoff}^+$ . I risultati sono riportati in maniera parallela per la modulazione in ampiezza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $c_{SS}$  e  $w_{CSS}$ . I grafici sono ottenuti in scala logaritmica per l'ascissa  $z^+$ .

### 5.2.1 Raggruppamento dei risultati per le stazioni lungo $x$

Le fig.5.3a, fig.5.3b e fig.5.3c rappresentano gli andamenti di  $R$  per la modulazione delle piccole scale di concentrazione  $c_{SS}$  utilizzando, rispettivamente,  $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ ,  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$  e  $\lambda_{cutoff}^+ = 7000$ .

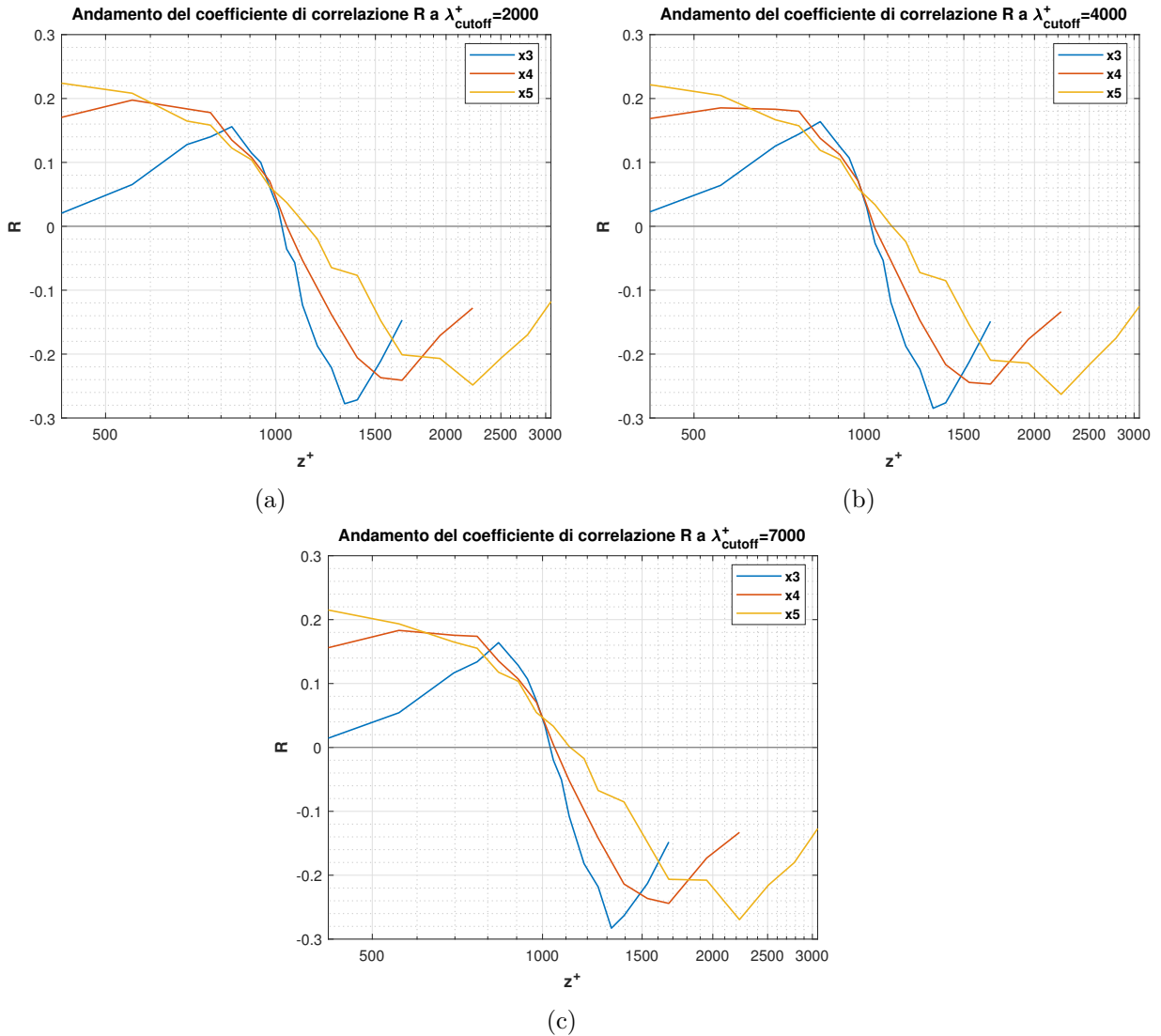


Figura 5.3: Andamento di  $R(z^+)$  per la modulazione in ampiezza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $c_{SS}$  nelle tre stazioni: (a) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ ; (b) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ ; (c) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 7000$ .

In maniera speculare, le fig.5.4a, fig.5.4b e fig.5.4c mostrano gli andamenti di  $R(z^+)$  per la modulazione delle piccole scale del trasporto turbolento  $w_{cSS}$ .

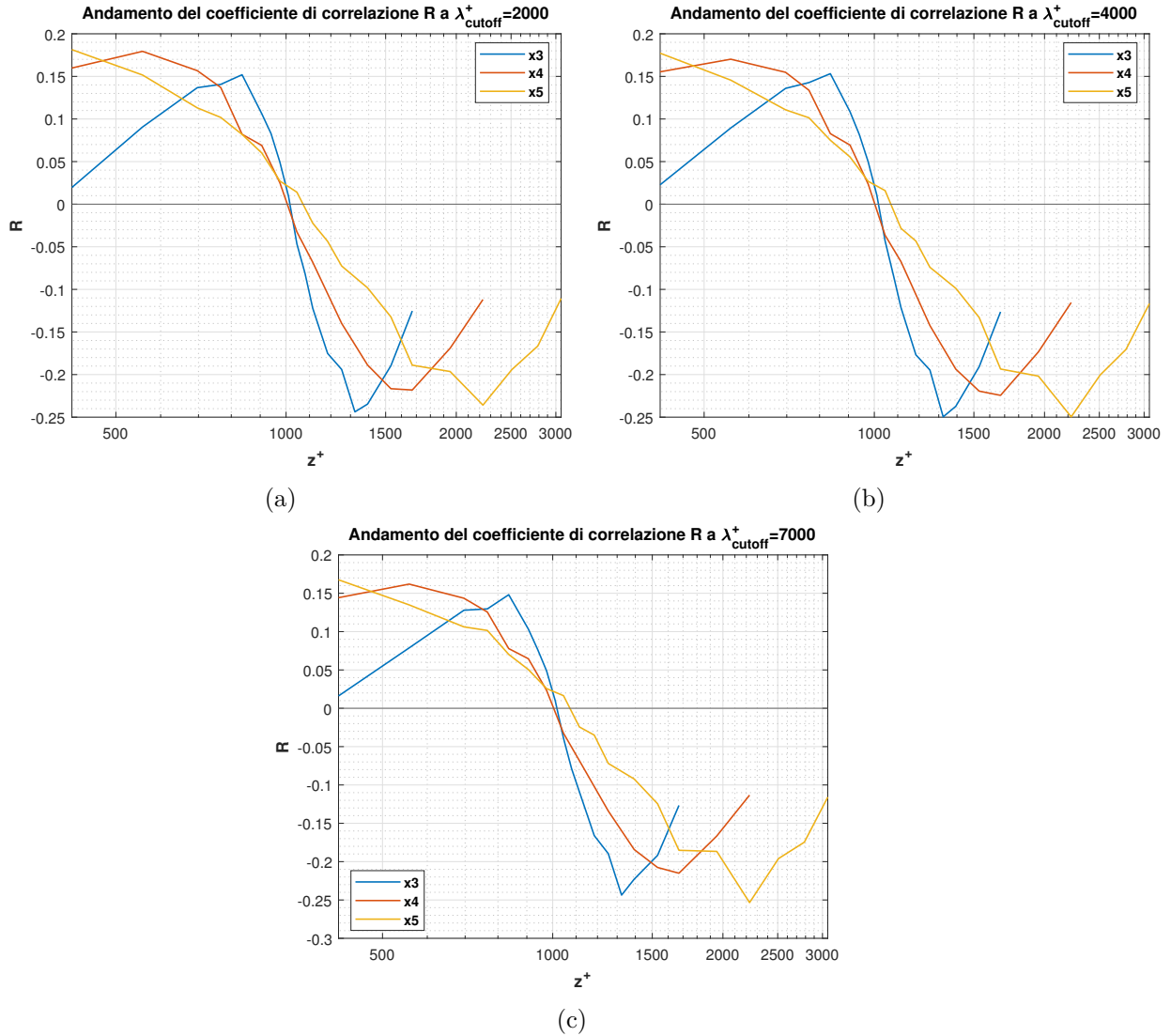


Figura 5.4: Andamento di  $R(z^+)$  per la modulazione in ampiezza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $w_{cSS}$  nelle tre stazioni: (a) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 2000$ ; (b) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ ; (c) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 7000$ .

Analogamente, possono essere dedotte le stesse considerazioni relative all'estensione lungo l'asse  $z^+$  dei grafici fatta nel par.5.1.

I massimi, i minimi e il passaggio per lo zero nelle curve di  $R$  si ottengono, rispettivamente, sotto, sopra e in corrispondenza dell'asse della sorgente. Nella zona più vicina a parete (da  $z^+ = 418$  a circa  $z^+ \simeq 900$ ), è possibile notare che nella stazione a  $x3$  si ha un leggero discostamento rispetto ai valori nelle stazioni a  $x4$  e  $x5$ . Quest'ultimo è intrinseco ai dati in  $x3$  e probabilmente legato alle misure condotte in galleria del vento e alla strumentazione.

## 5.2.2 Raggruppamento dei risultati per $\lambda_{cutoff}^+$

Le fig.5.5a, fig.5.5b e fig.5.5c mostrano le curve di  $R$ , rispettivamente, nelle stazioni  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$  per la modulazione delle piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$ , mentre nelle fig.5.6a, fig.5.6b e fig.5.6c è possibile osservare gli andamenti di  $R$  nelle rispettive tre stazioni per la modulazione delle piccole scale del trasporto turbolento dello scalare passivo  $w_{cSS}$ .

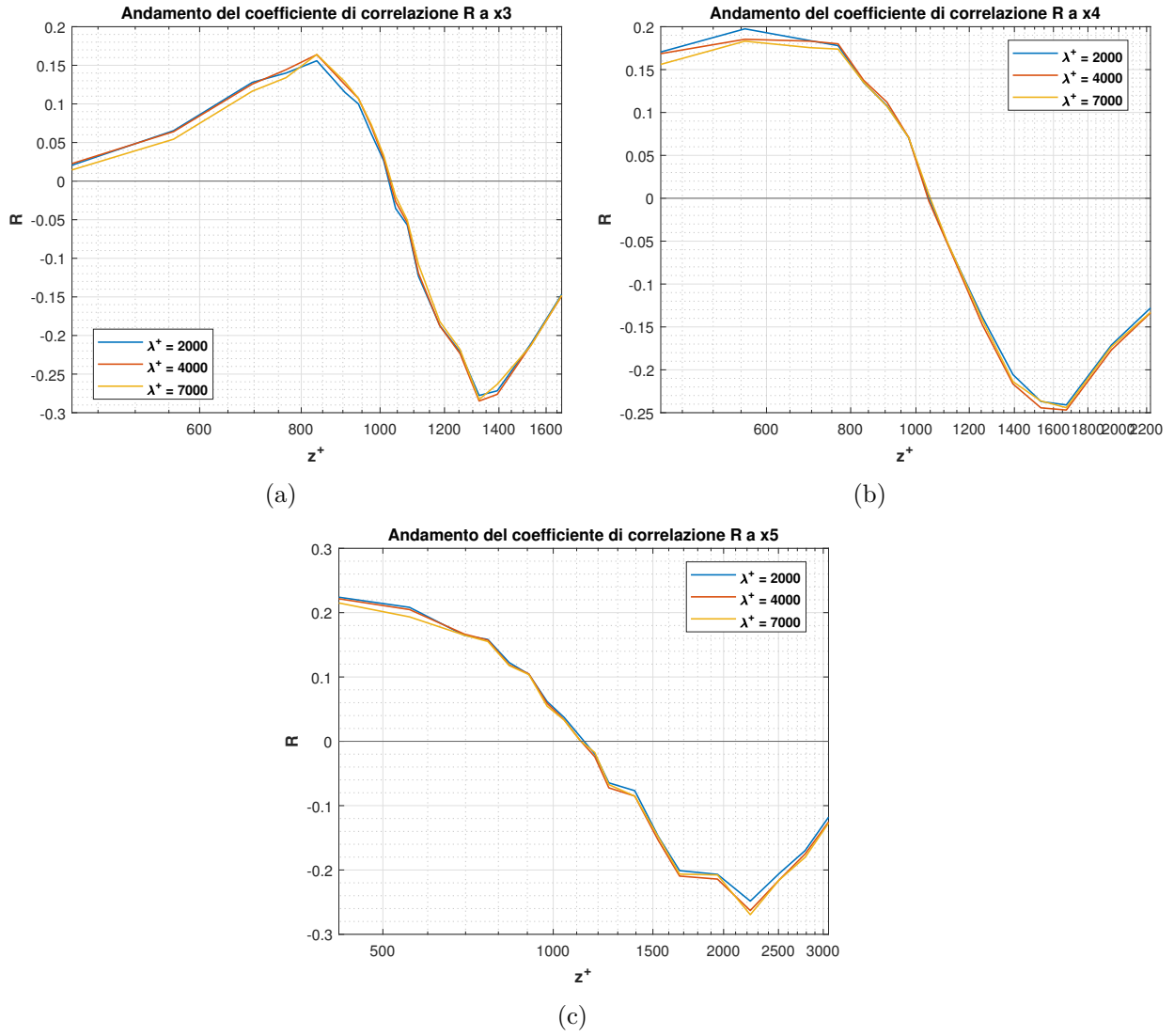


Figura 5.5: Andamento di  $R(z^+)$  per la modulazione in ampiezza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $c_{SS}$  per tre differenti  $\lambda^+_{cutoff}$  nella stazione: (a) a  $x3$ ; (b) a  $x4$ ; (c) a  $x5$ .



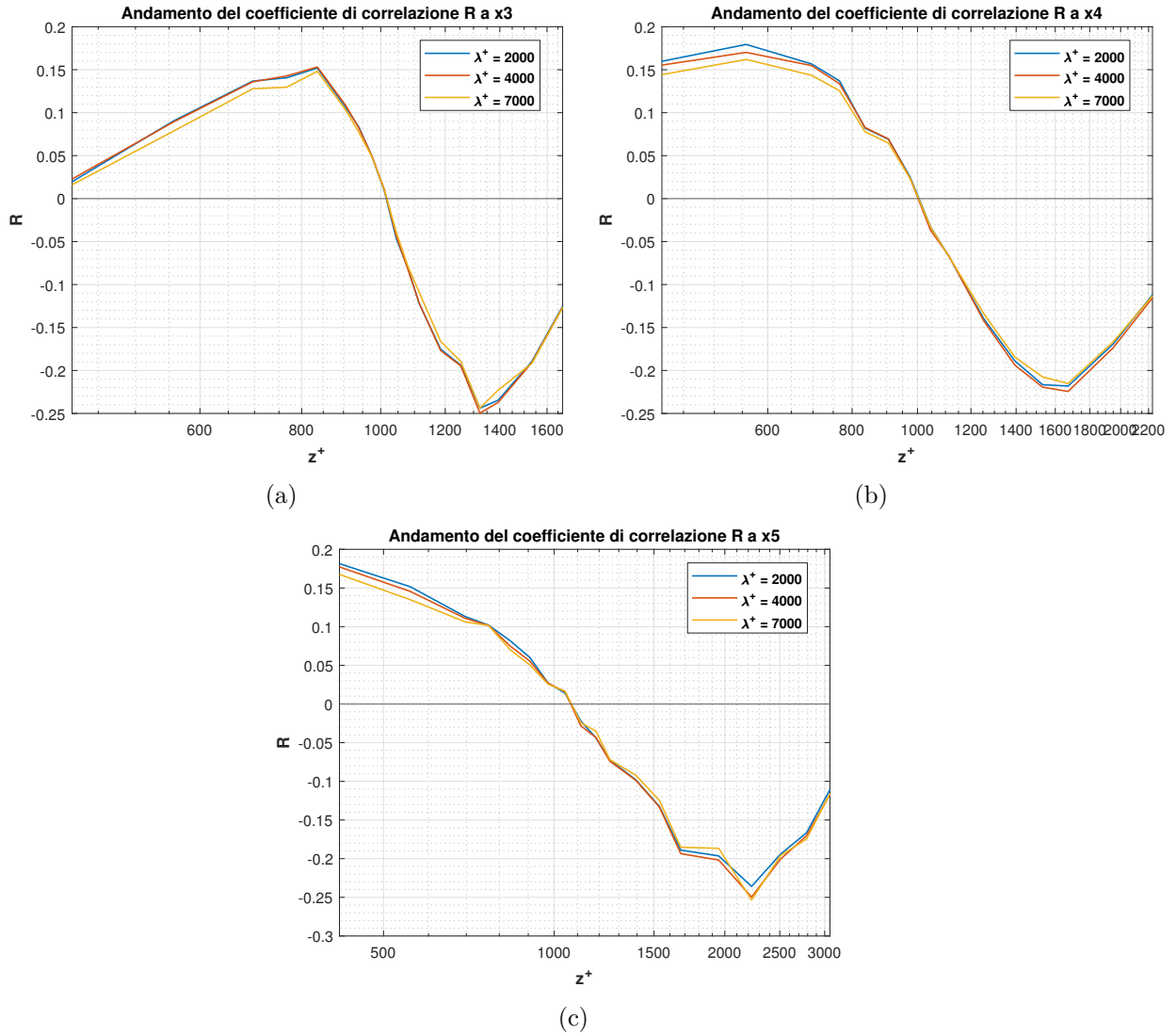


Figura 5.6: Andamento di  $R(z^+)$  per la modulazione in ampiezza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $w_{cSS}$  per tre differenti  $\lambda_{cutoff}^+$  nella stazione: (a) a  $x3$ ; (b) a  $x4$ ; (c) a  $x5$ .

## 5.3 Confronto dei risultati sulla modulazione in ampiezza (AM)

Nel presente paragrafo, confronteremo i risultati della modulazione in ampiezza da noi ottenuti con i risultati presenti nell'articolo [21]. In prima istanza, analizzando le differenti curve di  $R(z^+)$  raggruppate per  $x$  e per  $\lambda_{cutoff}^+ = 2000, 4000, 7000$ , queste risultano essere all'incirca stabili, ovvero presentano andamenti che non si discostano tra di loro. Ragion per cui, per il prosieguo della trattazione sceglieremo il valore di  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$  per la separazione delle grandi e piccole scale turbolente di  $u, c, wc$ .

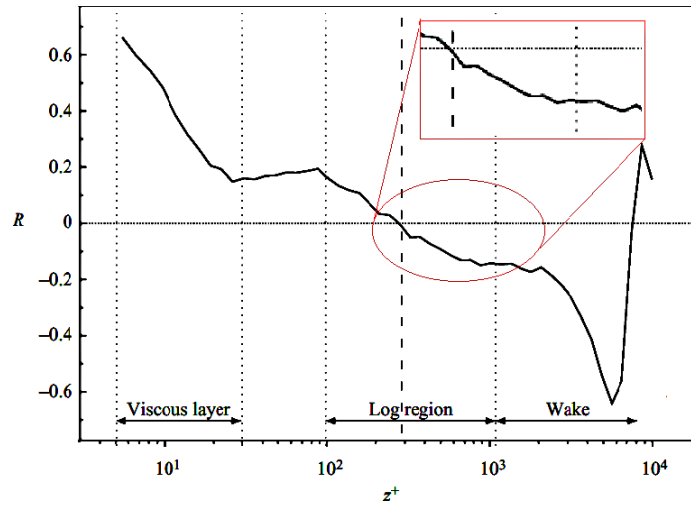
### 5.3.1 Andamento del coefficiente di correlazione $R(z^+)$ tra $u_{LS}$ e $u_{SS}$

La fig.5.7a mostra l'andamento del coefficiente di correlazione tratta dall'articolo [21]. Nella figura è presente un *focus* in rosso sulla regione di interesse. Il coefficiente in fig.5.7a è stato ricavato da dati sperimentali per uno strato limite turbolento a  $Re_* = 7300$ . La fig.5.7b riporta l'andamento del coefficiente di correlazione ottenuto per le tre stazioni  $x3, x4, x5$  con  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ . I dati sperimentali sono ricavati da uno strato limite turbolento a  $Re_* = 4375$ .

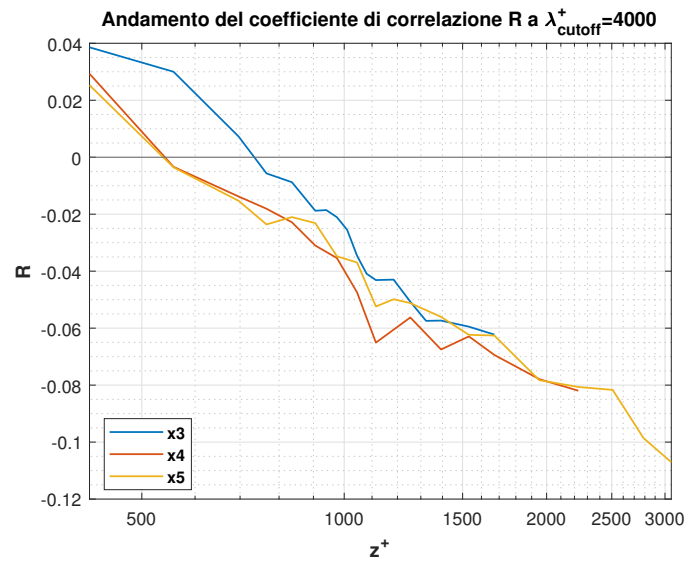
Le figure 5.7 mostrano:

- uno stesso andamento monotono decrescente all'aumentare di  $z^+$ , ovvero allontanandosi dalla regione più vicina alla parete;
- una differente coordinata  $z^+$  in cui  $R = 0$  (questo valore discrimina le regioni in cui si ha una correlazione o *non* correlazione tra le grandi scale e l'inviluppo filtrato delle piccole scale dei segnali).
  - Dalle analisi in [21],  $R(z^+) = 0$  si presenta in prossimità dell'*outer peak*, localizzato all'incirca al centro della regione logaritmica  $\rightarrow z^+ \approx 3.9Re_*^{1/2}$ ;
  - $z^+ \approx 300$  in [21] e con i dati a disposizione ci si aspetta  $z^+ \approx 260$ . Dai risultati ottenuti si osserva invece che  $z^+ \approx [550, 550, 850]$ , rispettivamente, per le stazioni  $x3, x4, x5$ , evidenziando così una traslazione di  $z_M^+$  in cui si verifica  $R = 0$ .
- valori bassi di correlazione (*non* correlazione) nei risultati ottenuti  $\rightarrow R \approx [-0.1; 0.04]$ ;

È interessante osservare dal punto di vista fisico il significato di valori positivi (negativi) del coefficiente di correlazione  $R > 0$  ( $R < 0$ ). Questi ci permettono di capire che l'energia delle piccole scale è minore per fluttuazioni negative delle grandi scale fino ai punti  $z^+ \approx [550, 550, 850]$  per le tre stazioni lungo  $x$ , mentre si osserva un comportamento invertito per  $R < 0$ , in cui l'energia delle piccole scale è maggiore per fluttuazioni negative delle grandi scale.



(a)



(b)

Figura 5.7: Andamento di  $R(z^+)$  per la modulazione in ampiezza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $u_{SS}$ : (a) tratto dall'articolo [21] per dati ottenuti da uno strato limite turbolento a  $Re_* = 7300$ ; (b) con i dati a nostra disposizione ricavati per uno strato limite turbolento a  $Re_* = 4375$ . In (b), i risultati sono ottenuti nelle tre stazioni  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$ . Le grandi e piccole scale turbolente sono separate con un filtro spettrale a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ .

### 5.3.2 Andamento del coefficiente di correlazione $R(z^+)$ tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $u_{LS}$ e $w_{CSS}$

Le fig.5.8a e fig.5.8b mostrano gli andamenti di  $R(z^+)$  per la AM delle grandi scale della velocità longitudinale  $u_{LS}$  sulle piccole scale, rispettivamente, della concentrazione  $c_{SS}$  e del trasporto turbolento  $w_{CSS}$ . I risultati delle figure sono ricavati per le tre stazioni lungo  $x$  e con i dati da uno strato limite turbolento a  $Re_* = 4375$ . Entrambe le figure 5.8 le confrontiamo con i risultati della AM di  $u_{LS}$  su  $u_{SS}$  in fig.5.7b.

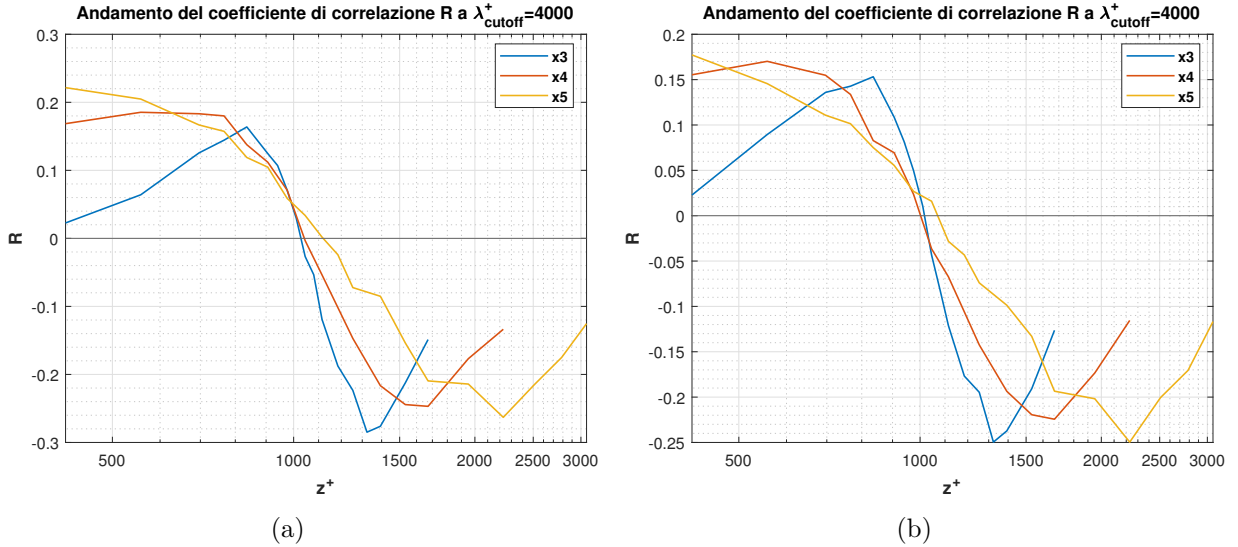


Figura 5.8: Andamento di  $R(z^+)$  per la modulazione in ampiezza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale: (a)  $c_{SS}$ ; (b)  $w_{CSS}$ . I risultati sono ottenuti nelle tre stazioni lungo  $x$ ,  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$ . Le grandi e piccole scale turbolente sono separate con un filtro spettrale a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ .

Da un confronto tra le figure 5.8 e 5.7b si notano:

- andamenti con valori che tendono mediamente a decrescere, ma presentano un massimo e un minimo rispetto alla AM su  $u_{SS}$  (fig.5.7b);
- valori in cui  $R = 0$  a circa  $z^+ = 1000$  (coordinata corrispondente all'asse della sorgente del pennacchio) per tutte e tre le stazioni lungo  $x$ , diversamente dalla AM su  $u_{SS}$  in cui  $z^+ \approx [550, 550, 850]$ ;
- valori di correlazione più grandi, ovvero massimo a  $\approx 0.2$  (minimo a  $\approx -0.25$ )  $\Rightarrow$  correlazione (*non* correlazione) più forte rispetto all'AM su  $u_{SS}$  i valori cadono nell'intervallo  $\approx [-0.1; 0.04]$ .
  - Quest'ultimo punto ci permette di capire come le grandi scale  $u_{LS}$  modulano in ampiezza maggiormente le piccole scale  $c_{SS}$  e  $w_{CSS}$  rispetto alle piccole scale  $u_{SS}$ .

In maniera analoga, è interessante osservare il significato fisico dei valori positivi o negativi del coefficiente  $R$ . In questi casi (figure 5.8) avremo una traslazione di  $z^+$  rispetto all'AM di  $u_{LS}$  su  $u_{SS}$  in cui  $R$  raggiunge lo zero. Dunque, l'energia delle piccole scale  $c_{SS}$  e  $w_{CSS}$  è minore per fluttuazioni negative delle grandi scale  $u_{LS}$  sotto l'asse del pennacchio ( $z^+ = 1000$ ), mentre si osserva un comportamento invertito sopra l'asse, in cui le energie delle piccole scale sono maggiori per fluttuazioni negative delle grandi scale.

I comportamenti evidenziati nei paragrafi 5.3.1 e 5.3.2, si dovranno riflettere, qualora si verifichi, anche per il fenomeno della modulazione in frequenza. Di conseguenza nel prossimo capitolo poniamo l'obiettivo di applicare i metodi innovativi, quali le reti complesse, al fine di valutare una possibile modulazione in frequenza nei tre casi studiati.

## Capitolo 6

# Modulazione in frequenza: risultati

Come abbiamo già anticipato nel confronto dei risultati del cap.5, ci occuperemo nel presente capitolo della valutazione del fenomeno della modulazione in frequenza. In particolare, l'obiettivo è quello di quantificare, tramite le reti complesse, la modulazione delle grandi scale di velocità  $u_{LS}$  sulle piccole scale:

- della velocità stessa  $u_{SS}$ ;
- della concentrazione  $c_{SS}$  e del trasporto turbolento dello scalare passivo  $w_{CSS}$ ;

per mezzo del  $\langle K_{np} \rangle$  definito nel par.2.4.

Prima di calcolare il  $K_{np}$ , faremo una digressione su alcune metriche dell'algoritmo Natural Visibility Graph ottenute per le fluttuazioni dei segnali completi  $u$ ,  $c$ ,  $wc$ <sup>[1]</sup>, calcolandone la funzione di densità di probabilità (*Probability Density Function, PDF*). In seguito, mostreremo gli andamenti del degree medio  $\langle K \rangle$  in funzione di  $z^+$  per i segnali completi e per le piccole scale degli stessi  $u_{SS}$ ,  $c_{SS}$ ,  $w_{CSS}$ . Attraverso un confronto di tali andamenti, questo ci permetterà di trarre delle informazioni su come poter catturare le caratteristiche delle piccole scale turbolente a partire dai segnali completi. Tali informazioni saranno utili per computare, nella parte finale del capitolo, il  $\langle K_{np} \rangle$ .

### 6.1 Funzione di densità di probabilità del link length e del degree

Nel presente paragrafo faremo uso della teoria della probabilità. Nello specifico, si determinerà la funzione di densità di probabilità, la quale ci permette di calcolare la probabilità che una variabile aleatoria continua, in questo caso il link length e il degree, assuma un valore in un determinato intervallo e che questo valore sia uguale all'area sottesa alla funzione in corrispondenza di tale intervallo.

Partiremo dalla determinazione della funzione di densità di probabilità del link length calcolato dai segnali completi di velocità longitudinale, di concentrazione e del trasporto turbolento dello scalare passivo. Ognuno di essi è calcolato con i dati nelle stazioni a  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$ . In seguito, in maniera analoga, stimeremo la funzione per il degree calcolato dai medesimi segnali completi nelle tre stazioni lungo  $x$ .

---

<sup>1</sup>Nel prosieguo della trattazione per semplicità di scrittura, le indicheremo semplicemente con il termine segnale completo.

### 6.1.1 Link length

Prendiamo in esame i segnali completi sopraccitati e per mezzo dell'algoritmo *fast<sub>NVG</sub>* [13] computiamo il relativo link length che normalizziamo secondo la definizione data nel par.2.4.

#### Segnali completi di velocità $u$

In Matlab si ottiene un vettore per ogni serie considerata contenente i valori del link length<sup>[2]</sup>. L'obiettivo è capire quanto è probabile che un valore del link length possa essere assunto.

In fig.6.1a, fig.6.1b e fig.6.1c è possibile osservare in scala logaritmica le funzioni di densità di probabilità per i segnali a differenti coordinate  $z$ , rispettivamente, nelle stazioni a  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$ . Si nota come le funzioni, nelle tre stazioni, assumano un valore massimo tra  $10^2$  e  $10^3$  e successivamente tendano ad avere un andamento decrescente all'aumentare dei valori del link length. In altre parole potremmo dire che la distanza tra due nodi connessi lontani temporalmente, ovvero che abbiano un valore elevato del link length, è meno probabile rispetto a due nodi vicini temporalmente, ovvero basso valore del link length.

Queste osservazioni vanno in accordo con la forte variabilità dei fenomeni turbolenti, i quali presentano delle fluttuazioni di diversa ampiezza nel segnale ed impediscono che un nodo sia visibile da altri nodi maggiormente distanti. Dal punto di vista numerico significa che, qualora ci fosse un collegamento tra il primo e il penultimo nodo, la distanza  $|1 - 179984| \cdot \Delta t$  è molto meno probabile che si ripresenti rispetto alla distanza tra primo e terzo nodo,  $|1 - 3| \cdot \Delta t$ <sup>[3]</sup>.

Ci aspetteremo degli analoghi risultati per i segnali di concentrazione e del trasporto turbolento.

---

<sup>2</sup>Ricordiamo che il link length misura la distanza che intercorre tra due nodi connessi del grafo del segnale.

<sup>3</sup>Teniamo presente ancora una volta dalla teoria che due nodi vicini (e.g. primo e secondo, quarto e quinto) sono sempre visibili tra di loro e quindi avranno un collegamento.

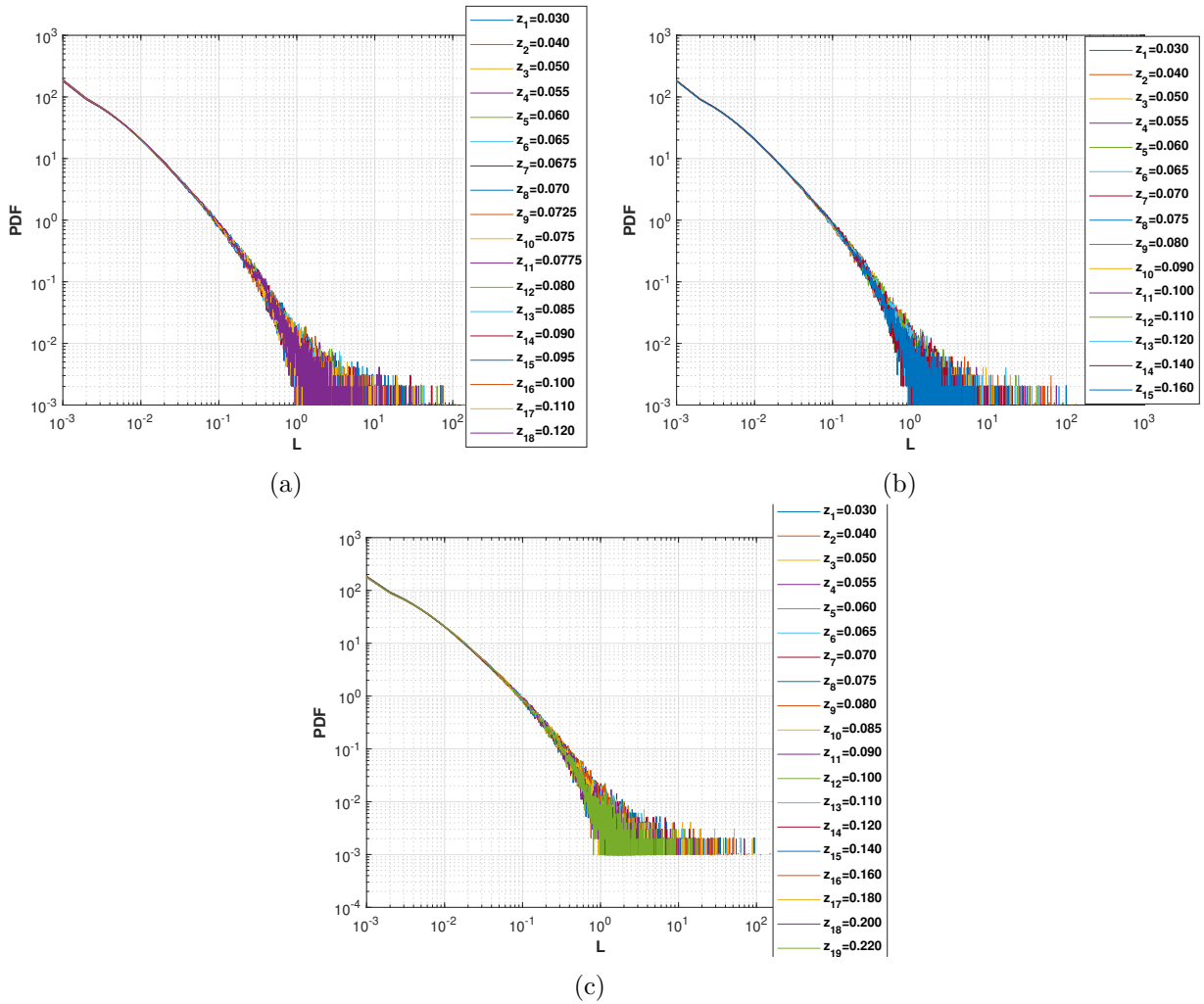


Figura 6.1: PDF del link length per i segnali di velocità  $u$  lungo le coordinate normali a parete  $z$  nella stazione a: (a)  $x_3$ ; (b)  $x_4$ ; (c)  $x_5$ .

### Segnali completi di concentrazione $c$ e del trasporto turbolento dello scalare passivo $wc$

Seguendo lo schema del paragrafo precedente, computiamo quanto siano probabili i valori del link length estratti dai segnali di concentrazione e del trasporto turbolento dello scalare passivo nelle tre stazioni lungo  $x$ . Le fig.6.2a, fig.6.2b e fig.6.2c mostrano le funzioni per i segnali  $c$ , rispettivamente, nelle stazioni a  $x_3$ ,  $x_4$  e  $x_5$ . In maniera speculare in fig.6.3a, fig.6.3b e fig.6.3c è possibile osservare le funzioni per i segnali  $wc$ , rispettivamente, nelle stazioni a  $x_3$ ,  $x_4$  e  $x_5$ . Le suddette figure sono rappresentate in scala logaritmica.

In pieno accordo con i segnali di velocità  $u'$ , si osservano degli andamenti simili. Per le funzioni si notano dei trend decrescenti, a partire da valori di  $10^2 - 10^3$ , all'aumentare del link length. È da evidenziare che, in tutti e tre i casi  $u$ ,  $c$ ,  $wc$ , il link length assume come valore minimo  $10^{-3}$ . Questo segue dalla teoria e da come è strutturato il Natural Visibility Graph: ogni nodo ha minimo un collegamento, il primo vicino, perciò  $|i - j| \cdot \Delta t = |1 - 2| \cdot 1/1000 = 10^{-3}$ .

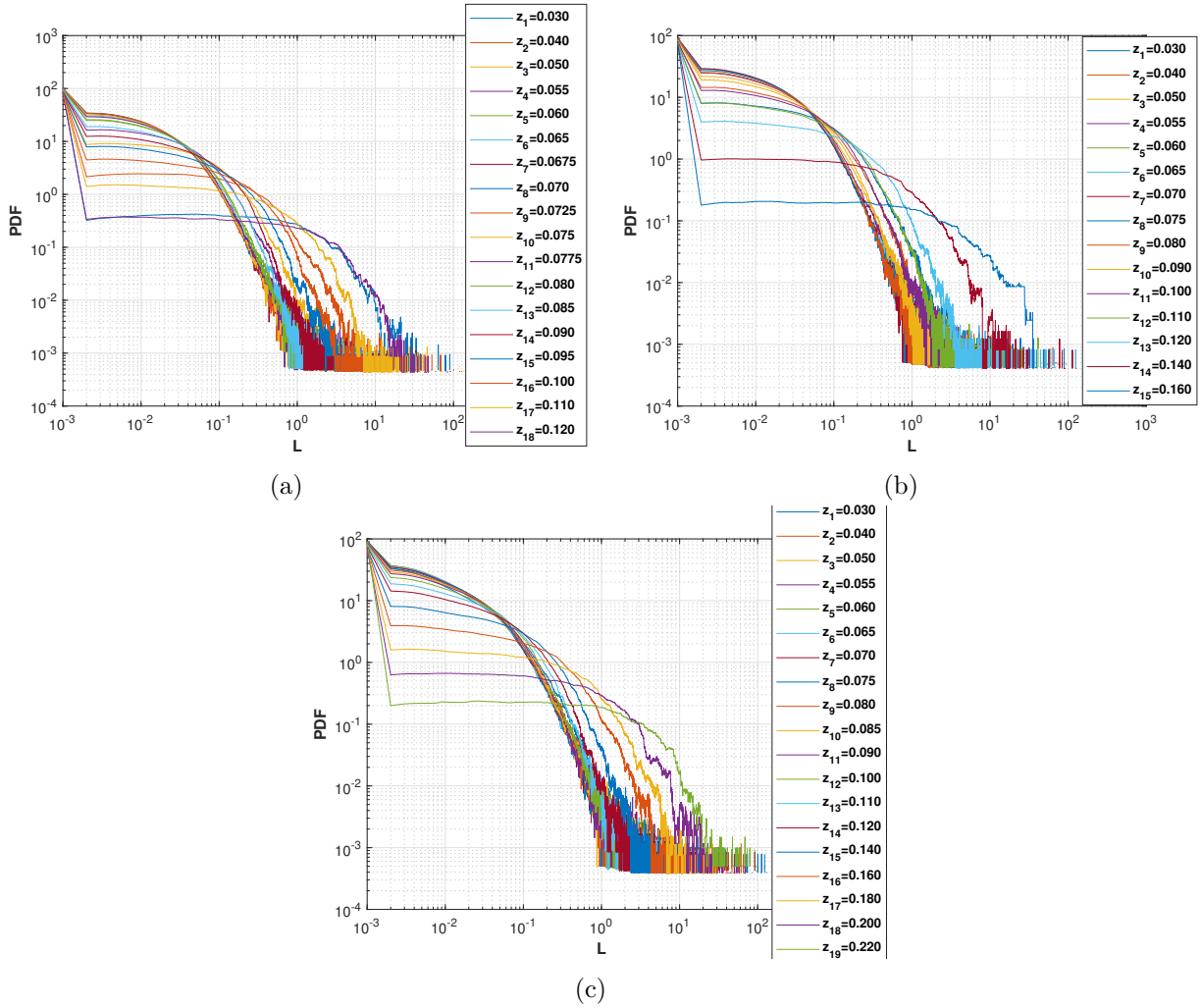


Figura 6.2: PDF del link length per i segnali di concentrazione  $c$  lungo le coordinate normali a parete  $z$  nella stazione a: (a)  $x_3$ ; (b)  $x_4$ ; (c)  $x_5$ .



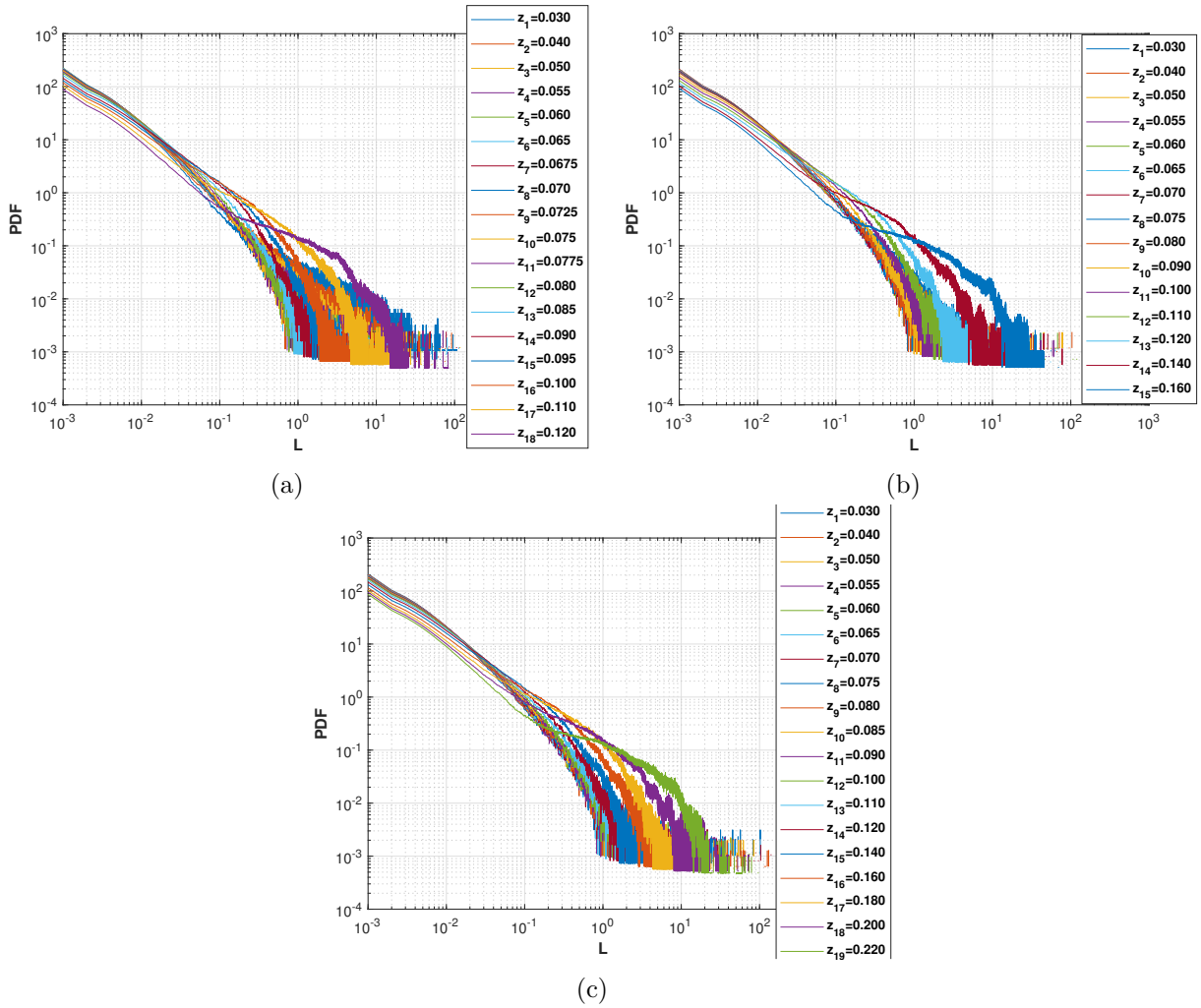


Figura 6.3: PDF del link length per i segnali del trasporto turbolento  $wc$  lungo le coordinate normali a parete  $z$  nella stazione a: (a)  $x_3$ ; (b)  $x_4$ ; (c)  $x_5$ .

## 6.1.2 Degree

Similmente a quanto fatto per il link length, calcoliamo le funzioni di densità di probabilità per i degree definiti nel par.2.4 e estratti dai tre segnali  $u$ ,  $c$ ,  $wc$  nelle stesse stazioni lungo  $x$ .

### Segnali completi di velocità $u$

Il degree misura il numero di collegamenti che un nodo  $i$  possiede. In fig.6.4a, fig.6.4b e fig.6.4c vengono rappresentate le funzioni di densità di probabilità per i valori di degree ottenuti dai segnali  $u$ , rispettivamente, nella stazione a  $x_3$ , a  $x_4$  e a  $x_5$ . I grafici sono ricavati in scala semilogaritmica. Le funzioni partono da un valore iniziale di circa  $10^{-5}$  e presentano un trend crescente per  $k_i$  nell'intervallo  $[1, 20]$  fino a raggiungere un picco di circa  $10^{-1}$ . Successivamente si osserva un andamento decrescente all'ulteriore aumento del  $k_i$  fino a giungere al valore iniziale  $10^{-5}$ . Questo ci permette di affermare che un numero di collegamenti, per un singolo nodo  $i$ , compreso tra 1 e circa 20, è molto più probabile che si verifichi rispetto a un numero elevato degli stessi. In particolare, essendo che il picco della funzione si ottiene a  $\simeq k_i = 20$ , i valori di  $k_i$  nell'intorno di 20 si verificano maggiormente. Anche in questo caso, come per il link length, le osservazioni rispettano la fenomenologia della turbolenza.

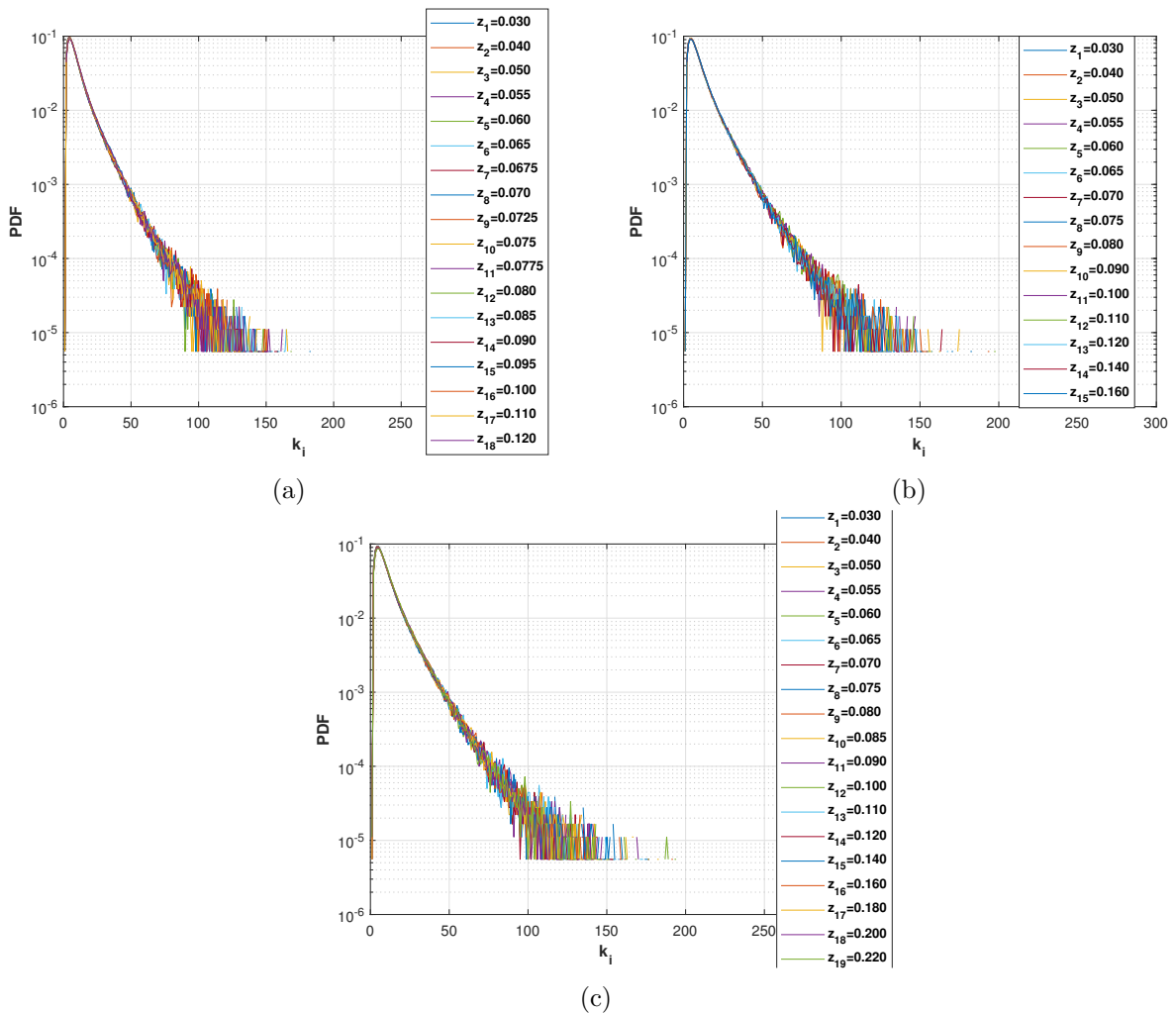


Figura 6.4: PDF del degree per i segnali di velocità  $u$  lungo le coordinate  $z$  nella stazione a: (a)  $x_3$ ; (b)  $x_4$ ; (c)  $x_5$ .

**Segnali completi di concentrazione  $c$  e del trasporto turbolento dello scalare passivo  $wc$** 

Seguendo il paragrafo precedente, valutiamo la probabilità che i valori del degree, per i segnali di concentrazione e del trasporto turbolento nelle tre stazioni, possano assumere. Le fig.6.5a, fig.6.5b e fig.6.5c riportano le funzioni di densità di probabilità per i segnali  $c$ , rispettivamente, nella stazione a  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$ , mentre le fig.6.6a, fig.6.6b e fig.6.6c mostrano le funzioni per i segnali  $wc$ , rispettivamente, nelle medesime tre stazioni. Le fig.6.5 e fig.6.6 sono rappresentate in scala logaritmica. Si notano degli andamenti analoghi ai segnali  $u$ : crescente fino a toccare un picco di circa  $10^{-1}$  in corrispondenza di  $k_i \simeq 20$  e successivamente decrescente fino al valore di  $\simeq 10^{-5}$ . Dunque, potremmo affermare che, anche in questo caso, un numero di collegamenti pari  $\simeq 20$  è il valore che si verifica maggiormente.

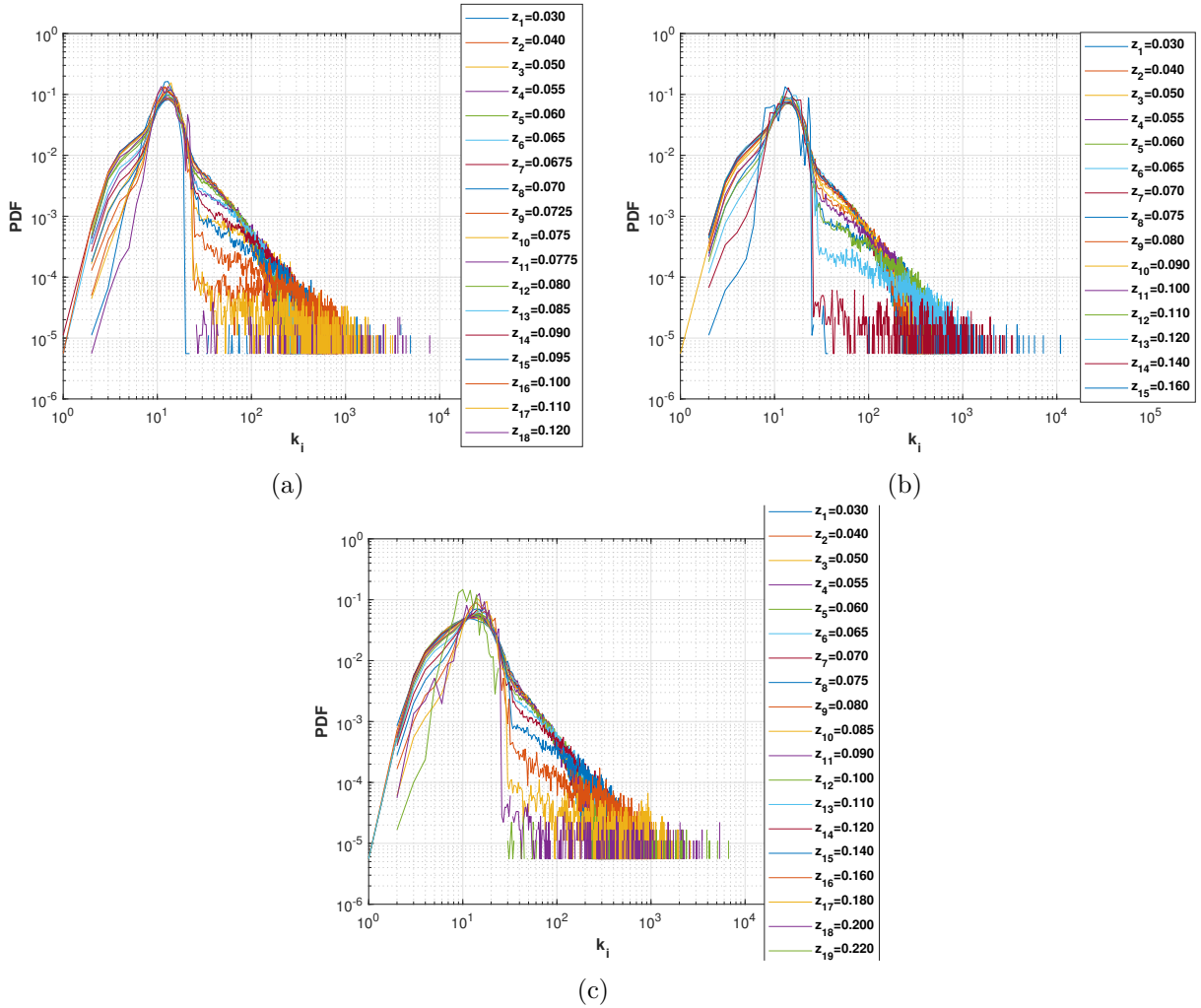


Figura 6.5: PDF del degree per i segnali di concentrazione  $c$  lungo le coordinate  $z$  nella stazione a: (a)  $x_3$ ; (b)  $x_4$ ; (c)  $x_5$ .

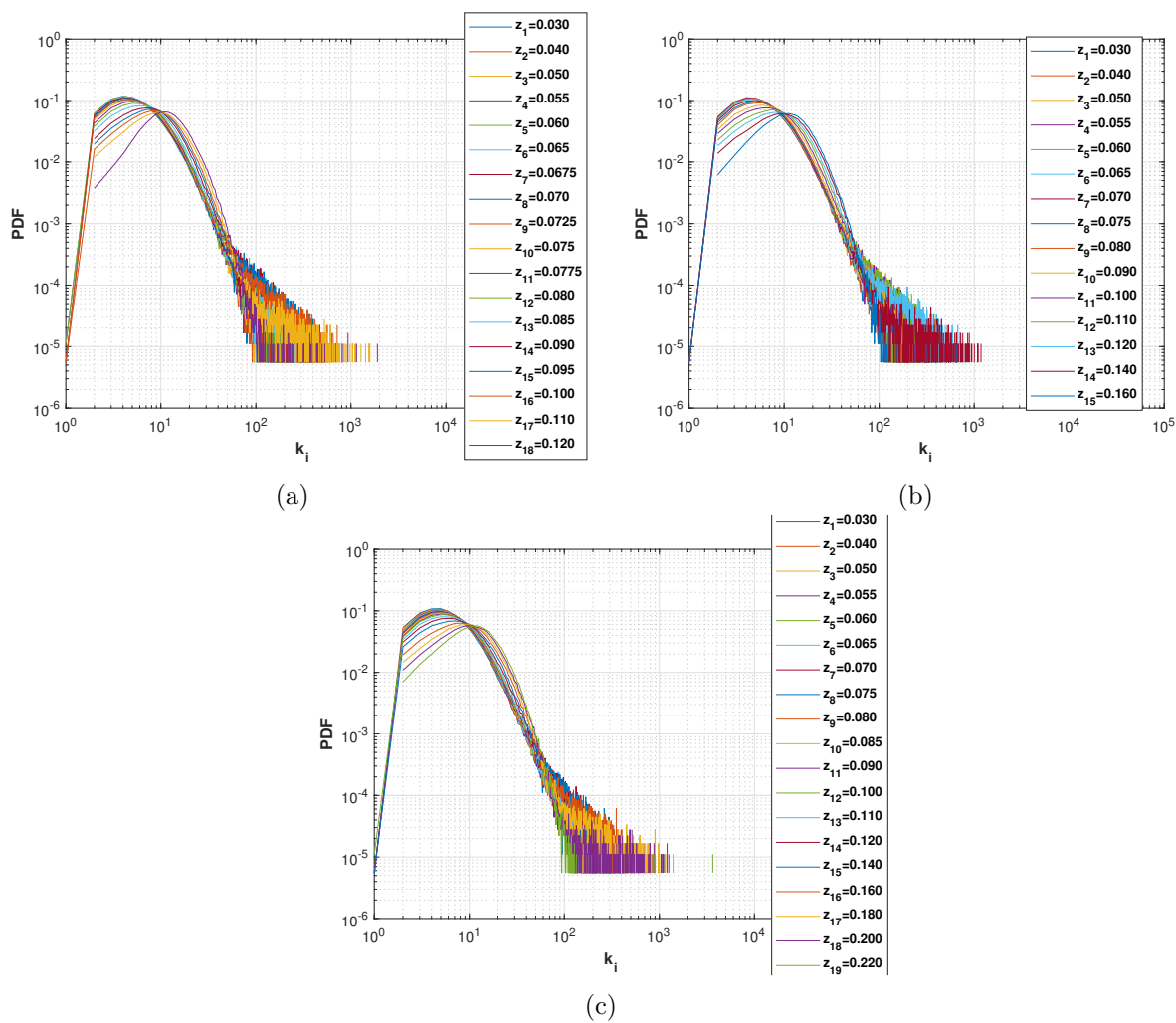


Figura 6.6: PDF del degree per i segnali del trasporto turbolento  $wc$  lungo le coordinate  $z$  nella stazione a: (a)  $x3$ ; (b)  $x4$ ; (c)  $x5$ .

## 6.2 Relazione tra i $\langle K \rangle$ dei segnali completi e delle piccole scale

Come abbiamo descritto nel par.2.4, l'average degree risulta essere una metrica globale rappresentativa dell'intero grafo e permette di comprendere il livello di convessità della serie temporale in esame. Nello specifico, più sono alti i valori di  $\langle K \rangle$  e maggiore è la convessità della serie, viceversa per  $\langle K \rangle$  bassi. Perciò, l'average degree risulta essere strettamente legato alla struttura locale della serie. Le rapide fluttuazioni dei segnali portano ad avere bassa visibilità tra i nodi e, conseguentemente, bassi valori del degree (locale)  $k_i$  e dei  $\langle K \rangle$  [32].

Passando al nostro caso di studio, ovvero segnali ottenuti da flussi turbolenti, questi presentano rapide variazioni nella loro struttura locale che sono governate principalmente dalle alte frequenze (i.e. basse lunghezze d'onda). Ricordando il par.4.1.3 relativo agli spettri, osserviamo che le basse lunghezze d'onda (o alti  $k$ , numeri d'onda) sono legate alle piccole scale turbolente. Dunque intercorrere una relazione tra gli spettri delle piccole scale e l'average degree dei segnali [17].

### 6.2.1 Segnali di velocità

Focalizzando l'attenzione sulle piccole scale in fig.4.3b ( $\lambda_x^+ < Re_*$ ), si osserva un'importante decrescita dell'energia spettrale (si passa da valori di  $\simeq 10^{-2}$  a  $\simeq 10^{-3} \div 10^{-4}$ ) al diminuire della lunghezza d'onda (i.e. all'aumentare delle frequenze). Questa diminuzione indica che il segnale tende ad essere localmente più *liscio* [17]. Conseguentemente ci si aspetta una maggiore visibilità tra i nodi che porta ad avere un valore elevato di  $\langle K \rangle$ . Considerando gli spettri per tutte le coordinate verticali  $z^+$  in fig.4.3a, si osserva un analogo comportamento. Questi assumono all'incirca gli stessi ordini di grandezza, ragion per cui avremo  $\langle K \rangle$  che tenderà a crescere quanto più il segnale è liscio localmente (i.e. tanto più sono bassi i valori dell'energia spettrale). In fig.6.7 è possibile osservare

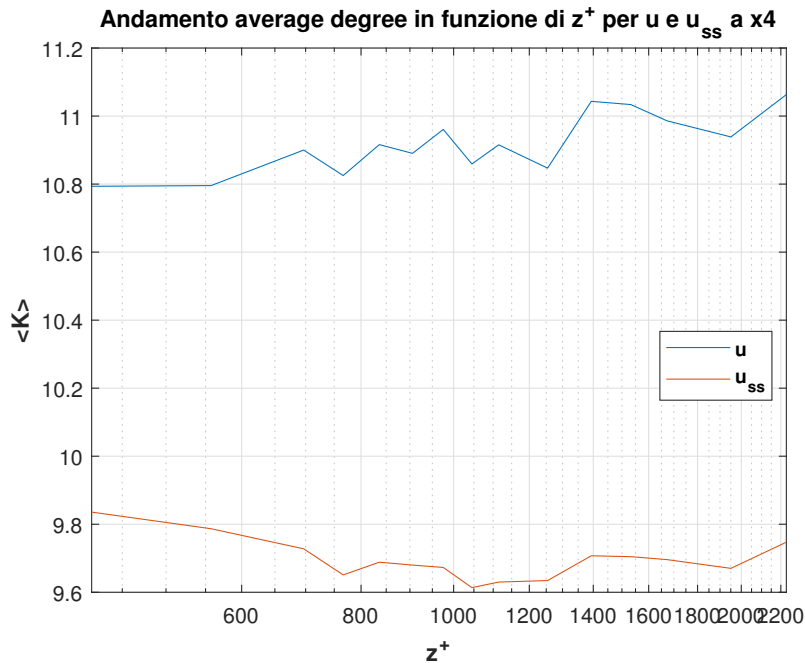


Figura 6.7: Andamento dell'average degree  $\langle K \rangle$  in funzione della coordinata  $z^+$ , costruito tramite il Natural Visibility Graph del segnale completo della velocità longitudinale  $u$  (in blu) e del segnale delle piccole scale della velocità longitudinale  $u_{ss}$  (in rosso).

l'andamento di  $\langle K \rangle$  costruito dal segnale completo  $u$  preso nella stazione a  $x4$  (in blu) in funzione di  $z^+$ . Come ci si attendeva, il trend segue l'andamento dell'energia spettrale delle piccole scale (per tutte le coordinate  $z$ ) descritto sopra, in cui abbiamo quindi una crescita di  $\langle K \rangle$  parallelamente a una decrescita dell'energia degli spettri. Poniamo l'attenzione sul fatto che il  $\langle K \rangle$  per ogni  $z^+$  tiene

in conto l'effetto di tutte le scale turbolente del segnale temporale.

Considerando le sole piccole scale del segnale,  $u_{SS}$ , e costruendo il relativo  $\langle K \rangle$ , ci aspetteremo un analogo comportamento (in rosso in fig.6.7). Difatti in fig.6.7 i due trend di  $\langle K \rangle$  per il segnale completo (in blu) e delle piccole scale (in rosso) sono simili (il discostamento si riscontra quando ci troviamo lontano dalla parete [17], in questo caso, essendo a cavallo della zona logaritmica, si registra perciò questa leggera differenza numerica tra i due trend.).

A valle dei risultati ottenuti, ovvero un comportamento di  $\langle K \rangle$  per i segnali completi e delle piccole scale in accordo con gli andamenti degli spettri di energia riferiti alle piccole scale, questi indicano che il degree è in grado di catturare le caratteristiche delle piccole scale turbolente direttamente dal segnale completo. Perciò, nella valutazione della modulazione in frequenza tramite il  $\langle K_{np} \rangle$  (degree ratio), utilizzeremo l'average degree del segnale  $u$ .

## 6.2.2 Segnali di concentrazione e del trasporto turbolento dello scalare passivo

Seguendo lo schema del paragrafo precedente, analizzeremo dapprima gli spettri delle piccole scale ricavati per  $c$  e  $wc$  e successivamente tratteremo  $\langle K \rangle$  in funzione di  $z^+$  valutando se sia possibile, anche in questi casi, far uso dell'average degree nella definizione di  $\langle K_{np} \rangle$ .

### Relazione tra gli spettri alle piccole scale e average degree

Le fig.4.4b e fig.4.5b mostrano gli andamenti degli spettri alla coordinata  $z^+ = 418$ , rispettivamente, per  $c$  e  $wc$ <sup>[4]</sup>.

Concentrando l'attenzione sulle piccole scale, valori di  $k\delta > k\delta_{picco}$  (numero d'onda \* altezza strato limite), si osservano delle forti decrescite degli spettri all'aumentare di  $k\delta$ , si passa da  $\simeq 10^{-4}$  a  $\simeq 10^{-10}$  e da  $\simeq 10^{-3}$  a  $\simeq 10^{-6}$ , rispettivamente per  $c$  e  $wc$ . I segnali di  $c$  e di  $wc$  risulteranno essere più lisci e conseguentemente dovremmo ottenere valori elevati di  $\langle K \rangle$ .

Passando a considerare gli spettri per tutte le coordinate  $z^+$  in fig.4.4a, si nota che gli spettri per  $c$  assumono gli stessi ordini di grandezza. Mentre per  $wc$  in fig.4.5a è visibile che allontanandosi dalle posizioni più vicine alla parete, gli andamenti decrescenti degli spettri diventano maggiormente importanti, dunque, avremo dei segnali via via più lisci. Quest'ultimo aspetto ci porta ad attendere dei valori dell'average degree che crescono più rapidamente all'aumentare della coordinata  $z^+$ , rispetto ai casi di  $u$  e  $c$ .

### Average degree per i segnali completi e i segnali delle piccole scale

In fig.6.8a sono riportati gli andamenti dell'average degree per il segnale completo  $c$  (in blu) e per il segnale delle piccole scale  $c_{SS}$  (in rosso). Si nota che, a differenza degli andamenti per  $u$  e  $u_{SS}$ , in questo caso i due trend appaiono molto diversi. Questo potrebbe essere legato al fatto che i segnali di concentrazione risultano essere molto più intermittenti<sup>[5]</sup> rispetto ai segnali di velocità, creando, così, un'elevata visibilità tra i nodi e delle complicanze metodologiche.

In fig.6.8b è possibile osservare gli andamenti dell'average degree per il segnale completo  $wc$  (in blu) e per il segnale delle piccole scale  $wc_{SS}$  (in rosso). I valori di  $\langle K \rangle$ , come ci aspettavamo, risultano avere una crescita più rapida, rispetto al caso della velocità longitudinale. Anche in questo caso, come per  $u$  e  $u_{SS}$ , gli andamenti subiscono delle lievi differenze.

In linea con l'articolo [17] e tralasciando, in un primo momento, il fenomeno dell'intermittenza della concentrazione, si è optato di proseguire, per il calcolo di  $\langle K_{np} \rangle$ , utilizzando l'average degree dei segnali completi.

<sup>4</sup>Ricordiamo che risultano essere gli spettri calcolati per i segnali presi nella stazione  $x4$ .

<sup>5</sup>Alternanza di valori nulli e valori diversi da zero nel segnale.

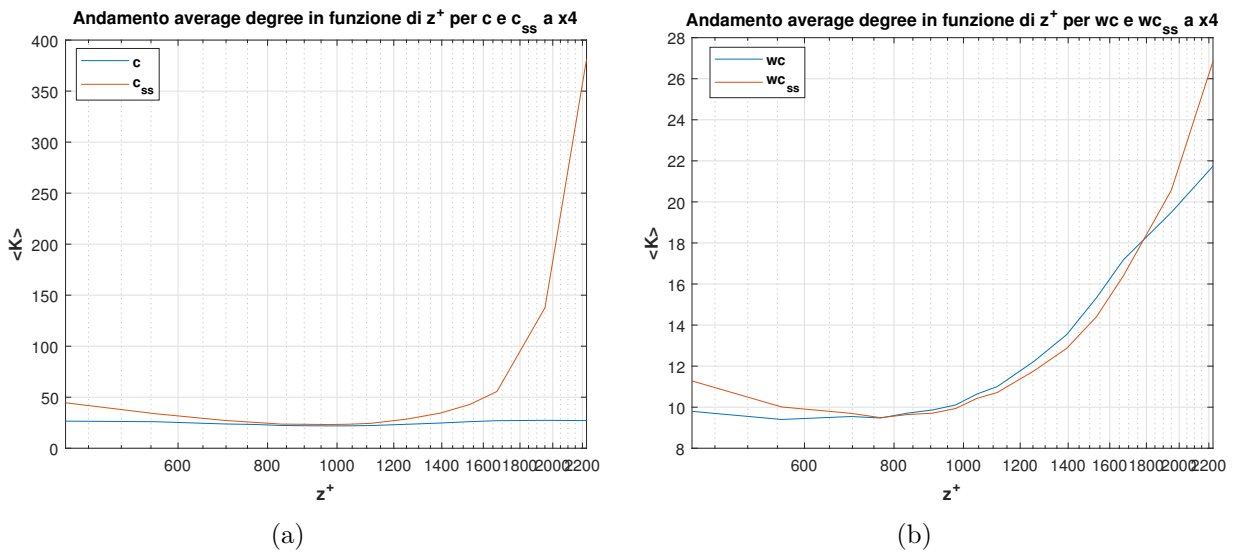


Figura 6.8: Andamento dell'average degree  $\langle K \rangle$  in funzione della coordinata  $z^+$ , costruito tramite il Natural Visibility Graph: (a) del segnale completo della concentrazione  $c$  (in blu) e del segnale delle piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$  (in rosso); (b) del segnale completo del trasporto turbolento  $wc$  (in blu) e del segnale delle piccole scale del trasporto turbolento  $wc_{SS}$  (in rosso).

### 6.2.3 Average degree dei segnali completi nelle stazioni $x_3$ , $x_4$ , $x_5$

Per completare questa prima parte dell'analisi e per poi giungere al prossimo paragrafo a quantificare la modulazione in frequenza, le fig.6.9a, fig.6.9b e fig.6.9c mostrano gli andamenti dell'average degree in funzione di  $z^+$ , rispettivamente, per i segnali completi di  $u$ ,  $c$  e  $wc$ . Ognuno di essi presenta tre curve ricavate prendendo i segnali nelle tre stazioni lungo  $x$ . I grafici per le stazioni  $x_4$  e  $x_5$  presentano nelle fig.6.9 dei trend simili tra loro, a differenza della stazione  $x_3$  che, come avevamo già sottolineato nel cap.5, mostra un comportamento dissimile per valori di  $z^+$  nell'intervallo [418, 900] dovuto probabilmente alle misure condotte in galleria del vento e alla strumentazione.

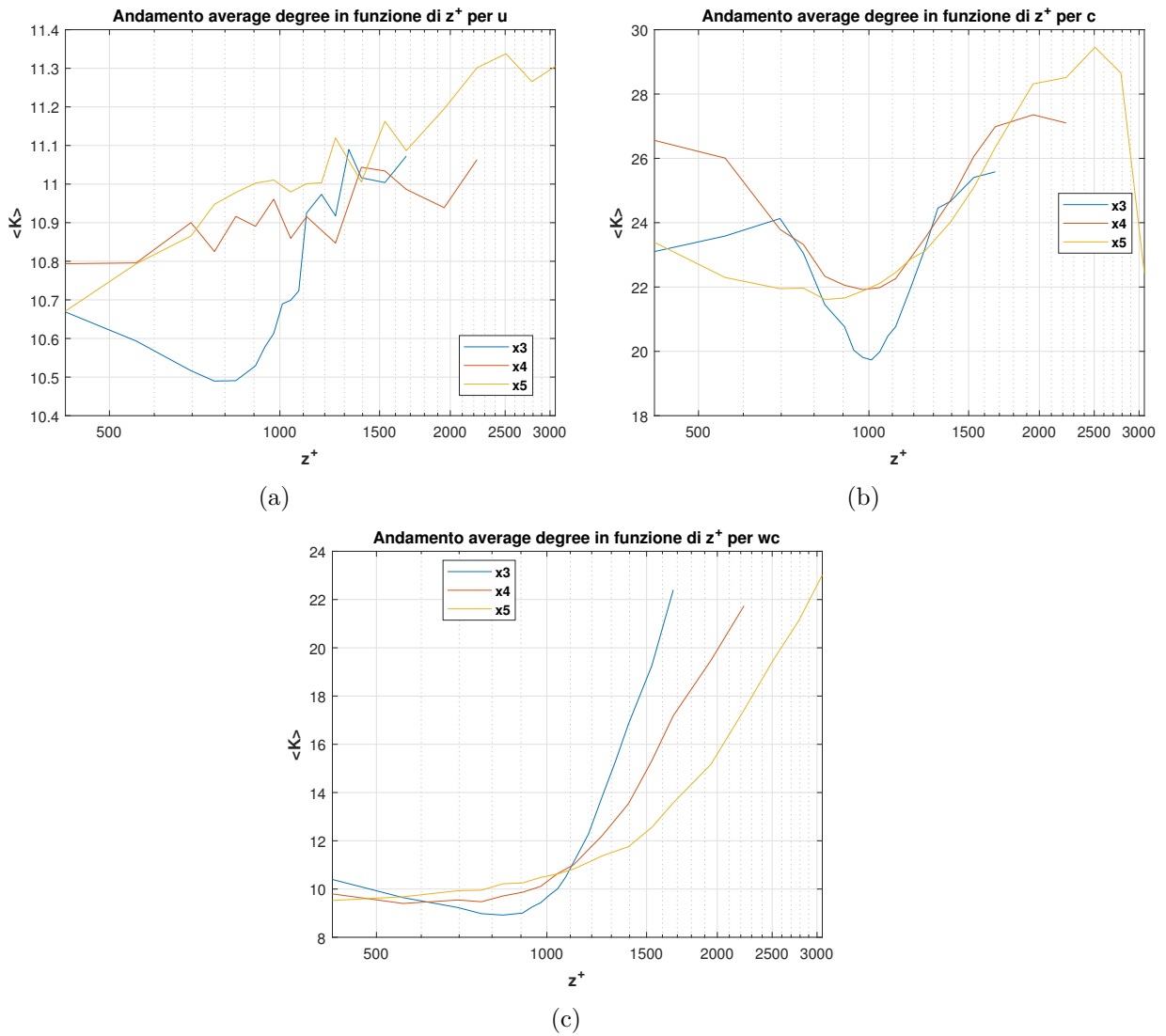


Figura 6.9: Andamenti dell'average degree in funzione della coordinata  $z^+$  nelle stazioni  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$  per i segnali completi:(a) di  $u$ ; (b) di  $c$ ; (c) di  $wc$ .



## 6.3 $\langle K_{np} \rangle$ per la quantificazione della modulazione in frequenza

L'obiettivo finale del paragrafo corrente (e del lavoro di Tesi) è quello di quantificare attraverso il  $\langle K_{np} \rangle$  la modulazione in frequenza tra le grandi scale della velocità longitudinale  $u_{LS}$  e le piccole scale:

- della velocità stessa  $u_{SS}$ ;
- della concentrazione  $c_{SS}$  e del trasporto turbolento dello scalare passivo  $w_{cSS}$ .

Il  $\langle K_{np} \rangle$  è una metrica globale dell'intero grafo strettamente legata all'average degree ed è stata proposta in [17]. Questa è data dal rapporto tra  $\langle K_n \rangle$  e  $\langle K_p \rangle$  che rappresentano i valori dell'average degree calcolati sul segnale completo di  $u$  ( $c$  o  $wc$ ), rispettivamente, per gli intervalli in cui  $u_{LS} < 0$  e  $u_{LS} > 0$ . Dal punto di vista fisico, nella regione vicino alla parete si dovrà presentare una modulazione positiva, ovvero un aumento dell'intensità delle frequenze (delle piccole scale del segnale), quando  $u_{LS} > 0$  e una ridotta attività delle stesse per  $u_{LS} < 0$ . Il meccanismo si inverte lontano dalla parete, in cui si dovrà registrare una modulazione negativa, ovvero frequenze elevate, per  $u_{LS} < 0$  e una riduzione per  $u_{LS} > 0$ . La modulazione positiva si osserverà per  $K_{np} > 1$ , mentre la modulazione negativa per  $K_{np} < 1$ .

A seguito di recenti studi sui fenomeni della modulazione in ampiezza e in frequenza nei segnali turbolenti ([17], [21]), questi fenomeni viaggiano parallelamente e mostrano degli analoghi comportamenti vicino e lontano dalla parete. A valle di queste osservazioni, ci aspetteremo che si abbia (approssimativamente) una modulazione in frequenza positiva e negativa, rispettivamente, prima e dopo il punto in cui il coefficiente di correlazione della modulazione in ampiezza  $R$  risulta essere uguale a zero. Indicativamente questi punti sono stati individuati a  $z^+ \simeq [550, 550, 850]$  e  $z^+ \simeq 1000$  [6], rispettivamente, per la modulazione in ampiezza di  $u_{SS}$  e di  $c_{SS}$ ,  $w_{cSS}$ .

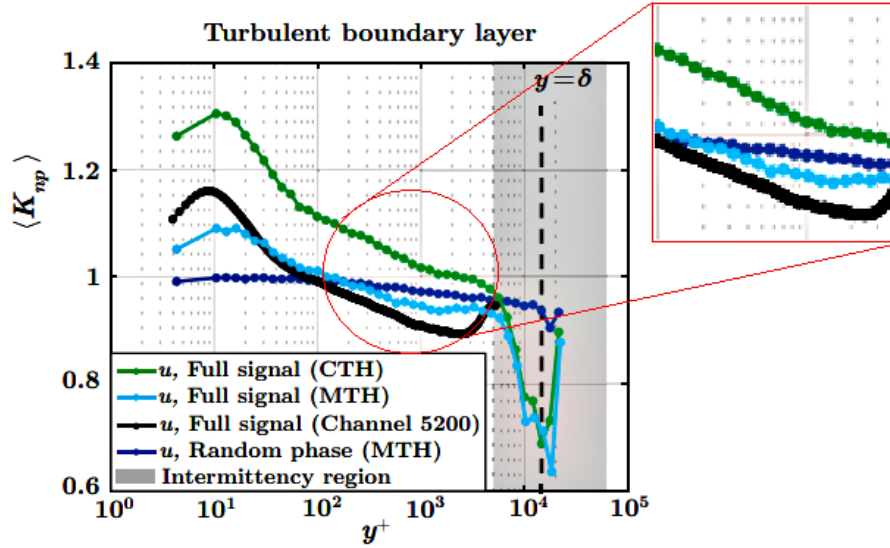
Seguendo lo stesso filo logico del capitolo precedente, mostriamo dapprima i risultati relativi alla modulazione in frequenza di  $u_{SS}$  e successivamente li confronteremo con i risultati dell'articolo [17]. Nella parte finale, mostreremo i risultati della modulazione in frequenza di  $c_{SS}$  e  $w_{cSS}$ , evidenzieremo le problematiche riscontrate e le strategie adottate. Infine analizzeremo i risultati.

### 6.3.1 $\langle K_{np} \rangle$ per la modulazione in frequenza (FM) tra $u_{LS}$ e $u_{SS}$ e confronto dei risultati

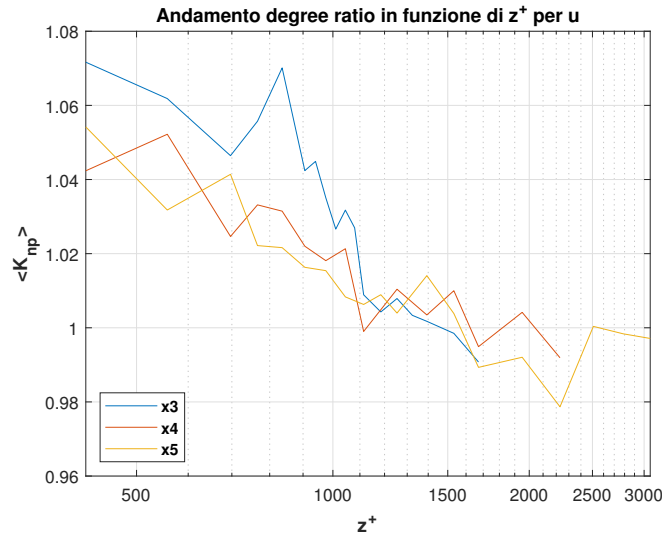
La fig.6.10a mostra l'andamento del  $\langle K_{np} \rangle$  tratta dall'articolo [17] e presenta un *focus* in rosso sulla regione di interesse. Il degree ratio in fig.6.10a è stato ottenuto da dati sperimentali per uno strato limite turbolento a  $Re_* = 14750$  (in verde). La fig.6.10b riporta l'andamento del degree ratio ricavato per le tre stazioni longitudinali  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$  a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ . Le figure 6.10 mostrano:

- coerentemente con quanto osservato anche per la AM di  $u_{SS}$  (fig.5.7), un andamento monotono decrescente all'aumentare di  $z^+$ ;
- $\langle K_{np} \rangle = 1$  (il cui valore corrisponde ad un'assenza di modulazione in frequenza e discrimina le regioni in cui si ha una modulazione positiva e negativa, rispettivamente, per  $\langle K_{np} \rangle > 1$  e  $\langle K_{np} \rangle < 1$ ) che si verifica a  $z^+ \approx [1400, 1600, 1600]$  nelle stazioni, rispettivamente,  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$ .
  - Le analisi condotte in [17] hanno evidenziato che  $\langle K_{np} \rangle = 1$  si verifica a  $z^+ \propto Re_*^{1/2}$ , ragion per cui con i dati a disposizione e  $Re_* = 4375$ , ci si aspetta che  $\langle K_{np} \rangle = 1$  avvenga a una coordinata  $z^+$  più bassa di [1400, 1600, 1600]. Dunque, in maniera analoga alla AM di  $u_{SS}$ ,  $\langle K_{np} \rangle = 1$  si presenta ad una  $z^+$  maggiore rispetto ai risultati attesi;

<sup>6</sup>I valori fanno riferimento alle coordinate  $z^+$  in cui  $R$  risulta essere uguale a zero nelle tre stazioni longitudinali  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$ .



(a)



(b)

Figura 6.10: Andamento del degree ratio  $\langle K_{np} \rangle$  per la modulazione in frequenza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $u_{SS}$ : (a) tratta dall'articolo [17] per dati ottenuti da uno strato limite turbolento a  $Re_* = 14750$  (in verde); (b) ricavata con i dati sperimentali a nostra disposizione per uno strato limite turbolento a  $Re_* = 4375$ . In (b), i risultati sono ottenuti nelle tre stazioni  $x3, x4, x5$ . Le grandi e piccole scale turbolente sono separate con un filtro spettrale a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ .

- valori di  $\langle K_{np} \rangle$  nello stesso *range* e, nei nostri risultati, nell'intervallo  $\approx [0.98; 1.08]$ .

Dal punto di vista fisico i valori di  $\langle K_{np} \rangle$  positivi ci permettono di capire che le piccole scale evidenziano un'intensità di frequenza minore per fluttuazioni negative delle grandi scale fino a  $z^+ \approx [1400, 1600, 1600]$ . Dall'altra parte, i valori negativi di  $\langle K_{np} \rangle$  sono legati al fatto che le piccole scale mostrano un'intensità di frequenza maggiore per fluttuazioni negative delle grandi scale.

### 6.3.2 $\langle K_{np} \rangle$ per la modulazione tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $u_{LS}$ e $w_{CSS}$

Le fig.6.11a e fig.6.11b mostrano i trend del degree ratio  $K_{np}(z^+)$  relativi alla modulazione in frequenza tra le grandi scale della velocità  $u_{LS}$  e le piccole scale, rispettivamente, della concentrazione  $c_{SS}$  e del trasporto turbolento dello scalare passivo  $w_{CSS}$ . Nelle fig.6.11 sono riportati i tre andamenti di  $K_{np}(z^+)$  costruiti dai segnali nelle tre stazioni lungo  $x$ . Diversamente da ciò che ci aspettavamo, le curve assumono un comportamento mediamente crescente e che non rispettano le osservazioni iniziali.

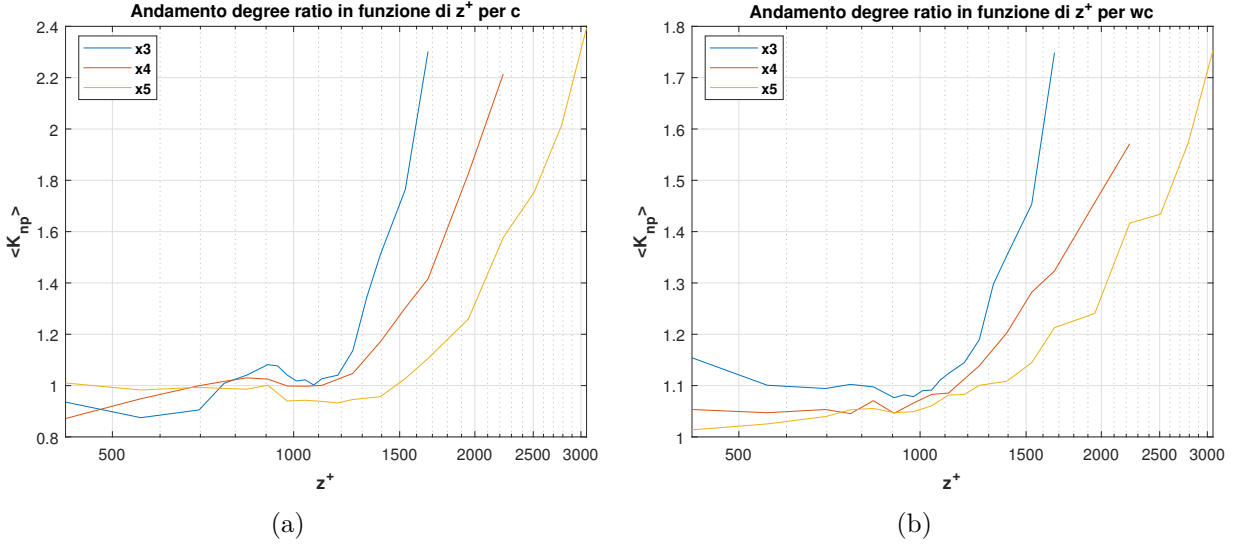


Figura 6.11: Andamenti del degree ratio in funzione della coordinata normale alla parete  $z^+$  nelle stazioni  $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$  per i segnali completi: (a) di  $c$ ; (b) di  $wc$ .

Una possibile spiegazione segue dalla stessa fornita per la complicità già riscontrata alla fine del par.6.2.2, in cui l'andamento dell'average degree per i segnali completi e i segnali delle piccole scale della concentrazione non risultavano avere gli stessi ordini di grandezza a causa di un'importante intermittenza nei segnali. Quest'ultima si rifletterà anche sul trasporto turbolento dello scalare passivo, essendo una variabile data dal prodotto della velocità normale alla parete  $w$  e della concentrazione  $c$ , portando ad avere, perciò, dei trend di  $K_{np}(z^+)$  non in linea con il fenomeno fisico in studio.

Nel successivo paragrafo è descritta, così, la strategia adottata per poter ovviare al problema.

### 6.3.3 Strategia adottata per la risoluzione del problema nel $\langle K_{np} \rangle$ delle variabili $c$ e $wc$ e confronto dei risultati

Dunque, il problema è legato all'intermittenza dei segnali turbolenti di concentrazione e del trasporto turbolento. Nello specifico, l'intermittenza è un'alternanza di zone in cui sono presenti valori nulli, che indicheremo con il termine *pianure*, e valori non nulli corrispondenti a dei picchi nei segnali e che individueremo con il termine *montagne*. Questa costante alternanza porta ad avere un'elevata visibilità tra i nodi delle montagne (picchi) e le pianure. Dalla definizione di average degree segue che all'alta visibilità corrispondono valori non esigui di  $\langle K \rangle$ , perciò, questo porta ad avere dei grafici con valori molto elevati dell'average degree, vedi fig.6.9b e fig.6.9c.

A valle dei problemi rilevati, si è pensato di invertire le serie di concentrazione e del trasporto turbolento considerando  $-c$  e  $-|wc|$ , in modo tale da ridurre la visibilità tra i nodi e sfruttare, in maniera invertita, il criterio di convessità (vedi definizione 2.11). È da notare che è stato preso il modulo del trasporto turbolento ( $|wc|$ ) in quanto quest'ultimo presenta dei picchi positivi (*peaks*) e dei picchi negativi (*pits*) [25], a differenza dei segnali  $c$  in cui si osservano solo picchi positivi. Dal punto di vista visivo, potremmo immaginare che stiamo trasformando le montagne in delle *valli* e studiamo, quindi, le montagne attraverso le valli.

In fig.6.12a e fig.6.12b si osservano gli andamenti dell'average degree in funzione di  $z^+$ , rispettivamente, per i segnali  $-c$  e  $-|wc|$  nelle tre posizioni lungo  $x$  ( $x3, x4, x5$ ). Mentre le fig.6.13a e fig.6.13b mostrano, in maniera analoga, i trend del degree ratio.

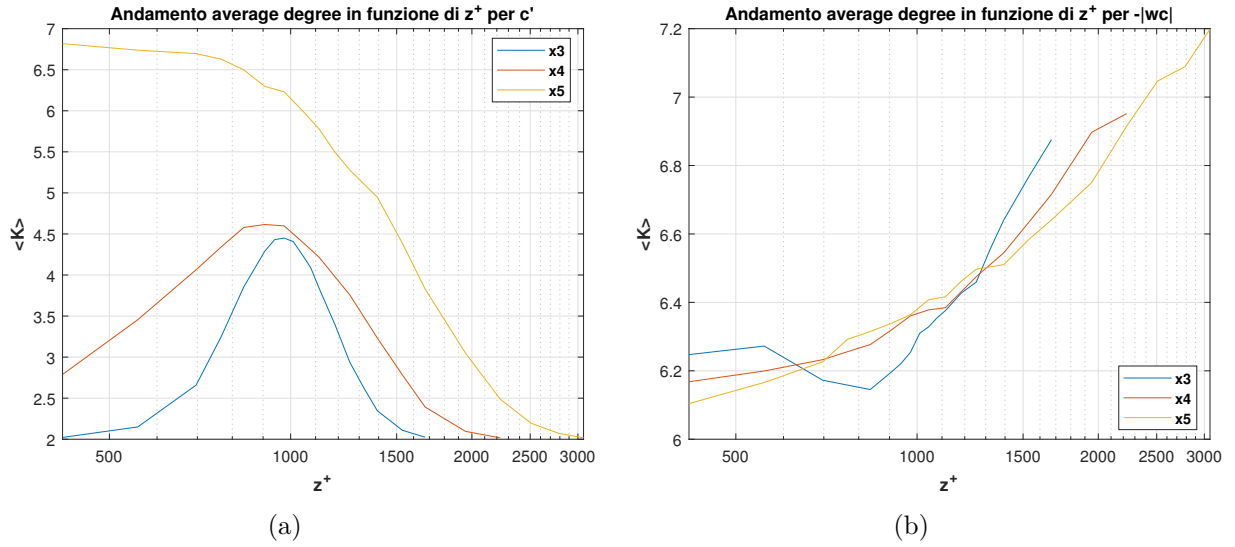


Figura 6.12: Andamenti dell'average degree in funzione della coordinata  $z^+$  nelle stazioni  $x3, x4, x5$  per i segnali completi:(a) di  $-c$ ; (b) di  $-|wc|$ .

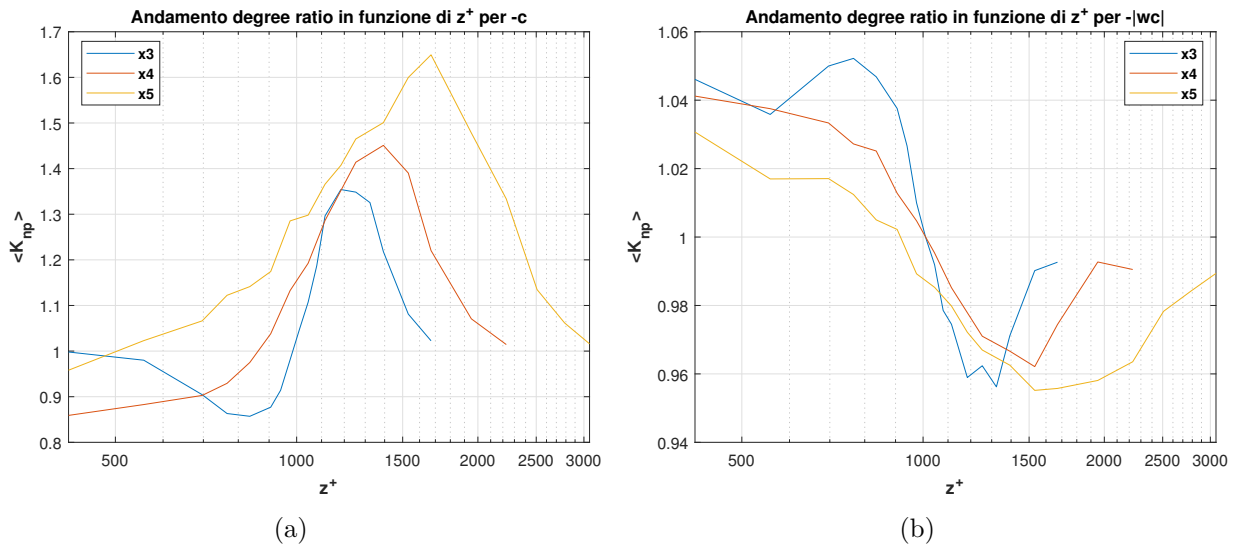


Figura 6.13: Andamenti del degree ratio in funzione della coordinata  $z^+$  nelle stazioni  $x3, x4, x5$  per i segnali completi:(a) di  $-c$ ; (b) di  $-|wc|$ .

Osserviamo che le correzioni apportate migliorano gli andamenti nelle figure sui quattro pannelli dell'average degree e del degree ratio per  $-c$  e  $-|wc|$  (figure 6.12 e 6.13). Confrontiamo le figure 6.13 con i risultati della FM di  $u_{LS}$  su  $u_{SS}$  in fig.6.10.

- Le curve in fig.6.13a
  - assumono un comportamento che tende a crescere e successivamente a decrescere. In particolare, nella stazione a  $x5$  (lontano dalla sorgente) si osserva un cambiamento di forma della curva legato ad un effetto diffusivo del pennacchio <sup>[7]</sup>. Gli andamenti, perciò, non risultano essere in accordo con i risultati per la FM su  $u_{SS}$ , ovvero andamenti monotono decrescente (fig.6.10);
  - registrano il valore  $\langle K_{np} \rangle = 1$  a  $z^+ \approx [1000, 900, 500]$  nelle tre stazioni lungo  $x$ . Dunque, i valori della coordinata  $z^+$  sono più bassi rispetto a quelli riscontrati per la FM su  $u_{SS}$  ( $z^+ \approx [1400, 1600, 1600]$ );
  - assumono valori di  $\langle K_{np} \rangle$  nell'intervallo  $\approx [0.8; 1.7]$  maggiori rispetto a quelli ritrovati per la FM su  $u_{SS}$  (i.e.  $\approx [0.98; 1.08]$ ). Questo ci permette di affermare che la FM delle grandi scale  $u_{LS}$  è più importante sulle piccole scale  $c_{SS}$  rispetto alle piccole scale  $u_{SS}$ ;
- le curve in fig.6.13(b)
  - assumono un trend mediamente decrescente e che presentano un massimo e un minimo. Pertanto, i suddetti trend risultano essere differenti dagli andamenti monotono decrescente per la FM su  $u_{SS}$  (fig.6.10);
  - $\langle K_{np} \rangle = 1$  si verifica a  $z^+ \approx 1000$  in tutte e tre le stazioni lungo  $x$  (coordinata  $z^+$  corrispondente all'asse della sorgente del pennacchio). Delle diverse coordinate  $z^+$  sono state ritrovate per la FM su  $u_{SS}$ ;
  - registrano valori di  $\langle K_{np} \rangle$  simili a quelli ottenuti per la FM su  $u_{SS}$ . Dai nostri risultati ritroviamo valori nel range  $\approx [0.96; 1.06]$ .

Gli andamenti registrati per la modulazione in frequenza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $c_{SS}$  sembrerebbero non essere in accordo con i risultati della modulazione in frequenza di  $u_{LS}$  su  $u_{SS}$  e  $w_{c_{SS}}$ . Una possibile interpretazione potrebbe essere che il segnale di concentrazione sia modulato anche dalle grandi scale della componente verticale  $w_{LS}$  oltre che da  $u_{LS}$ . Questa osservazione è scaturita dal fatto che le due componenti della velocità,  $u$  e  $w$ , risultano essere invertite cinematicamente, ovvero ad una crescita di  $u$  corrisponde una decrescita di  $w$  e viceversa.

Dagli ultimi risultati ottenuti e dalle osservazioni dedotte, nel successivo capitolo, poniamo l'obiettivo sulla verifica di quest'ultime, conducendo un'analisi sulla modulazione in ampiezza e in frequenza di  $w_{LS}$  su  $c_{SS}$ .

---

<sup>7</sup>Tale effetto si osserva nei profili della concentrazione media  $\bar{c}$  presenti nell'articolo [15], al quale facciamo riferimento per i dati sperimentali utilizzati.



**Parte II**  
**Seconda Parte**





# Capitolo 7

## Risultati della modulazione in ampiezza e in frequenza delle grandi scale $w_{LS}$ sulle piccole scale $c_{SS}$

Il presente capitolo è stato scritto per un duplice motivo. Da una parte verificare se le piccole scale dello scalare passivo  $c_{SS}$  vengono modulate in ampiezza e in frequenza dalle grandi scale della velocità verticale  $w_{LS}$  e dall'altra riassumere i tratti più importanti della prima parte del lavoro di Tesi. Dapprima tratteremo la modulazione in ampiezza e successivamente la modulazione in frequenza.

### 7.1 Modulazione in ampiezza (AM)

Nel presente paragrafo confrontiamo l'AM delle grandi scale della velocità longitudinale  $u_{LS}$  sulle piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$  con l'AM delle grandi scale della velocità verticale  $w_{LS}$  sulle piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$ . Le grandi e piccole scale vengono separate a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000 \simeq Re_* = 4375$ . Il paragrafo è strutturato nel seguente modo:

- richiameremo gli strumenti matematici attraverso i quali è possibile quantificare la modulazione in ampiezza, ovvero il *coefficiente di correlazione*  $R$ ;
- confronteremo i risultati ottenuti dalla AM di  $u_{LS}$  su  $c_{SS}$  con la AM di  $w_{LS}$  su  $c_{SS}$ .

I risultati sono ottenuti utilizzando i dati sperimentali di uno strato limite turbolento a  $Re_* = 4375$  dell'articolo [15]. Le curve che si otterranno fanno riferimento ai dati presi nelle tre stazioni longitudinali  $x_3, x_4, x_5$  a diverse coordinate normali alla parete  $z$  [1].

#### 7.1.1 Modulazione in ampiezza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $w_{LS}$ e $c_{SS}$

Partiamo dalla definizione del *Coefficiente di Correlazione*  $R$  [21] tra le grandi scale di velocità longitudinale (verticale) e l'inviluppo filtrato delle piccole scale della concentrazione:

$$R = \frac{\overline{*_{LS}E_L(c_{SS})}}{\sqrt{\overline{*_{LS}^2}}\sqrt{\overline{E_L(c_{SS})^2}}} \quad (7.1)$$

---

<sup>1</sup>Nel corso del capitolo ritroveremo la variabile  $z^+$ , la quale indica la coordinata  $z$  normalizzata come  $z^+ = z \cdot u_* / \nu$

in cui  $\sqrt{*^2}$  e  $E_L(c_{SS})$  rappresentano, rispettivamente, il *valore quadratico medio* e l'*inviluppo filtrato*. Il simbolo  $*$ , in base al fenomeno di AM in studio, identifica  $u$  o  $w$ .

### 7.1.2 Confronto dei risultati per la modulazione in ampiezza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $w_{LS}$ e $c_{SS}$

Analizzando la AM di  $u_{LS}$  (fig.7.1a) e di  $w_{LS}$  (fig.7.1b) su  $c_{SS}$ , si osservano degli andamenti in linea con quello che ci aspettavamo, ovvero inversione cinematica tra  $u$  e  $w$  implica un'inversione degli andamenti nei grafici della AM. Nello specifico si nota:

- andamento mediamente decrescente in fig.7.1a e mediamente crescente in fig.7.1b;
- $R = 0$  (valore discrimina le regioni in cui si ha una correlazione o *non* correlazione tra le grandi scale e l'inviluppo filtrato delle piccole scale) approssimativamente passante per la stessa coordinata  $z^+$  ;
- massimo e minimo, rispettivamente, sotto e sopra l'asse della sorgente del pennacchio ( $z^+ \simeq 1000$ ) in fig.7.1a, mentre minimo e massimo, rispettivamente, sotto e sopra l'asse della sorgente del pennacchio in fig.7.1b;
- i valori di  $R$  sono nell'intervallo  $\approx [0.2, -0.3]$  per la fig.7.1a, mentre sono nell'intervallo  $\approx [0.3, -0.3]$  per la fig.7.1b. Avremo perciò, una correlazione leggermente più importante nell'AM di  $w_{LS}$  su  $c_{SS}$ .

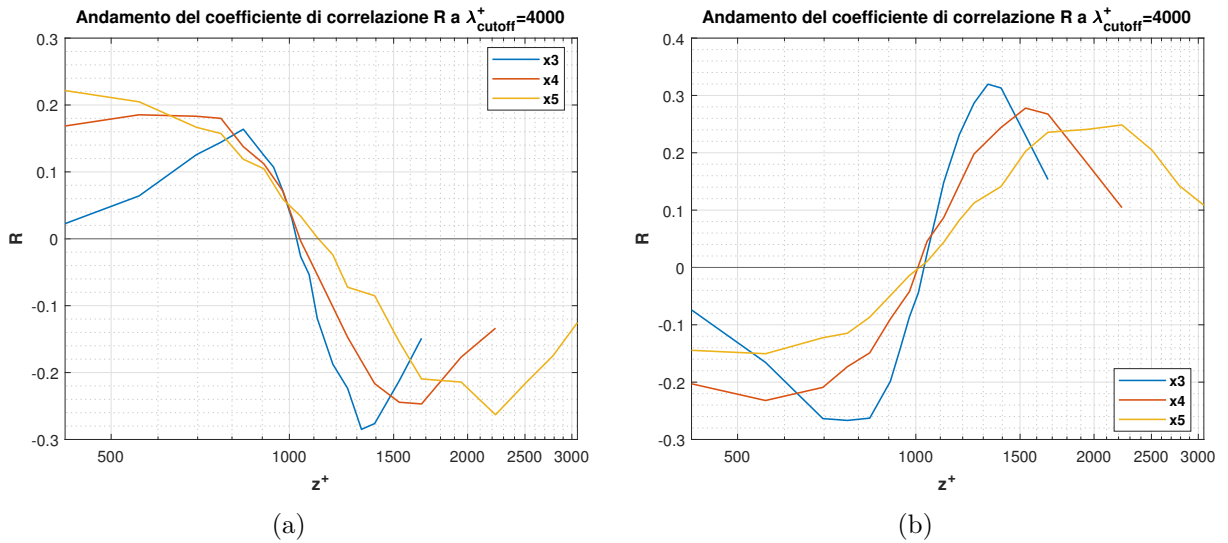


Figura 7.1: Verifica che le piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$  siano modulate in ampiezza (AM) anche dalle grandi scale della velocità verticale  $w_{LS}$  oltre alle grandi scale della velocità longitudinale. (a) AM di  $u_{LS}$  su  $c_{SS}$ : andamento di  $R(z^+)$  per le tre stazioni ( $x3, x4, x5$ ) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ ; (b) AM di  $w_{LS}$  su  $c_{SS}$ : andamento di  $R(z^+)$  per le tre stazioni ( $x3, x4, x5$ ) a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ .

É interessante sempre far riferimento al significato fisico dei valori positivi (negativi) del coefficiente di correlazione  $R > 0$  ( $R < 0$ ). Questi ci permettono di capire che l'energia delle piccole scale è minore per fluttuazioni negative delle grandi scale fino ai punti  $z^+ \approx 1000$  per le tre stazioni lungo  $x$ . Un comportamento invertito si osserva per  $R < 0$ , in cui l'energia delle piccole scale è maggiore per fluttuazioni negative delle grandi scale.

## 7.2 Modulazione in frequenza (FM)

Nella presente sezione confrontiamo, in maniera analoga, la FM delle grandi scale della velocità longitudinale  $u_{LS}$  sulle piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$  con la FM delle grandi scale della

velocità verticale  $w_{LS}$  sulle piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$ . Le grandi e piccole scale vengono separate a  $\lambda_{cutoff}^+ = 4000$ . Il paragrafo è strutturato nel seguente modo:

- richiameremo gli strumenti matematici attraverso cui è possibile quantificare la modulazione in frequenza, ovvero la definizione di *degree ratio*  $\langle K_{np} \rangle$ ;
- confronteremo i risultati ottenuti dalla FM di  $u_{LS}$  su  $c_{SS}$  con la FM di  $w_{LS}$  su  $c_{SS}$ .

I risultati sono ottenuti utilizzando i dati sperimentali di uno strato limite turbolento a  $Re_* = 4375$  forniti dagli autori dell'articolo [15]. Le curve che si otterranno fanno riferimento ai dati presi nelle tre stazioni lungo  $x$  a diverse coordinate normali alla parete  $z$ .

### 7.2.1 Modulazione in frequenza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $w_{LS}$ e $c_{SS}$

Riportiamo la definizione di *degree ratio* medio [17] per  $-c$ . A valle delle problematiche riscontrate per i segnali di concentrazione  $c'$ , ovvero l'intermittenza, consideriamo il segnale  $-c$  e definiamo il rapporto  $K_{np}$ :

$$K_{np} = \frac{K_n}{K_p}, \quad K_n = \frac{1}{N_{neg}} \sum_j (k_j |_{*LS} < 0), \quad K_p = \frac{1}{N_{pos}} \sum_j (k_j |_{*LS} > 0), \quad (7.2)$$

in cui  $K_n$  e  $K_p$  sono i valori del degree medio ottenuti attraverso l'algoritmo *fast<sub>NVG</sub>* dell'intero segnale di concentrazione  $-c$ , rispettivamente per gli intervalli in cui  $*_{LS} < 0$  e  $*_{LS} > 0$ .  $N_{neg}$  e  $N_{pos}$  sono, rispettivamente, il numero di occorrenze in cui  $*_{LS} < 0$  e  $*_{LS} > 0$ . Il simbolo  $*$  =  $u, w$ .

### 7.2.2 Confronto dei risultati per la modulazione in ampiezza tra: $u_{LS}$ e $c_{SS}$ ; $w_{LS}$ e $c_{SS}$

Analizzando la FM di  $u_{LS}$  (fig.7.2a) e di  $w_{LS}$  (fig.7.2b) su  $c_{SS}$ , si osservano degli andamenti in linea con ciò che ci aspettavamo, i.e. inversione cinematica tra  $u$  e  $w$  porta ad un'inversione degli andamenti nei grafici per la FM. In particolare si osserva:

- un comportamento che tende mediamente a crescere in fig.7.2a e a decrescere in fig.7.2b;
- $K_{np} = 1$  (il cui valore corrisponde ad un'assenza di modulazione in frequenza e discrimina le regioni in cui si ha una modulazione positiva e negativa, rispettivamente, per  $\langle K_{np} \rangle > 1$  e  $\langle K_{np} \rangle < 1$ ) si verifica a  $z^+ \approx [1000, 900, 500]$  per le stazioni  $x3, x4, x5$  in fig.7.2a, mentre a  $z^+ \approx [1000, 900, 750]$  per le stazioni  $x3, x4, x5$  in fig.7.2b;
- i valori di  $K_{np}$  sono nell'intervallo  $\approx [0.8; 1.7]$  per la fig.7.2a, mentre sono nell'intervallo  $\approx [0.6; 1.4]$  per la fig.7.2b. FM di  $u_{LS}$  su  $c_{SS}$  più importante.

Dal punto di vista fisico i valori di  $\langle K_{np} \rangle$  positivi ci permettono di capire che le piccole scale mostrano un'intensità di frequenza minore per fluttuazioni negative delle grandi scale fino a  $z^+ \approx [1000, 900, 500/750]$ . Dall'altra parte, i valori negativi di  $\langle K_{np} \rangle$  sono legati al fatto che le piccole scale hanno un'intensità di frequenza maggiore per fluttuazioni negative delle grandi scale.

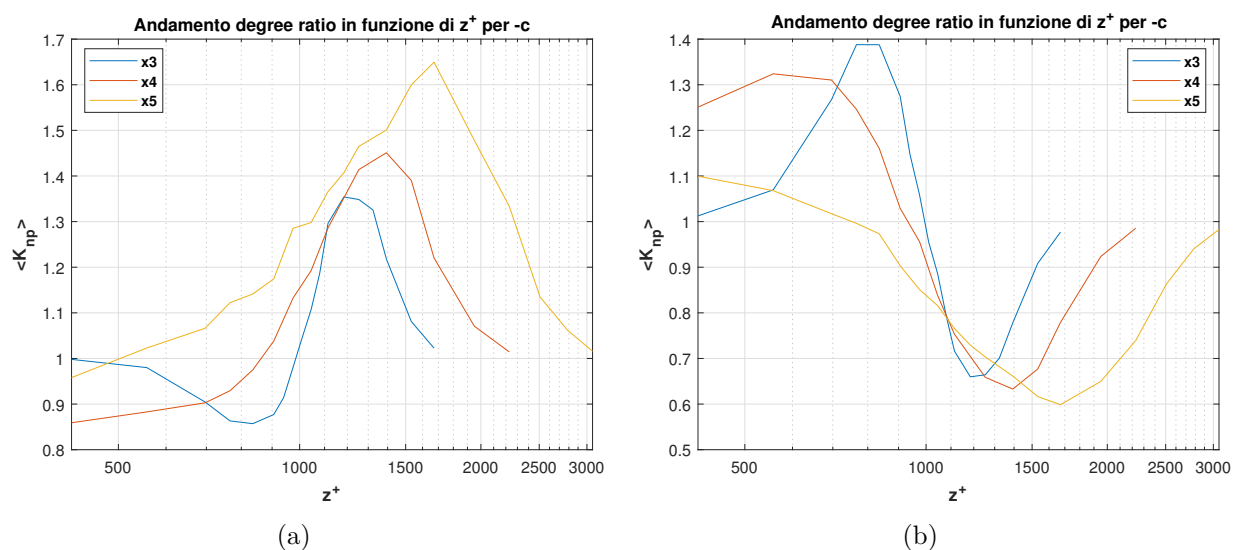


Figura 7.2: Verifica che le piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$  siano modulate in frequenza (FM) anche dalle grandi scale della velocità verticale  $w_{LS}$  oltre alle grandi scale della velocità longitudinale. (a) FM di  $u_{LS}$  su  $c_{SS}$ : andamento del *degree ratio medio* ( $K_{np}$ ) in funzione della coordinata  $z^+$  per le tre stazioni ( $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$ ); (b) FM di  $w_{LS}$  su  $c_{SS}$ : andamento del *degree ratio medio* ( $K_{np}$ ) in funzione della coordinata  $z^+$  per le tre stazioni ( $x3$ ,  $x4$ ,  $x5$ ).

# Conclusioni

Nel presente lavoro di tesi sono stati studiati i meccanismi di modulazione in ampiezza e in frequenza delle grandi scale sulle piccole scale del trasporto turbolento in uno strato limite su parete scabra. In particolare, sono stati investigati i suddetti meccanismi di modulazione delle grandi scale sulle piccole scale della componente longitudinale del campo di moto, rispettivamente,  $u_{LS}$  e  $u_{SS}$ . L'obiettivo innovativo è stato quello di analizzare i due meccanismi di modulazione delle grandi scale del campo di moto in direzione longitudinale,  $u_{LS}$ , sulle piccole scale della concentrazione,  $c_{SS}$ , e del trasporto turbolento dello scalare passivo,  $w_{c_{SS}}$ . Nel raggiungere tali obiettivi è emerso un nuovo sviluppo riguardante i meccanismi di modulazione delle grandi scale della componente verticale del campo di moto,  $w_{LS}$ , sulle piccole scale della concentrazione  $c_{SS}$ . Tale sviluppo è stato anch'esso investigato. I metodi utilizzati per l'individuazione della modulazione in ampiezza e in frequenza sono stati, rispettivamente, il metodo della correlazione [21] e il metodo delle reti complesse [17]. Nei prossimi paragrafi faremo delle osservazioni conclusive e proporrò dei nuovi possibili sviluppi del lavoro.

## Osservazioni finali

Dividiamo le osservazioni finali in due parti: quelle relative ai meccanismi di modulazione in ampiezza e in frequenza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $u_{SS}$  e quelle relative ai suddetti meccanismi di modulazione delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $c_{SS}$  e  $w_{c_{SS}}$ . Le prime ci permettono di confermare o meno, attraverso i nostri dati sperimentali, i risultati ritrovati negli articoli [21] e [17]. Le seconde seguono l'obiettivo innovativo della Tesi.

### Prime osservazioni

Le osservazioni finali seguono dai confronti dei risultati:

- la modulazione in ampiezza e in frequenza di  $u_{LS}$  sulle  $u_{SS}$  sono in accordo, ovvero presentano dei simili andamenti monotono decrescenti. Una differenza si osserva per la coordinata  $z^+$  corrispondente al passaggio delle curve di  $R$  e di  $\langle K_{np} \rangle$ , rispettivamente, per zero e per uno. Tali valori corrispondono a un punto di inversione del meccanismo di modulazione da positiva (vicino alla parete) a negativa (lontano dalla parete). Questo meccanismo per la modulazione in frequenza avviene ad una coordinata  $z^+$  maggiore rispetto al caso della modulazione in ampiezza. Pertanto, è possibile concludere che il meccanismo di inversione ( $R > 0 \rightarrow R < 0$  e  $\langle K_{np} \rangle > 1 \rightarrow \langle K_{np} \rangle < 1$ ) è *traslato* per la modulazione in frequenza;

Entrambi i meccanismi di modulazione seguono i risultati ritrovati negli articoli [21] e [17]. Dunque con i dati a nostra disposizione è possibile catturare i fenomeni di modulazione in ampiezza e in frequenza delle grandi scale  $u_{LS}$  sulle piccole scale  $u_{SS}$ , a meno della traslazione della coordinata  $z^+$  in cui avviene il meccanismo di inversione.

### Seconde osservazioni

A causa dell'intermittenza dei segnali di concentrazione  $c$  e del trasporto turbolento  $wc$  si è pensato di considerare i segnali  $-c$  e  $-|wc|$ , al fine di ridurre la visibilità tra i nodi e sfruttare il criterio di convessità. Tale correzione ci ha permesso di proseguire l'analisi della modulazione in frequenza.

Da un confronto per la modulazione in ampiezza di  $u_{LS}$  su  $u_{SS}$  con la modulazione in ampiezza di  $u_{LS}$  su  $c_{SS}$  e  $w_{c_{SS}}$ , si notano:

- andamenti monotono decrescenti per il primo caso, mentre dei trend con valori che tendono mediamente a decrescere, ma presentano un massimo e un minimo per il secondo;
- valori in cui  $R = 0$  a  $z^+ \approx [550 \div 850]$  per la modulazione in ampiezza su  $u_{SS}$ , mentre a circa  $z^+ = 1000$  (coordinata corrispondente all'asse della sorgente del pennacchio) per la modulazione in ampiezza su  $c_{SS}$  e  $w_{c_{SS}}$ ;
- valori di correlazione più grandi per la modulazione in ampiezza su  $c_{SS}$  e  $w_{c_{SS}}$ , ovvero il valore massimo a  $\approx 0.2$  e minimo a  $\approx -0.25$ . Questo implica una correlazione e *non* correlazione più forte rispetto alla modulazione in ampiezza su  $u_{SS}$  i cui valori cadono nell'intervallo  $\approx [-0.1; 0.04]$ .
  - Quest'ultimo punto ci permette di capire come le grandi scale  $u_{LS}$  modulano in ampiezza maggiormente le piccole scale  $c_{SS}$  e  $w_{c_{SS}}$  rispetto alle piccole scale  $u_{SS}$ .

Confrontando i risultati per la modulazione in frequenza di  $u_{LS}$  su  $u_{SS}$  con la modulazione in frequenza di  $u_{LS}$  su  $c_{SS}$ , si osserva che:

- gli andamenti non risultano essere in accordo, ovvero assumono andamenti monotono decrescente per il primo caso, mentre un comportamento che tende a crescere e successivamente a decrescere per il secondo;
- si registra il valore  $\langle K_{np} \rangle = 1$  a  $z^+ \approx [1400 \div 1600]$  per la modulazione in frequenza su  $u_{SS}$ , mentre  $z^+ \approx [500 \div 100]$  per la modulazione in frequenza su  $c_{SS}$ . Dunque i valori sono più alti nel primo caso;
- i valori di  $\langle K_{np} \rangle$  per la modulazione in frequenza su  $u_{SS}$  sono nell'intervallo  $\approx [0.98; 1.08]$  e sono minori rispetto a quelli ritrovati per la modulazione in frequenza su  $c_{SS}$ ,  $\approx [0.8; 1.7]$ . Questo ci permette di affermare che la modulazione in frequenza delle grandi scale  $u_{LS}$  è più importante sulle piccole scale  $c_{SS}$  rispetto alle piccole scale  $u_{SS}$ ;

In maniera analoga, attraverso un confronto dei risultati per la modulazione in frequenza di  $u_{LS}$  su  $u_{SS}$  con la modulazione in frequenza di  $u_{LS}$  su  $w_{c_{SS}}$ , si nota che:

- gli andamenti per il primo caso risultano essere monotono decrescente, mentre assumono un trend mediamente decrescente e che presentano un massimo e un minimo per il secondo. Pertanto, i suddetti trend risultano essere differenti;
- $\langle K_{np} \rangle = 1$  si verifica a  $z^+ \approx [1400 \div 1600]$  per la modulazione in frequenza su  $u_{SS}$ ,  $z^+ \approx 100$  sono state ritrovate per la modulazione in frequenza su  $c_{SS}$ . Dunque le coordinate  $z^+$  sono differenti nei due casi;
- registrano valori di  $\langle K_{np} \rangle$  simili per entrambe le modulazioni in frequenza.

La modulazione in frequenza di  $u_{LS}$  sulle  $c_{SS}$  presenta un trend che tende mediamente a crescere, a differenza dell'andamento per la modulazione in frequenza di  $u_{LS}$  sulle  $u_{SS}$  e  $w_{c_{SS}}$  che tende mediamente a decrescere. Ragion per cui, si è osservato che intervenga anche la velocità verticale  $w$  nella modulazione in frequenza delle piccole scale della concentrazione. Questa osservazione è scaturita dal fatto che le due componenti del campo di moto,  $u$  e  $w$ , sono invertite cinematicamente, ovvero al crescere del valore di  $u$ ,  $w$  tende a decrescere e viceversa. Tale nuovo sviluppo è stato verificato. Dai risultati ottenuti è possibile notare che:

- il meccanismo di inversione per la modulazione in ampiezza e in frequenza di  $w_{LS}$  sulle  $c_{SS}$  si verifica a  $z^+ \approx 1000$ . I due trend tendono mediamente a crescere e a decrescere, rispettivamente, per la modulazione in ampiezza e in frequenza.

Prima di trarre le conclusioni finali, è interessante far riferimento al significato fisico dei valori positivi (negativi) del coefficiente di correlazione  $R > 0$  ( $R < 0$ ). In generale, tali valori ci permettono di capire che l'energia delle piccole scale è minore per fluttuazioni negative delle grandi scale fino alla coordinata  $z^+$  in cui  $R = 0$ . Un comportamento invertito si osserva per  $R < 0$ , in cui l'energia delle piccole scale è maggiore per fluttuazioni negative delle grandi scale.

In maniera analoga, dal punto di vista fisico i valori di  $\langle K_{np} \rangle$  positivi ci permettono di comprendere che le piccole scale mostrano un'intensità di frequenza minore per fluttuazioni negative delle grandi scale fino a  $z^+$  in cui  $\langle K_{np} \rangle = 1$ . Dall'altra parte, i valori negativi di  $\langle K_{np} \rangle$  sono legati al fatto che le piccole scale hanno un'intensità di frequenza maggiore per fluttuazioni negative delle grandi scale.

In conclusione, le osservazioni sugli obiettivi innovativi, quali lo studio della modulazione in ampiezza e in frequenza delle grandi scale del campo di moto sulle piccole scale della concentrazione e del trasporto turbolento, ci permettono di affermare che tali fenomeni fisici si manifestano. A valle di tali analisi, è stato riscontrato che nella modulazione in ampiezza e in frequenza delle piccole scale della concentrazione intervengono anche le grandi scale della componente verticale del campo di moto. Ragion per cui, lo scalare immesso nel pennacchio influenza i fenomeni di modulazione in ampiezza e in frequenza.

## Sviluppi futuri

Sulla scia dei risultati e delle osservazioni finali proponiamo alcuni possibili sviluppi del presente lavoro di Tesi:

- verificare se le grandi scale della componente verticale del campo di moto,  $w_{LS}$ , modulano in ampiezza e in frequenza le piccole scale del trasporto longitudinale dello scalare passivo,  $uc_{SS}$ . Tale analisi potrebbe ulteriormente irrobustire la verifica dell'inversione cinematica tra  $u$  e  $w$  nella modulazione di  $c_{SS}$ ;
- condurre la verifica degli obiettivi della Tesi sui dati sperimentali ottenuti per un diametro maggiore della sorgente del pennacchio,  $D6$ . Dal punto di vista fisico, all'aumentare della dimensione del diametro, i fenomeni della dispersione relativa diventano più importanti rispetto al meandering anche in prossimità della sorgente. Dunque, sarebbe interessante osservare cosa succede ai fenomeni di modulazione;
- effettuare delle nuove misurazioni in galleria del vento o delle simulazioni numeriche a differenti configurazioni del flusso turbolento in cui è disperso uno scalare passivo, in tal modo, si potrebbero condurre le stesse analisi ed osservare come e se variano i meccanismi di modulazione;
- in collegamento al punto precedente, si potrebbero ottenere anche dei dati relativi alle regioni più vicine alla parete (viscous sublayer e buffer layer) e verificarne i meccanismi di modulazione.





# Bibliografia

- [1] L. Agostini and M. Leschziner. On the departure of near-wall turbulence from the quasi-steady state. *Journal of Fluid Mechanics*, 871, 2019.
- [2] W. J. Baars, N. Hutchins, and I. Marusic. Reynolds number trend of hierarchies and scale interactions in turbulent boundary layers. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 375, 2017.
- [3] W. J. Baars, K. M. Talluru, N. Hutchins, and I. Marusic. Wavelet analysis of wall turbulence to study large-scale modulation of small scales. *Experiments in fluids*, 56:1–15, 2015.
- [4] P. R. Bandyopadhyay and A. K. M. F. Hussain. The coupling between scales in shear flows. *The Physics of Fluids*, 27:2221–2228, 1984.
- [5] B. Boashash. Time-frequency signal analysis and processing: a comprehensive reference. *Academic Press*, 2015.
- [6] G. L. Brown and A. S. W. Thomas. Large structure in a turbulent boundary layer. *The Physics of Fluids*, 20:S243–S252, 1977.
- [7] D. Fiscaletti, B. Ganapathisubramani, and G. E. Elsinga. Amplitude and frequency modulation of the small scales in a jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 772:756–783, 2015.
- [8] B. Ganapathisubramani, N. Hutchins, J. P. Monty, D. Chung, and I. Marusic. Amplitude and frequency modulation in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 712:61–91, 2012.
- [9] S. Ghosh and A. Dutta. An efficient non-recursive algorithm for transforming time series to visibility graph. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 514:189–202, 2019.
- [10] N. E. Huang, Z. Sheng, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. C. Yen, C. C. Tung, and H. H. Liu. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 454:903–995, 1998.
- [11] N. Hutchins. Large-scale structures in high Reynolds number wall-bounded turbulence. *Progress in turbulence V - iTi 2018*, pages 75–83, 2014.
- [12] N. Hutchins and I. Marusic. Large-scale influences in near-wall turbulence. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365:647–664, 2007.
- [13] G. Iacobello. Fast natural visibility graph (NVG) for MATLAB. *MATLAB Central File Exchange*, 2020.
- [14] G. Iacobello. Spatio-temporal analysis of wall-bounded turbulence. A multidisciplinary perspective via complex networks. *PhD Thesis*, 2020.
- [15] G. Iacobello, M. Marro, L. Ridolfi, P. Salizzoni, and S. Scarsoglio. Experimental investigation of vertical turbulent transport of a passive scalar in a boundary layer: Statistics and visibility graph analysis. *Physical Review Fluids*, 4:1–20, 2019.

- 
- [16] G. Iacobello, L. Ridolfi, and S. Scarsoglio. A review on turbulent and vortical flow analyses via complex networks. *Physica A*, 563:1–13, 2021.
- [17] G. Iacobello, L. Ridolfi, and S. Scarsoglio. Large-to-small scale frequency modulation analysis in wall-bounded turbulence via visibility networks. *Journal of Fluid Mechanics*, 918:1–34, 2021.
- [18] J. Jimenez. Coherent structures in wall-bounded turbulence. *Journal of Fluids Mechanics*, 842:1–100, 2018.
- [19] T. V. Karman. Mechanische Aenlichkeit und Turbulenz. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, pages 58–76, 1930.
- [20] L. Lacasa, B. Luque, F. Ballesteros, J. Luque, and J. C. Nuno. From time series to complex networks: The visibility graph. *Proceedings of the National Academy of Science*, 105:4972–4975, 2008.
- [21] I. Marusic, R. Mathis, and N. Hutchins. Large-scale amplitude modulation of the small-scale structures in turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 628:311–337, 2009.
- [22] C. M. Millikan. A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes. *Proceedings of the Fifth International Congress for Applied Mechanics, Harvard and MIT, 12–26 September*, 1938.
- [23] J. P. Monty, N. Hutchins, H. C. H. Ng, I. Marusic, and M. S. Chong. A comparison of turbulent pipe, channel and boundary layer flows. *Journal of Fluids Mechanics*, 632:431–442, 2009.
- [24] B. R. Munson, T. H. Okiishi, W. W. Huebsch, and A. P. Rothmayer. *Fundamental of fluid mechanics*. Wiley, pages 1–747, 2012.
- [25] C. Nironi, P. Salizzoni, M. Marro, P. Mejean, N. Grosjean, and L. Soulhac. Dispersion of a Passive Scalar Fluctuating Plume in a Turbulent Boundary Layer. Part I: Velocity and Concentration Measurements. *Boundary-Layer Meteorology*, 156:415–446, 2015.
- [26] C. Peruzzi, D. Poggi, L. Ridolfi, and C. Manes. On the scaling of large-scale structures in smooth-bed turbulent open-channel flows. *Journal of Fluids Mechanics*, 889, 2020.
- [27] L. Prandtl. Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. *Z. Angew. Math. Mech.*, 5:136–139, 1925.
- [28] O. Reynolds. An Experimental Investigation of the Circumstances which determine whether the Motion of Water shall be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channel. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 174:935–982, 1883.
- [29] A. J. Smits, B. J. McKeon, and I. Marusic. High-Reynolds Number Wall Turbulence. *Annual Review of Fluids Mechanics*, 43, 2011.
- [30] A. A. Townsend. *The Structure of Turbulent Shear Flow*. Cambridge University Press, 2, 1976.
- [31] P. Walters. *An Introduction to Ergodic Theory*. Springer, pages 1–250, 1982.
- [32] E. Zhuang, M. Small, and G. Feng. Time series analysis of the developed financial markets’ integration using visibility graphs. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 410:483–495, 2014.