

Politecnico di Torino

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale



Tesi di laurea

Modello aerodinamico per la caratterizzazione morfo-geometrica di un'ala
bio-mimetica

Relatori

Ing. Stefania Scarsoglio

Prof. Renzo Arina

Candidato

Edoardo Saredi

Luglio 2015

Indice

1	INTRODUZIONE	5
1.1	CHE COSA È LA BIOMIMETICA	5
1.2	MEGAPTERA NOVAEANGILAE	5
1.3	SCOPO DI QUESTA TESI	7
2	RISULTATI RIPORTATI IN LETTERATURA	8
2.1	LA PROPULSIONE DEI MAMMIFERI MARINI	8
2.2	RESISTENZA E PORTANZA	8
2.3	RISULTATI PRESENTI IN LETTERATURA	11
3	L'ANALISI NUMERICA E LA TEORIA DELLA LINEA PORTANTE DI PRANDTL	14
3.1	FLUSSO INCOMPRESSIBILE ATTORNO AD UN'ALA DI ALLUNGAMENTO FINITO	14
3.2	LA TEORIA DELLA LINEA PORTANTE DI PRANDTL	16
3.3	DISTRIBUZIONE GENERICA DI PORTANZA	21
4	CONFRONTO CON I RISULTATI DELL'ESPERIMENTO DI JOHARI <i>ET AL.</i>	23
4.1	L'ESPERIMENTO E I SUOI PARAMETRI	23
4.2	MODULAZIONE DELLA CORDA	24
4.3	CALCOLO DISTRIBUZIONE DI PORTANZA E CARATTERISTICHE AERODINAMICHE	26
4.4	RISULTATI OTTENUTI	28
4.5	COMMENTO FINALE	31
5	ALA ELLITTICA IN PIANTA DOTATA DI TUBERCOLI	32
5.1	MOTIVI E FINALITÀ DELLA SIMULAZIONE	32
5.2	MODELLAZIONE DELLA CORDA	33
5.3	SCELTA DEI VALORI DELLA VARIABILE <i>c_{non modulata}</i>	35
5.4	CALCOLO DISTRIBUZIONE DI PORTANZA E CARATTERISTICHE AERODINAMICHE	36
5.5	RISULTATI OTTENUTI	37
6	CONCLUSIONI	44
7	BIBLIOGRAFIA	46
8	APPENDICE A	47
8.1	SCRIPT PER IL MODELLO DI ALA ELLITTICA	47
9	APPENDICE B	50
9.1	SCRIPT PER LA SIMULAZIONE DELL'ESPERIMENTO DI JOHARI <i>ET AL.</i>	50

Ringraziamenti

Desidero ringraziare tutti coloro che hanno contribuito alla stesura di questa tesi e al raggiungimento di questo traguardo. In primo luogo, desidero ringraziare la relatrice, l'Ing. Stefania Scarsoglio e il co-relatore, il Professor. Renzo Arina per avermi introdotto a questo argomento e guidatomi lungo il percorso che ha portato a compimento questo elaborato.

Un sentito ringraziamento ai miei genitori, i quali hanno sempre riposto estrema fiducia in me e che, con il loro sostegno morale ed economico, mi hanno permesso di raggiungere questo traguardo.

Inoltre voglio ringraziare i miei compagni e amici che, durante questi tre anni, mi hanno sorretto, incoraggiato e a volte sopportato. Un ringraziamento particolare va a Alberto, Gabriele e Stefano, sempre vicini sia nei momenti difficili, sia nei momenti felici: non dimenticherò mai questo anno passato insieme.

Indice delle figure

Figura 1.1: una Megaptera intenta a svolgere un loop durante la caccia.....	6
Figura 2.1: scomposizione delle forze agenti su un profilo investito da una corrente uniforme	8
Figura 2.2: visualizzazione della pressione e sforzi di taglio locali	10
Figura 3.1: effetto della differenza di pressione nei dintorni del tip dell'ala	14
Figura 3.2: visualizzazione dei vortici di estremità.....	14
Figura 3.3: l'angolo di attacco effettivo che deriva dalla composizione del flusso indisturbato con il flusso indotto.....	15
Figura 3.4: sovrapposizione di un numero finito di vortici a ferro di cavallo lungo la linea portante	18
Figura 3.5: sovrapposizione di un numero infinito di vortici a ferro di cavallo lungo la linea portante	18
Figura 4.1: confronto tra una sezione di una pinna di una Megaptera e profilo NACA 63-021.....	23
Figura 4.2: modelli utilizzati nell'esperimento con i rispettive sigle	23
Figura 4.3: grafico corda modello 4L	26
Figura 4.4: grafico corda modello 4M.....	26
Figura 4.5: grafico corda modello 8L.....	26
Figura 4.6: grafico corda modello 8M.....	26
Figura 4.7: confronto risultati modello 8M	29
Figura 4.8: confronto risultati modello 8L	29
Figura 4.9: confronto risultati modello 8S.....	29
Figura 4.10: confronto risultati modello 8M.....	29
Figura 4.11: confronto risultati modello 8L.....	29
Figura 4.12: confronto risultati modello 8S.....	29
Figura 5.1: modello $\eta = 0.025 * c_0$ e c non modulata = 90	35
Figura 5.2: modello $\eta = 0.025 * c_0$	35
Figura 5.3: modello $\eta = 0.12 * c_0$ e c non modulata = 90.....	35
Figura 5.4: modello $\eta = 0.05 * c_0$	35
Figura 5.5: modello $\eta = 0.12 * c_0$ e c non modulata = 90.....	35
Figura 5.6: modello $\eta = 0.12 * c_0$	35
Figura 5.7: grafico (CL-c_nonmodulata) per $\eta = 0.025 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$	37
Figura 5.8: grafico (CL-c_nonmodulata) per $\eta = 0.05 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$	38
Figura 5.9: grafico (CL-c_nonmodulata) per $\eta = 0.12 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$	38
Figura 5.10: grafico (c non modulata, CDi) per $\eta = 0.05 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$	39
Figura 5.11: grafico (c non modulata, CDi) per $\eta = 0.025 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$	39
Figura 5.12: grafico (c non modulata, CDi) per $\eta = 0.12 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$	40
Figura 5.13: grafico (c non modulata, E) per $\eta = 0.025 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$	40
Figura 5.14: grafico (c non modulata, E) per $\eta = 0.12 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$	41
Figura 5.15: grafico (c non modulata, E) per $\eta = 0.05 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$	41
Figura 5.16: efficienza aerodinamica per diversi valori di η , tenendo fisso c non modulata = 148	42
Figura 5.17: coefficiente di resistenza indotta per diversi valori di η , fissati c non modulata = 90 e $\alpha = 10^\circ$	42
Figura 5.18: coefficiente di resistenza indotta per diversi valori di η , fissati c non modulata = 148 e $\alpha = 10^\circ$	43

1 Introduzione

1.1 Che cosa è la biomimetica

Gli esseri umani, nel corso della storia, hanno sempre cercato risposte per i loro problemi in ciò che gli stava intorno: la natura. Con il passare del tempo, l'arte di imitare la natura è diventata scienza: nasce così la Biomimetica. Dal greco βίος μίμησις (imitazione della vita), la Biomimetica è lo studio consapevole dei processi biologici e biomeccanici della natura come fonte di ispirazione, al fine di ricercare possibili miglioramenti delle attività e tecnologie umane. Uno dei primi esempi di Biomimetica è lo studio sul volo degli uccelli effettuato da Leonardo da Vinci, atto a rendere possibile il volo umano. Nel mondo moderno, sono state sviluppate un gran numero di tecnologie ispirate al mondo naturale, trovando applicazione in numerosi settori, dall'edilizia alla medicina al design. Possibili esempi di tecnologie nate dalla riproduzione della natura sono il velcro, ispirato alla forma uncinata dei semi vegetali e le superfici autopulenti, ispirate a loro volta alla particolare forma della superficie superiore dei fiori di loto.

1.2 Megaptera novaeangilae

Dall'inizio degli anni 2000' l'interesse di molti studiosi si è soffermato sui meccanismi di controllo del flusso d'acqua durante il nuoto di alcune specie di cetacei. Tali studi hanno dimostrato che i suddetti meccanismi riescono a garantire notevoli prestazioni natatorie nonostante le grandi masse degli esemplari presi in considerazione. Uno dei mammiferi più studiato in questo campo è la Megaptera novaeangilae, cetaceo misticeto della famiglia Balaenopteridae.

La peculiarità di questa specie è quella di avere particolari pinne pettorali di notevoli dimensioni, variabili tra $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$ della lunghezza complessiva, che le rende addirittura più grandi di quelle della balenottera azzurra, il mammifero più grande al mondo. Inoltre godono anche di un'altra particolarità: sono notevolmente flessibili confrontate con quelle di altri cetacei appartenenti alla stessa famiglia.



Figura 1.1: una Megaptera intenta a svolgere un loop durante la caccia

Gli adulti della Megaptera variano in lunghezza tra i 12 e 16 metri e possono arrivare a pesare 36000 Kg. Oltre alle grandi dimensioni, le pinne pettorali di questa specie si distinguono per un'altra caratteristica: sono dotate sul bordo d'attacco (effettuando un'analogia con una generica ala aeronautica), con frequenza variabile, di protuberanze di forma ellittica e di varie lunghezze. I tubercoli, come verranno chiamate da questo punto in poi tali protuberanze, si dispongono quasi sinusoidalmente lungo la loro apertura e il loro numero è generalmente compreso tra 9 e 11. Infine, la loro profondità diminuisce all'avvicinarsi all'estremità delle pinne.

La maggior parte degli studi condotti fino ad oggi si è concentrata sul dimostrare che è la presenza di tali tubercoli a migliorare le caratteristiche fluidodinamiche delle due pinne, permettendo a questo cetaceo di svolgere rapide e difficili manovre durante la fase di caccia.

È infatti proprio durante la caccia, svolta tramite il metodo del *Bubble Net Feeding*, che la Megaptera sfrutta al meglio la sua notevole agilità, le cui cause sono state ricercate proprio nel notevole allungamento e nell'insolita forma della due pinne pettorali.

1.3 Scopo di questa tesi

Dato il crescente interesse riguardo alle possibili di applicazioni di un profilo d'attacco ondulato, nell'ultimo decennio sono stati svolti numerosi studi, soprattutto sperimentali, atti a verificare se la presenza dei tubercoli migliorasse l'efficienza aerodinamica di particolari profili alari o superfici. Oltre agli studi puramente sperimentali, nel corso degli anni numerosi team di ricercatori hanno iniziato a effettuare simulazioni CFD o numeriche per comprendere meglio e validare i risultati ottenuti sperimentalmente. Ispirandosi ad un articolo pubblicato da Ernst A. van Nierop *et al.* [1] nel 2008, questa tesi ha come obiettivo principale la verifica, attraverso la risoluzione numerica di un modello matematico, del comportamento di un flusso incomprimibile e inviscido attorno a modelli di ala dotati di tubercoli in campo pre-stallo. A questo scopo si è presa come riferimento la teoria della linea portante di Prandtl, che verrà richiamata brevemente nel capitolo successivo. Utilizzando questa teoria, prendendo in considerazione l'articolo "*Effects of Leading-Edge Protuberances on Airfoil Performance*", redatto da Johari *et al.* [2], si è provveduto a verificare se, utilizzando la teoria sopracitata, quindi adottando un approccio numerico, si ottenessero risultati analoghi a quelli ottenuti sperimentalmente, descritti nell'articolo. Infine, prendendo in considerazione un'ala ellittica in pianta e con bordo d'attacco ondulato, si sono calcolate le sue caratteristiche aerodinamiche al variare di alcuni parametri, cercando di verificare i risultati generali riportati in letteratura. Di seguito, tutti i passaggi in cui verrà riportato il codice di calcolo saranno evidenziati da sfondo giallo.

2 Risultati riportati in letteratura

2.1 La propulsione dei mammiferi marini

Il moto in acqua degli animali marini è dovuto alle forze che essi scambiano con il liquido che li circonda. Vi sono eccezioni, ma normalmente è la contrazione dei muscoli di entrambi i lati del corpo a permettere al pesce di avere una propulsione in direzione longitudinale. Secondo molti studiosi, proprio il controllo del flusso, che permette il movimento, è sottoposto ad una forte selezione evolutiva dovuta all'importanza dell'efficienza per la *performance* dell'animale. Nel corso dell'evoluzione, i mammiferi marini si sono adattati alla vita acquatica, sviluppando caratteristiche mirate alla vita marina, quali la forma del corpo affusolata, molte soluzioni per il controllo della temperatura corporea e appendici modificate in pinne. Dunque la loro evoluzione ha richiesto numerosi adattamenti corporei per ottimizzare il dispendio di energie, in particolare per limitare la resistenza e per aumentare la forza propulsiva. Durante il loro sviluppo evolutivo, i mammiferi acquatici hanno sviluppato vari metodi per variare il flusso attorno al loro corpo; Fish e Lauder, nell'articolo "*Passive and active flow control by swimming fishes and mammals*" [1], individuano due tipi di meccanismi: attivi e passivi. I primi richiedono uno sforzo da parte dell'animale e comprendono il movimento delle pinne o dei muscoli allo scopo di modificare la scia; i secondi invece non necessitano di un dispendio energetico per la loro attivazione.

2.2 Resistenza e portanza

Tutti gli studi riportati di seguito e le simulazioni da me elaborate hanno come obiettivo principale quello di determinare le forze aerodinamiche agenti sui vari profili alari. La forza aerodinamica può

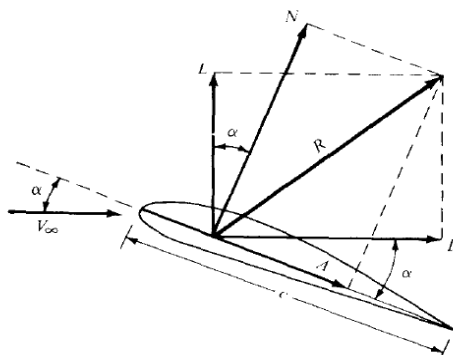


Figura 2.1: scomposizione delle forze agenti su un profilo investito da una corrente uniforme

essere scomposta in due componenti principali: *resistenza* e *portanza*. La prima, conosciuta come *drag force* D (resistenza), è la componente parallela al flusso indisturbato V_∞ , la quale tende a trascinare l'oggetto nella direzione del flusso; la seconda, la *lift force* L (portanza), è la forza che tende a sollevare l'oggetto.

Riferendosi più precisamente alla resistenza, la sua entità dipende dalla natura del fluido, dalla velocità e dalla forma del corpo. Essa può essere divisa idealmente in varie componenti:

- *resistenza d'attrito*
- *resistenza di forma*
- *resistenza indotta*
- *resistenza d'onda*

La resistenza d'attrito è dovuta alle forze viscosive che si scambiano il corpo ed il fluido in moto relativo con esso. Se ipotizziamo il corpo in movimento e il fluido fermo, le particelle a contatto con il corpo dovranno avere la medesima velocità del corpo (*condizione di aderenza*); ciò significa che il corpo eserciterà sulle particelle più prossime un'azione accelerante, che per il principio di azione e reazione corrisponde a dire che il fluido eserciterà un'azione frenante. Dunque il corpo sarà soggetto ad una forza di resistenza, chiamata appunto *resistenza viscosa*, funzione della superficie a contatto con il fluido, della velocità del corpo e della viscosità del fluido.

Per quanto riguarda, invece, la resistenza di forma, anch'essa è dovuta alla viscosità del fluido, ma è legata alle distribuzioni di pressioni attorno al corpo e, più precisamente, al meccanismo di separazione delle linee di flusso. A causa della viscosità, lo strato limite, regione del flusso in cui si possono concentrare idealmente gli effetti della viscosità, perderà energia aggirando il corpo e ciò genererà la separazione delle linee di flusso che, a loro volta, formeranno una zona detta *zona di ricircolazione*, o scia, a valle del corpo. La scia è caratterizzata da una regione in cui sono presenti vortici, dove la pressione statica è tipicamente minore rispetto alla zona a monte. Proprio questa differenza di pressione tra monte e valle genererà la resistenza di forma.

La terza componente, la resistenza indotta, verrà trattata più in dettaglio nel Capitolo 3.1. Infine, la resistenza d'onda è causata dalla formazione di onde d'urto, fenomeno che si verifica solo se si considerano velocità prossime a quella della luce; dunque essa verrà trascurata nei calcoli effettuati in questa tesi.

Trattando profili alari, l'obiettivo dei relativi studi è trovare soluzioni che minimizzino la resistenza e massimizzino l'efficienza.

La portanza e la resistenza integrate su tutta la superficie sono date:

$$L = \int_S dL = - \int_S (P \cos(\vartheta) + \tau \sin(\vartheta)) dS$$

$$D = \int_S dD = - \int_S (P \sin(\vartheta) + \tau \cos(\vartheta)) dS$$

dove PdS e τdS sono rispettivamente le forze di pressione e di taglio agenti sull'elemento di area infinitesima.

In tutti gli esperimenti si procede facendo variare l'angolo di incidenza α , angolo tra il flusso indisturbato V_∞ e il profilo, simulando diversi assetti a cui si potrebbe trovare un velivolo. Da evidenze sperimentali, è noto che se si grafica la portanza in funzione dell'angolo di attacco, si ottiene una curva che presenta un massimo dopo il quale si ha una caduta a valori nettamente inferiori;

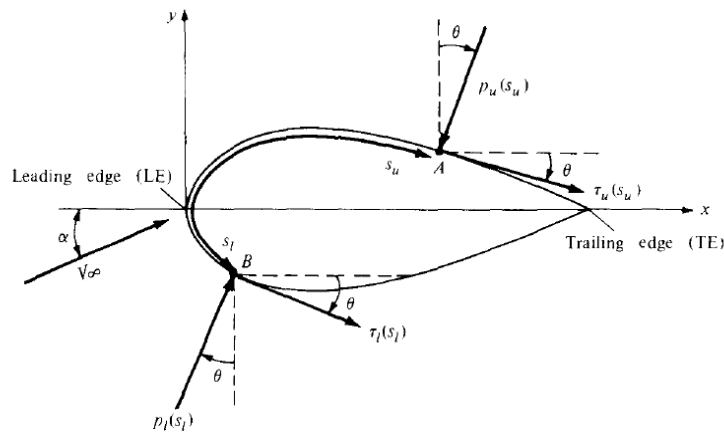


Figura 2.2: visualizzazione della pressione e sforzi di taglio locali

la curva, in seguito a tale diminuzione più o meno repentina, continua a decrescere; questa condizione è detta di *stallo* e l'angolo di incidenza che ne individua l'inizio è detto angolo di stallo (*stall angle*).

Se si fissa il fluido della corrente e la forma del corpo, possono essere definiti i seguenti coefficienti:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V^2 S}$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho V^2 S}$$

Per confrontare tali coefficienti verranno usati grafici in cui essi vengono posti in ordinate, mentre in ascissa verrà posto l'angolo di incidenza. Un ulteriore parametro che verrà utilizzato per valutare le caratteristiche aerodinamiche di un particolare modello è l'efficienza aerodinamica, definita come *Lift to Drag ratio E*:

$$E = \frac{L}{D}$$

Inoltre, di notevole interesse sono ulteriori coefficienti adimensionati, quali il numero di *Reynolds* e il numero di *Mach*. Il primo, espresso tramite la relazione $Re = \frac{\rho V_{\infty} l}{\nu}$, dove ν è la viscosità cinematica del fluido, è proporzionale al rapporto tra forza di inerzia e forze viscosive e permette di valutare se il moto di scorrimento sia in regime laminare o regime turbolento. Il secondo, definito come $\frac{V_{\infty}}{c}$, con $c = \sqrt{\gamma RT}$ velocità del suono, permette di valutare gli effetti della compressibilità dell'aria.

2.3 Risultati presenti in letteratura

Uno dei primi studi effettuati sulle conseguenze causate dalla presenza dei tubercoli è stato effettuato nel 1995 da Fish *et al.*, i cui risultati sono stati resi noti attraverso la pubblicazione intitolata: "Hydrodynamic design of the humpback whale flipper" [3]. Effettuando misurazioni su un esemplare vero, Fish ha indagato sia la forma sia le dimensioni dei tubercoli; inoltre, cercando un'analogia con un profilo alare, è giunto a dimostrare che si può considerare la pinna della Megattera come un profilo quasi-simmetrico. Prendendo come riferimento la lunghezza dell'intera balena, 9.02 m, lo spessore delle varie sezioni oscillava mediamente tra 0.2 c a 0.28 c , dove con c viene definita la corda della sezione della pinna, con un valore medio di 0.23 c , che decresce dalla mezzeria alla punta. Inoltre, Fish *et al.* [3], osservando soprattutto le sezioni centrali della pinna, hanno individuato una somiglianza tra il profilo trasversale della pinna e il profilo NACA 63-021. Per quanto riguarda i tubercoli, la loro ampiezza variava dal 2.5% al 12% della corda e la lunghezza d'onda con cui si ripresentavano variava dal 10% al 50% della corda. La loro funzione, secondo gli autori dell'articolo, era analoga a quella dei generatori di vortici, già presenti su alcuni aerei; lungo il bordo di attacco di entrambe le pinne, la presenza di queste protuberanze permetteva, tramite la creazione di vortici, di cedere energia allo strato limite del fluido, facendo in modo di consentirgli di rimanere attaccato alla superficie più a lungo, ritardando sensibilmente l'insorgere del fenomeno

dello stallo. Questa tesi, l'analogia tra i tubercoli e i generatori di vortici, verrà poi ripresa da numerose pubblicazioni redatte successivamente, ispirate proprio all'articolo di Fish *et al* [3].

Dopo questo primo studio, nel 2003 Paterson *et al.* hanno condotto una simulazione RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) su un profilo alare NACA 63-021 modificato dalla presenza dei tubercoli. I risultati hanno riportato variazioni sensibili dovute alla presenza dei tubercoli per angoli di incidenza pari a 10° . A seguire, nel 2004 è stato svolto lo studio che ha riscontrato per primo risultati molto incoraggianti: Miklosovic *et al.* [4] hanno effettuato esperimenti in galleria del vento utilizzando due modelli di pinna in scala 1:4, basati sul profilo NACA 0020, uno con profilo liscio, l'altro dotato di tubercoli, posizionati seguendo le indicazioni tratte dall'articolo redatto da Fish *et al.* [3] dieci anni prima. I risultati, in termini di caratteristiche aerodinamiche, hanno evidenziato un aumento dell'angolo di stallo, che vale 12° per il modello liscio e 16.3° per quello con protuberanze. Inoltre, per il modello con tubercoli è stato riscontrato un aumento della portata e dell'efficienza massima, correlato ad una piccola diminuzione della resistenza per incidenze

$$12^\circ < \alpha < 17^\circ.$$

Successivamente, altri esperimenti hanno riportato risultati meno positivi, riscontrando una diminuzione di portanza e un aumento di resistenza in fase di pre-stallo. Per quanto riguarda invece la fase post-stallo, tutti gli esperimenti riportano un aumento di portanza (fino al 50%) correlato alla dimensione dei tubercoli stessi. Il loro numero, e di conseguenza la distanza fra di essi, pare non abbia influenze marcate sulla risultante aerodinamica.

Nel 2007, Johari *et al.* [2] hanno pubblicato un articolo intitolato: "Effects of Leading-Edge Protuberances on Airfoil Performance" nel quale vengono studiati gli effetti della presenza di tubercoli su profili basati sul NACA 634-021, realizzati in alluminio. I modelli dotati di tubercoli sono sei e variano a seconda della lunghezza d'onda e dell'ampiezza dei tubercoli. Tutti i modelli con tubercoli, confrontati con il modello con il bordo liscio, hanno evidenziato un comportamento simile: si può notare un abbassamento della portanza in fase pre-stallo; in fase post-stallo, tuttavia, il C_L si mantiene su valori decisamente più alti rispetto al modello *baseline* (modello con il bordo liscio). Se invece si confrontano i modelli a pari ampiezza, ma variando la lunghezza d'onda, si nota che, al diminuire della frequenza, le prestazioni peggiorano, rimanendo tuttavia superiori a quelle del modello *baseline* in fase post-stallo.

L'anno dopo, van Nierop *et al.* [1] hanno pubblicato l'articolo: "How bumps in whale humpers delay stall: an Aerodynamic model" nel quale viene sviluppato un modello aerodinamico basato su un modello potenziale, con un'apposita correzione nel calcolo del C_p per tenere conto dello strato limite, allo scopo di spiegare l'appiattimento della curva della portanza dovuto alla presenza dei tubercoli e alla

loro ampiezza. Nuovamente non si sono ottenuti i primi risultati di Miklosovic, ma si è comunque notato un notevole vantaggio nella fase post-stallo. Van Nierop *et al.* [1] per la simulazione utilizzano tre ampiezze diversi per i tubercoli: $\eta = 0.025 c$, $\eta = 0.05 c$ e $\eta = 0.12 c$, stessi valori che vengono utilizzati nella simulazione numerica di questa tesi.

Infine, per concludere questa breve digressione sugli studi presenti in letteratura, nel 2013 N. Rostamzadeh *et al.* [5] hanno pubblicato un articolo intitolato: “The effect of undulating leading-edge modifications on NACA 0021 airfoil characteristics”, nel quale cercano di indagare se la presenza dei tubercoli migliora un profilo NACA 0021 attraverso tre diversi approcci: analitico, utilizzando la teoria della linea portante non lineare di Prandtl; sperimentale, effettuando esperimenti in galleria del vento, utilizzando diversi modelli di ala rettangolare con bordo di attacco ondulato; computazionale, effettuando la simulazione con il programma ANSYS-CFX 12.1. Tramite lo studio analitico, Rostamzadeh *et al.* [5] riescono a dimostrare che la teoria non lineare di Prandtl, benché parta da semplici asserzioni, è in grado di descrivere le variazioni di portanza dovute alla presenza dei tubercoli lungo l’apertura alare. Graficando la distribuzione di circuitazione, Rostamzadeh *et al.* hanno notato che essa assume un pattern ondulato, simile a quello dei tubercoli. La variazione periodica della circuitazione, ondulazione che aumenta all’aumentare dell’angolo di attacco, indica un fenomeno di generazione dei vortici lungo l’apertura alare, fenomeno che assegna ai tubercoli, dunque, un ruolo paragonabile a quello dei generatori di vortici, già utilizzati nell’industria aeronautica e in altri settori.

L’analisi sperimentale, effettuata nella galleria del vento dell’università di Adelaide, è stata effettuata in condizioni tali da avere un $Re = 120000$. Tramite di essa si è ottenuto, per tre modelli dei quattro testati, un andamento della curva $(\alpha - C_L)$ più appiattito nel range *post-stallo*, con un miglioramento generale delle prestazioni ad alti angoli di incidenza. La spiegazione di questo effetto è stata individuata nella presenza di una zona di bassa pressione a ridosso del bordo di attacco, dovuta alla presenza dei tubercoli, la quale è in grado di garantire un aumento di portanza. Tale incremento fa in modo di ritardare la comparsa del fenomeno dello stallo.

3 L'analisi numerica e la teoria della linea portante di Prandtl

3.1 Flusso incomprimibile attorno ad un'ala di allungamento finito

Un corpo tridimensionale tale che, quando è investito da una corrente uniforme con opportuna incidenza, la componente predominante della forza scambiata con il fluido è perpendicolare alla direzione della corrente uniforme, è detto ala ad allungamento finito.

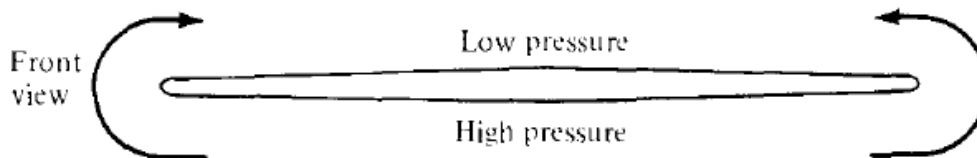


Figura 3.1: effetto della differenza di pressione nei dintorni del tip dell'ala

Considerando l'ala ad allungamento finito un corpo tridimensionale allora anche il flusso che la investe dovrà essere valutato lungo le tre dimensioni, dunque anche lungo la direzione y . Come introdotto nel precedente capitolo, ciò che crea la portanza è la differenza di pressione tra dorso e ventre. Considerando un'ala ad allungamento finito, a causa della stessa differenza di pressione, nei pressi dell'estremità dell'ala il flusso tenderà ad arricciarsi attorno all'estremità dell'ala stessa, come mostrato in Figura 3.1.

Di conseguenza, lungo l'asse y , si possono individuare due differenti componenti del flusso: dalle estremità alle radici dell'ala sul dorso, dalle radici alle estremità sul ventre. Dunque, il flusso attorno ad un'ala ad allungamento finito è chiaramente tridimensionale e quindi bisogna aspettarsi che le caratteristiche aerodinamiche dell'ala completa saranno diverse da quelle dei singoli profili alari.

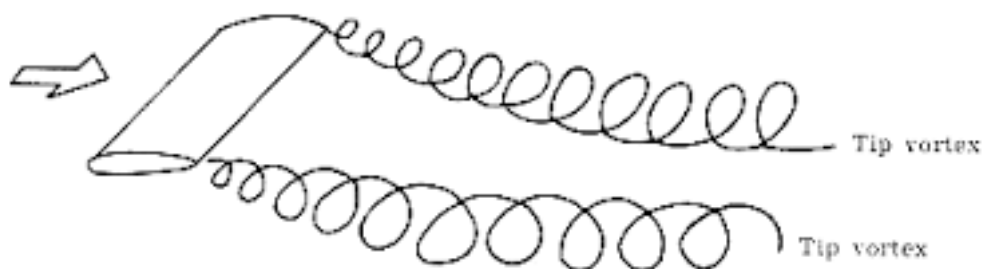


Figura 3.2: visualizzazione dei vortici di estremità

Inoltre, la tendenza del flusso di “scorrere” dalla parte inferiore a quella superiore dell’ala ha la conseguenza di creare vortici di estremità che si espandono a valle, lungo la direzione x, come mostra la Figura 3.2. Questi vortici a valle dell’ala inducono una piccola componente verso il basso della velocità del flusso, chiamata *downwash* e denotata con il simbolo w_i . A sua volta, il *downwash* si andrà a sommare vettorialmente con la velocità della corrente uniforme V_∞ , producendo così una corrente locale inclinata verso il basso in prossimità di ogni profilo alare. L’angolo tra la corda e la velocità effettiva non è più quindi l’incidenza geometrica α , ma diventa, come si vede in figura 2.3, l’incidenza effettiva α_{eff} , la quale si calcola sottraendo all’incidenza geometrica quella indotta, α_i , generata dal *downwash* w . Di conseguenza, anche la portanza effettiva sarà inclinata di un angolo α_i rispetto a quella creata dal flusso indisturbato. Ciò, come si vede nella figura 2.3, fa sì che compaia una componente della portanza parallela alla velocità indisturbata, ossia una componente di resistenza dovuta anch’essa al *downwash*. Questa componente la si chiama *resistenza indotta* D_i .

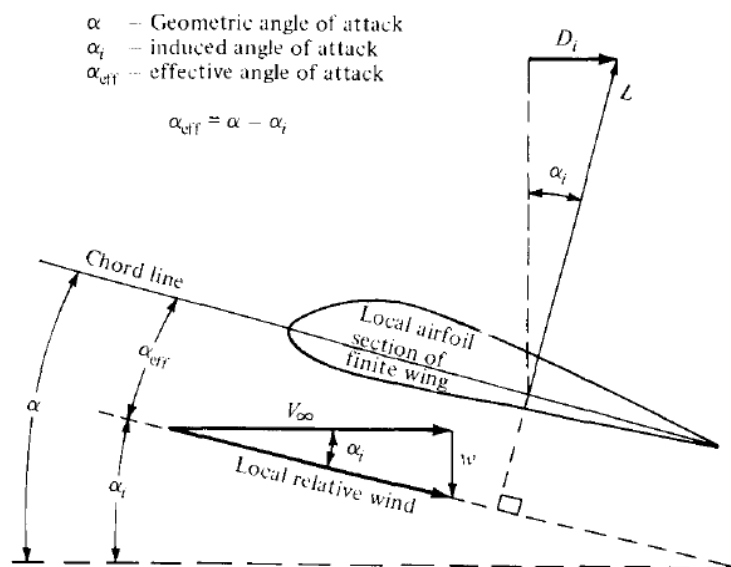


Figura 3.3: l'angolo di attacco effettivo che deriva dalla composizione del flusso indisturbato con il flusso indotto

Dunque, si è visto come la presenza del *downwash* su un ala ad allungamento finito ha due principali effetti:

- riduce l'angolo con cui i profili alari bidimensionali vedono la corrente locale:

$$\alpha_{eff} = \alpha - \alpha_i$$

- crea una componente della resistenza dovuta all'inclinazione del vettore L, la resistenza indotta D_i

Tuttavia bisogna ricordarsi che questa teoria considera comunque un fluido inviscido e incompressibile, non considerando dunque l'attrito a parete e la separazione del flusso. Data questa tipologia di flusso, su un'ala finita vi è una resistenza finita, non incappando così nel paradosso di D'Alambert.

Dunque le caratteristiche aerodinamiche di un'ala ad allungamento finito non sono uguali a quelle delle proprie sezioni. Inoltre bisogna ricordare che la resistenza totale su un'ala ad allungamento finito immersa in un flusso subsonico è la somma della resistenza indotta D_i e della resistenza dovuta alla viscosità del fluido, espressa tramite il coefficiente C_{D0} . Pertanto, è possibile definire un coefficiente di resistenza indotta pari a:

$$C_{di} = \frac{D_i}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S}$$

ossia il rapporto tra la resistenza indotta D_i e il prodotto tra la pressione dinamica $\frac{1}{2}\rho V_\infty^2$ e la superficie alare S .

3.2 La teoria della linea portante di Prandtl

La teoria della linea portante fu sviluppata da Ludwig Prandtl e i suoi colleghi nel periodo a cavallo della Prima Guerra Mondiale ed, ad oggi, è ancora utilizzata per effettuare calcoli preliminari su un'ala ad allungamento finito in capo pre-stallo. Concentrandosi sugli aspetti legati alla portanza, il profilo alare può essere rappresentato da una distribuzione di vorticità, considerando la teoria dei profili sottili, o da un vortice equivalente se si considerano le trasformazioni di Kutta-Joukowski. Nel primo caso la superficie vorticoso corrisponde ad una distribuzione lineare di vortici di larghezza uguale alla corda e di estensione infinita; nel secondo il vortice equivalente è un filetto rettilineo infinito.

Considerando un'ala ad allungamento finito, non è possibile dunque immaginare di troncare il filetto o la superficie vorticoso in corrispondenza delle estremità alari, dato che ciò contravverrebbe il primo teorema di Helmholtz per il moto vorticoso. Una soluzione possibile sarebbe quella di far richiudere i filetti vorticosi su se stessi sull'ala, ma ciò produrrebbe un flusso netto di vorticità attraverso ogni sezione nullo, annullando così la portanza. Inoltre, spostandosi sull'asse y , la circuitazione deve variare, simmetrica rispetto alla mezzeria e nulla alle estremità alari. Questo ultimo fatto implica una variazione di flusso netto di vorticità attraverso i profili alari. Questo lo si ottiene solo se si permette alla sistema vorticoso, che rappresenta l'ala, di uscire dall'ala stessa. Dunque, in definitiva,

un sistema vorticoso di un'ala ad allungamento finito che rispetti i principi della dinamica della vorticità deve essere composto da due differenti superfici:

- Una *superficie vorticoso aderente* all'ala, con linee vorticoso allineate lungo l'apertura alare
- Una *superficie libera*, che ha origine nel bordo di fuga dell'ala e prosegue all'infinito a valle, lungo la quale i filetti vorticoso sono essenzialmente allineati con la corrente uniforme

La seconda superficie, la *superficie libera*, rappresenta la scia dell'ala. Una possibile rappresentazione schematica di questo sistema vorticoso è illustrata nella Figura 3.2. I filetti vorticoso sulla superficie libera, a causa della mutua induzione, tendono a traslare verso le estremità della superficie stessa che dunque tende ad arrotolarsi. Tuttavia questo effetto si verifica a diverse corde di distanza dal bordo di fuga, dunque può essere trascurato per lo studio dell'ala. Diverso sarebbe se l'intenzione fosse quella di studiare le caratteristiche della scia; in quel caso allora bisognerebbe tenere conto di questo effetto.

Inizialmente, basandosi su osservazioni sperimentali sull'effetto appena descritto, un primo modello vorticoso per l'ala ad allungamento finito fu proposto da Lanchester. Egli ipotizzò di rappresentare l'ala come la somma di tre filetti vorticoso: un vortice aderente e due vortici di estremità, i quali formavano complessivamente un vortice a staffa. Dunque, si otteneva un sistema in cui lungo l'apertura alare la circuitazione era costante e tutta la variazione veniva concentrata nelle estremità. Tale sistema non era preciso nei pressi dell'ala.

Successivamente, come scritto in precedenza, Prandtl introdusse un modello vorticoso in cui l'ala è sostituita da una superficie vorticoso. Lo studioso tedesco invece di considerare un solo vortice a staffa, sovrappose idealmente un numero di vortici a staffa tendente ad infinito, ciascuno con una differente lunghezza del vortice aderente, ma tutti con i vortici aderenti allineati lungo una sola linea, chiamata *linea portante*, la quale sostituisce la superficie vorticoso aderente e che Prandtl posizionò lungo la linea dei fuochi. Ciò fa sì che si abbiano più filetti vorticoso di estremità lungo l'apertura alare, come mostrato nella Figura 3.3, e che l'intensità di ogni vortice di estremità sia uguale alla variazione di circuitazione lungo la linea portante.

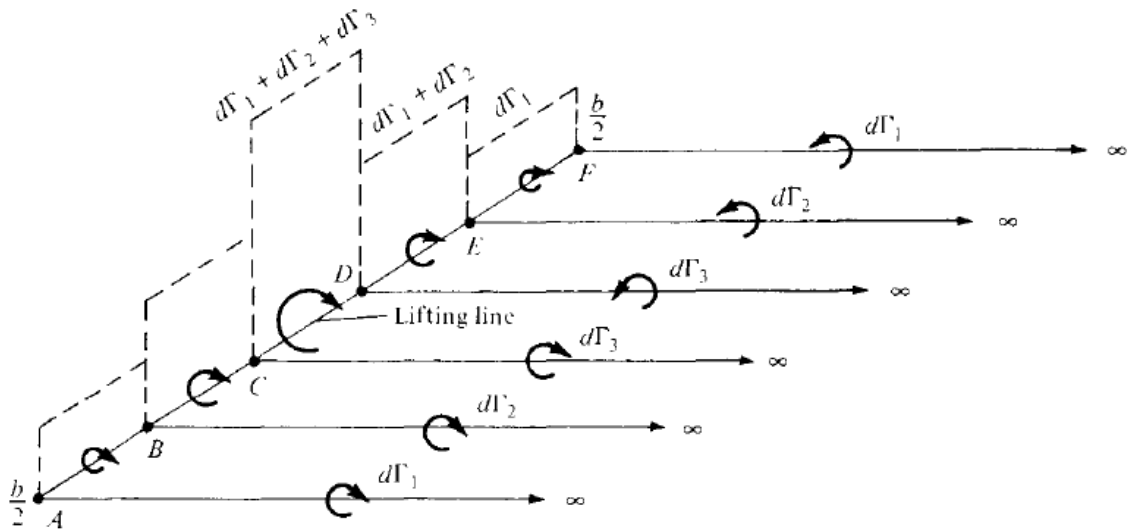


Figura 3.4: sovrapposizione di un numero finito di vortici a ferro di cavallo lungo la linea portante

Se consideriamo il caso in cui un numero infinito di filetti vorticosi a staffa sono sovrapposti lungo la linea portante, si ha che ognuno di essi avrà un'intensità di $d\Gamma$ e in totale si otterrà una distribuzione continua $\Gamma(y)$ lungo l'apertura alare. Consideriamo Γ_0 il valore della circuitazione nell'origine. Consideriamo ora un segmento infinitesimo della linea portante, dy , posto alla coordinata y , come illustrato nella Figura 3.4. La circuitazione in y è $\Gamma(y)$ e la variazione di circuitazione è $d\Gamma = (d\Gamma/dy)dy$. Dato y_0 come punto arbitrario della linea portante, ogni segmento dx dei filetti allineati lungo la direzione della corrente indisturbata indurrà in y_0 una velocità con intensità e

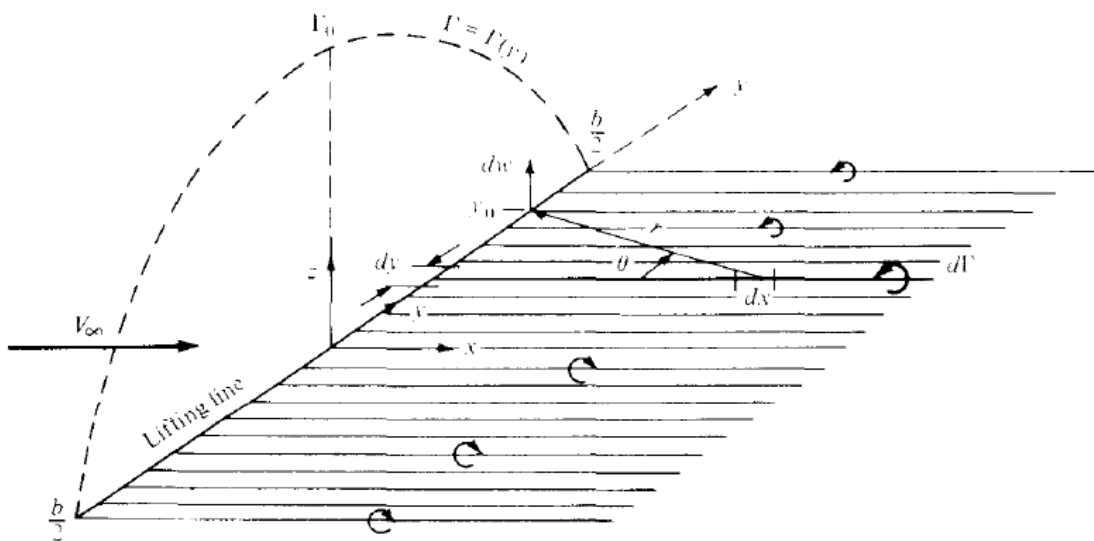


Figura 3.5: sovrapposizione di un numero infinito di vortici a ferro di cavallo lungo la linea portante

direzione date dalla legge di Biot-Savart. Dunque la velocità indotta in y_0 dalla porzione di superficie vorticoso libera presente in y è data dall'equazione:

$$dw = -\frac{(d\Gamma/dy)dy}{4\pi(y_0 - y)}$$

Per coerenza con la Figura 2.5 è necessario mettere il meno nella formula precedente, per far sì che si abbia una componente dw positiva quando la circuitazione diminuisce lungo l'apertura alare, quindi $d\Gamma/dy$ negativo. La velocità w totale indotta in y_0 dall'intera superficie vorticoso libera è data dall'equazione:

$$w(y_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{(y_0 - y)}$$

Considerando un generico profilo posizionato nella posizione y_0 , l'incidenza indotta α_i è data dalla formula:

$$\alpha_i(y_0) = \tan^{-1}\left(\frac{-w(y_0)}{V_\infty}\right)$$

Dato che w è molto più piccolo di V_∞ possiamo scrivere che:

$$\alpha_i(y_0) = \frac{-w(y_0)}{V_\infty}$$

Sostituendo la (2.) nella (2.) si ottiene l'equazione con cui si calcola l'incidenza indotta nel punto y_0 :

$$\alpha_i(y_0) = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{(y_0 - y)}$$

Consideriamo ora di nuovo l'incidenza effettiva α_{eff} . Essa varierà lungo l'apertura alare dato che il *downwash* w varia lungo l'asse y ; quindi $\alpha_{eff} = \alpha_{eff}(y_0)$. Il coefficiente di portanza per ogni singola sezione collocata a $y = y_0$ è:

$$c_l = 2\pi k(\alpha_{eff} - \alpha_0)$$

Per il teorema di Kutta-Joukowski, la portanza per la singola sezione posizionata a $y = y_0$ si potrà calcolare come:

$$L' = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 c_l c(y_0) = \rho_\infty V_\infty \Gamma(y_0)$$

Dall'equazione precedente si trova che:

$$c_l = \frac{2\Gamma(y_0)}{V_\infty c(y_0)}$$

Sostituendo la formula del c_l appena trovata nella (2.) si ottiene:

$$\frac{\Gamma(y_0)}{V_\infty c(y_0)} = \pi k(\alpha_{eff} - \alpha_0)$$

$$\alpha_{eff} = \frac{\Gamma(y_0)}{\pi k V_\infty c(y_0)} + \alpha_0$$

Dunque, infine si ottiene la formula per l'incidenza geometrica $\alpha(y_0)$:

$$\alpha(y_0) = \frac{\Gamma(y_0)}{\pi k V_\infty c(y_0)} + \alpha_0 + \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{(y_0 - y)}$$

L'equazione appena scritta è un'equazione integro-differenziale nella quale l'unica incognita è $\Gamma(y_0)$. Dunque la sua soluzione ci permette di calcolare $\Gamma(y_0)$, successivamente, grazie a questo valore appena calcolato sarà possibile calcolare le caratteristiche aerodinamiche dell'ala ad allungamento finito.

Per la singola sezione, dopo aver calcolato $\Gamma(y_0)$, sarà possibile calcolare la portanza da essa generata L' , utilizzando la formula precedentemente scritta.

La portanza totale invece si otterrà integrando lungo tutta l'apertura alare L' :

$$L = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} L'(y) dy = \rho_\infty V_\infty \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma(y) dy$$

Il coefficiente di portanza dell'ala intera sarà di conseguenza:

$$C_L = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma(y) dy$$

per quanto riguarda invece la resistenza indotta, se analizziamo una singola sezione si avrà:

$$D_i' = L' \sin(\alpha_i)$$

Dato che l'angolo α_i è da considerarsi piccolo, si potrà scrivere:

$$D_i' = L' \alpha_i$$

La resistenza indotta totale risulterà quindi:

$$D_i = \rho_\infty V_\infty \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma(y) \alpha_i(y) dy$$

Il coefficiente di resistenza indotta sarà:

$$C_{D_i} = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma(y) \alpha_i(y) dy$$

3.3 Distribuzione generica di portanza

Consideriamo la trasformazione $y = -\frac{b}{2} \cos(\vartheta)$, dove la coordinata y è data in funzione di ϑ , con $0 \leq \vartheta \leq \pi$. Assumiamo che la generica distribuzione di portanza sia descritta da una serie di Fourier, più precisamente:

$$\Gamma(\vartheta) = 2bV_\infty \sum_1^N A_n \sin(n\vartheta)$$

dove N può essere scelto in base al grado di accuratezza desiderato. Ciò che risulta incognito sono i termini della serie A_n , tuttavia risulta che essi debbano soddisfare l'equazione fondamentale della teoria della linea portante di Prandtl; perciò, differenziando si ottiene:

$$\frac{d\Gamma}{d\vartheta} = \frac{d\Gamma}{d\vartheta} \frac{d\vartheta}{dy} = 2bV_\infty \sum_1^N nA_n \cos(n\vartheta) \frac{d\vartheta}{dy}$$

Sostituendo le due ultime equazioni scritte nell'equazione fondamentale si ottiene:

$$\alpha(\vartheta_0) = \frac{2b}{\pi c(\vartheta_0)} \sum_1^N A_n \sin(n\vartheta_0) + \alpha_0 + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sum_1^N nA_n \cos(n\vartheta)}{\cos(\vartheta) - \cos(\vartheta_0)} d\vartheta$$

Sapendo che:

$$\int_0^\pi \frac{\cos(n\vartheta) d\vartheta}{\cos \vartheta - \cos \vartheta_0} = \frac{\pi \sin(n\vartheta_0)}{\sin \vartheta_0}$$

L'equazione precedente diventa:

$$\alpha(\vartheta_0) = \frac{2b}{\pi c(\vartheta_0)} \sum_1^N A_n \sin(n\vartheta_0) + \alpha_0 + \sum_1^N nA_n \frac{\sin(n\vartheta_0)}{\sin(\vartheta_0)}$$

Valutando l'equazione appena scritta, le uniche incognite sono i termini A_n . Valutando quindi l'incidenza effettiva nei vari N punti in cui abbiamo diviso l'apertura alare, otteniamo un sistema di N equazioni in cui le incognite sono appunto i termini $A_1, A_2 \dots A_N$. Con questo modello i suddetti termini vengono calcolati numericamente imponendo che la distribuzione di portanza soddisfi l'equazione fondamentale. Una volta nota $\Gamma(\vartheta)$, è possibile calcolare il coefficiente C_L tramite l'equazione:

$$C_L = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma(y) dy = \frac{2b^2}{S} \sum_1^N A_n \int_0^\pi \sin(n\vartheta) \sin(\vartheta) d\vartheta$$

Poiché è valida la seguente relazione:

$$\int_0^\pi \sin(n\vartheta) \sin(\vartheta) d\vartheta = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{se } n = 1 \\ 0 & \text{se } n \neq 1 \end{cases}$$

Allora si ottiene che il coefficiente di portanza dell'ala ad allungamento finito vale:

$$C_L = A_1 \pi \lambda$$

Per quanto riguarda l'incidenza indotta, sostituendo nella sua formulazione l'espressione della distribuzione di portanza generica, si ottiene:

$$\alpha_i(\vartheta_0) = \frac{1}{\pi} \sum_1^N n A_n \int_0^\pi \frac{\cos(n\vartheta)}{\cos(\vartheta) - \cos(\vartheta_0)} d\vartheta = \sum_1^N n A_n \frac{\sin(n\vartheta_0)}{\sin(\vartheta_0)}$$

Per quanto riguarda il coefficiente di resistenza indotta, ricordando la sua formulazione:

$$C_{D_i} = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma(y) \alpha_i(y) dy = \frac{2b^2}{S} \int_0^\pi \left(\sum_1^N A_n \sin(n\vartheta) \right) \alpha_i(\vartheta) d\vartheta$$

Sostituendo l'espressione di $\alpha_i(\vartheta)$ precedentemente trovata nell'equazione appena scritta e svolgendo alcuni raccoglimenti si arriva ad ottenere la formulazione finale del coefficiente di resistenza indotta C_{D_i} :

$$C_D = \frac{C_L^2}{\pi \lambda} + \pi \lambda \sum_{n=2}^{\infty} n A_n^2$$

4 Confronto con i risultati dell'esperimento di Johari *et al.*

4.1 L'esperimento e i suoi parametri

Allo scopo di verificare le conseguenze della presenza di tubercoli su un profilo NACA 63-021 (molto simile alla sezione della pinna della Megaptera [3]) Johari *et al.* [2] hanno svolto uno studio nella galleria ad acqua del Naval Undersea Warfare Center (NUWC), Newport, Rhode Island. Per svolgere l'esperimento sono stati creati due set di ali rettangolari in alluminio, con profilo basato sul NACA 63-021, dotati di tubercoli. In questa tesi è stato preso in considerazione solo il primo set, per il quale le lunghezze della corda alla radice e dell'apertura alare erano, rispettivamente:

- $c = 102 \text{ mm}$

- $b = 203 \text{ mm}$

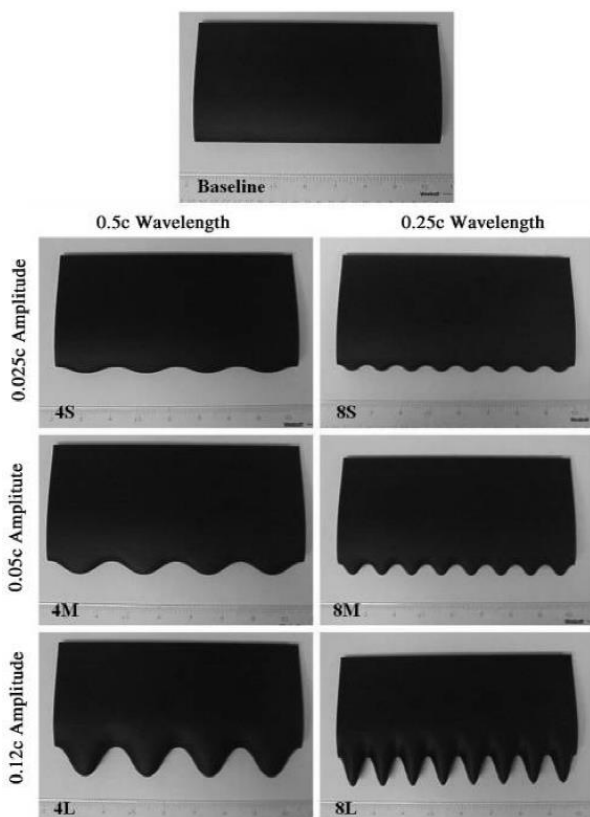


Figura 4.2: modelli utilizzati nell'esperimento con i rispettive sigle

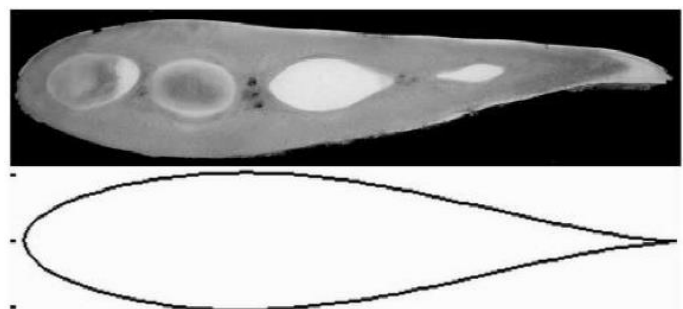


Figura 4.1: confronto tra una sezione di una pinna di una Megaptera e profilo NACA 63-021

Uno dei sette modelli prodotti non era dotato di bordo di attacco ondulato ed è stato usato come “modello base” (*baseline*) per il confrontare i dati. Il bordo di attacco degli altri sei modelli utilizzati era sinusoidale nella direzione dell'apertura alare e la geometria era stata definita attraverso un'ampiezza e una lunghezza d'onda, riproducendo così la presenza dei tubercoli. per il primo set di modelli sono state scelte tre diverse ampiezza e due diverse lunghezze d'onda: per la prima sono stati scelti: $0.025c$, $0.05c$ e $0.12c$; la seconda varia da $0.25c$ (4 "punte") a $0.5c$ (8 "punte"). Va notato, inoltre, che l'area dei modelli dotati di tubercoli è la stessa del modello *baseline* allo scopo di rendere più significativo il confronto. Da qui in avanti si utilizzerà la notazione illustrata nella figura 4.2 per indicare i vari modelli.

L'esperimento è stato svolto per due differenti velocità del flusso indisturbato: $U_\infty = 1.2 \frac{m}{s}$ e $U_\infty = 1.8 \frac{m}{s}$ ma nell'articolo sono stati riportati solo i risultati ottenuti con la seconda velocità. Basandosi sulla corda alla radice e sul valore della velocità si ottiene un numero di Reynolds $Re = 1.83 * 10^5$. Le misure sono state effettuate facendo variare l'angolo di incidenza geometrico tra i valori $-6 \leq \alpha \leq 30 \text{ deg}$. I dati ottenuti, in termini di forze e momenti, sono stati poi convertiti in coefficienti di portanza, resistenza e momento usando la pressione dinamica del flusso indisturbato e l'area in pianta dei modelli. Come riportato nel capitolo 2.2.

4.2 Modulazione della corda

Per effettuare i calcoli utilizzando la teoria della linea portante di Prandtl è necessario esprimere la corda c in funzione dell'angolo theta ϑ . Dato che Matlab lavora principalmente con vettori e matrici, è necessario descrivere la corda come un vettore, le cui componenti rappresentano la lunghezza della corda ai vari angoli considerati. Unendo i punti ottenuti si graficherà una spezzata, più o meno definita a seconda del numero di punti che si è scelto di rappresentare.

Nell'esperimento di Johari *et al.* [2] la modulazione dei tubercoli avviene con due differenti lunghezze d'onda:

- $0.25c$ per i modelli con 4 “punte”
- $0.5c$ per i modelli con 8 “punte”

Dunque le prime variabili da definire sono proprio il numero di punti in cui suddividere la grandezza theta, dato dalla variabile n_punti , (e quindi viene deciso quanti elementi verranno posti nel vettore c) e il numero di punte, per poter svolgere i calcoli alle differenti lunghezze d'onda.


```
n_punti=400;
numero_punte=8; %esempio in cui si consideri il modello con più punte
theta=linspace(pi/2,pi/360,n_punti+1);
theta_g=linspace(-pi/2,numero_punte*2*pi-pi/2,n_punti+1);
```

Come si può vedere dal riquadro sovrastante, sono definite due variabili angolari:

- Theta: angolo che varia tra $\pi/2$ e 0, suddiviso in $n_punti+1$ valori egualmente distanti fra loro tramite il comando *linspace*; viene utilizzato per calcolare l'area, graficare la corda e per calcolare le caratteristiche aerodinamiche
- Theta_g: vettore composto da $n_punti+1$ elementi e con il limite superiore variabile in funzione del numero di punte; serve per far variare la lunghezza d'onda

Dunque definite queste due variabili e alcune caratteristiche quali:

```
% lunghezza corda alla radice [m]
c_0 = 0.102;
% semi-apertura alare [m]
b = 0.203/2
% semi-ampiezza perturbazioni della corda[m]
etha = 0.12*c_0; %[configurazione L]
```

Si può procedere alla modulazione della corda che avviene tramite il ciclo:

```
% Calcolo corda modulata
y=linspace(0,b,n_punti+1);
c=zeros(1,n_punti+1);
for i=1:n_punti+1
    c(i)=c_0+etha*sin(theta_g(i))+etha*c_0;
end
```

L'equazione con la quale si è implementata l'ala, come si può notare dalla tabella sovrastante, è della forma:

$$c(\vartheta) = c_0 + (\eta * \sin(\vartheta_g)) + \eta$$

dove si considera un'ala in pianta rettangolare con corda c_0 , a cui si aggiunge la modulazione sinusoidale governata dal $\sin(\vartheta_g)$, termine nel quale è inserita l'informazione su quante "punte" sono presenti nel modello.

Facendo variare η e la lunghezza d'onda si ottengono i sette modelli utilizzati nell'esperimento. Si riportano, a titolo esemplificativo, i grafici ottenuti plottando il modello 4M,8M, 4L e 8L:

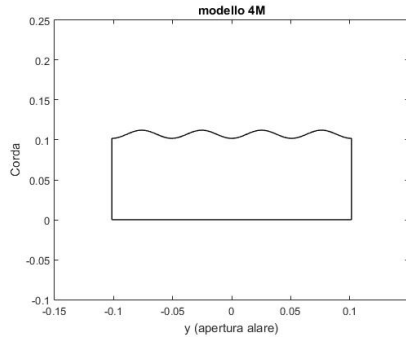


Figura 4.4: grafico corda modello 4M

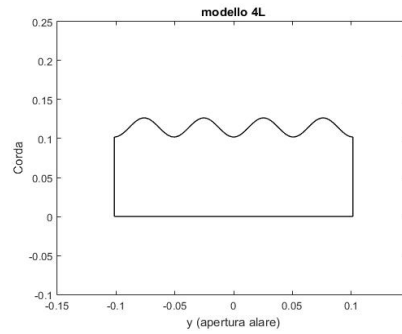


Figura 4.3: grafico corda modello 4L

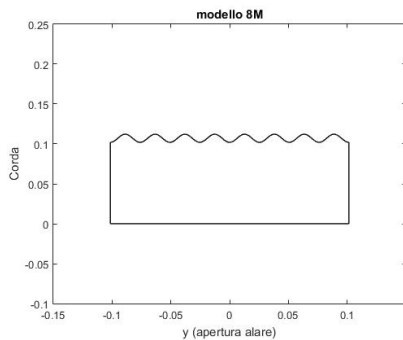


Figura 4.6: grafico corda modello 8M

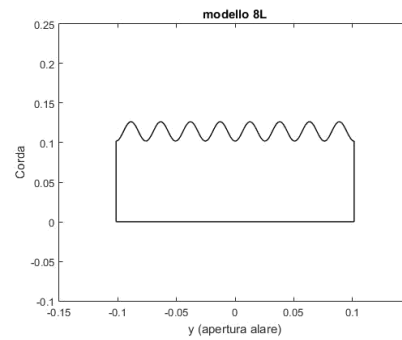


Figura 4.5: grafico corda modello 8L

4.3 Calcolo distribuzione di portanza e caratteristiche aerodinamiche

Per calcolare le caratteristiche aerodinamiche dei vari modelli si utilizza, come scritto nel capitolo 3, la teoria della linea portante di Prantl. Non conoscendo a priori la distribuzione della circuitazione, assumiamo, per quanto riguarda la circuitazione adimensionata, la seguente espressione:

$$g(\vartheta) = \sum_{1,3,5\dots}^m a_n \sin(n\vartheta)$$

Usando la trasformazione $y = b/2\cos(\vartheta)$, dove $\vartheta \in [0, \pi]$ e $y \in [-b/2, b/2]$. Inoltre si consideri la generica funzione:

$$h(\vartheta) = \frac{c'_l(\vartheta)c(\vartheta)}{2b}$$

Se sostituiamo l'espressione della circuitazione adimensionata nell'equazioni integro-differenziale di Prandtl si ottiene la seguente espressione:

$$\sum_{1,3,5\dots}^{2m+1} a_n \sin(n\vartheta) \left[1 + \frac{nh}{2 \sin(\vartheta)} \right] = h\alpha_a$$

L'espressione precedente dunque, fissato α_a (sono stati effettuati i calcoli per $0^\circ \leq \alpha \leq 20^\circ$), l'unica incognita sono i vari coefficienti della serie a_n , i quali vengono calcolati risolvendo il precedente sistema matriciale, come è presente nella seguente tabella.

```
% Scriviamo il sistema lineare come A*x=B, dove x = [a1, a3, a5, ...]
for i=1:n_punti+1
    j=0;
    for n1=1:2:2*n_punti+1
        j=j+1;
        Ae(i,j)= sin(n1*theta(i))*(1 + n1*he(i)/(2*sin(theta(i))));
    end
end

% B è il termine noto
Be = he.*alpha.*ones(n_punti+1,1);

% Risoluzione del sistema lineare
xe=linsolve(Ae,Be);
```

Una volta calcolati i coefficienti della serie, si possono calcolare i coefficienti aerodinamici:

$$C_L = a_1 \pi \lambda$$

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi \lambda} + \pi \lambda \sum_{n=2}^{\infty} n A_n^2$$

```
n2=3:2:2*n_punti+1;
CL(alpha_g+1)= lambda*xe(1)*pi/2;
CDi(alpha_g+1)=(CL(alpha_g+1))^2/(pi*lambda) +pi*lambda/4*sum(n2'.*(xe(2:n_punti+1).^2));
CD(alpha_g+1)= CDi(alpha_g+1)+CD_0;
E(alpha_g+1)=CL(alpha_g+1)/(CD_0+CDi(alpha_g+1));
```

Dalla tabella sovrastante si nota come l'espressione del coefficiente di resistenza C_D tenga conto sia della resistenza di forma, tramite il coefficiente C_{D_i} , sia della resistenza di forma e di attrito, i cui effetti son riportati nel termine C_{D_0} . La scelta del valore di quest'ultimo, di norma determinato tramite studi teorici, è stata effettuata in modo tale da ottenere coincidenza tra i grafici (α, C_D)

ottenuti numericamente e quelli riportati nell'articolo per l'angolo di incidenza aerodinamica pari a 0, determinando, dunque, un valore di 0,02.

Ottenuti i coefficienti si procede a calcolare le forze aerodinamiche e la distribuzione di portanza come precedentemente accennato:

```
%calcolo portanza e resistenza indotta [N]
L(alpha_g+1)=0.5*CL(alpha_g+1)*rho*(U_0)^2*area;
Di(alpha_g+1)=0.5*CDi(alpha_g+1)*rho*(U_0)^2*area;

% Calcolo di g(theta)
for i=1:n_punti+1
    for n=1:2:n_punti+1
        ge_parziale(i,n)=xe(n)*sin(n.*theta(i));
    end
    ge(i)=sum(ge_parziale(i,:));
    gamma(i)=U_0^2*b*ge(i);
end
```

4.4 Risultati ottenuti

Come precedentemente espresso, lo scopo principale di questa prima parte della tesi è confrontare i risultati ottenuti sperimentalmente da Johari *et al.* [2] con i risultati, in termini di coefficienti, ottenuti tramite la teoria della linea portante di Prandtl. Dunque, ciò equivale a verificare l'applicabilità di tale teoria al problema in questione. Lo studio svolto da Johari *et al.* [2] si concentra, come la maggior parte degli studi su modelli dotati di tubercoli, sulle conseguenze portate dalla presenza delle ondulazioni in campo *post-stallo*, situazione in cui si ottengono i risultati migliori. Tuttavia, esula dallo scopo di questa tesi analizzare numericamente il comportamento dei modelli ad angoli di incidenza elevati; proprio per questo, si analizzeranno le differenze che emergono sovrapponendo i grafici ottenuti con quelli presenti nell'articolo ad angoli inferiori all'angolo di stallo, cercando di capire se vi sono miglioramenti, in termini di prestazioni aerodinamiche, già nel range *pre-stallo*.

I calcoli sono stati effettuati prendendo in considerazione tutti e sette i modelli descritti nell'articolo di Johari. Tuttavia, la linearizzazione del coefficiente di portanza fa sì che vi siano differenze minime tra i grafici di modelli con stessa lunghezza d'onda ma ampiezze η differenti; dunque, per confrontare meglio i dati numerici con quelli presenti nell'articolo, si è scelto di sovrapporre, ai grafici dell'articolo, le rispettive curve ottenute per i modelli con lunghezza d'onda più alta, rappresentate

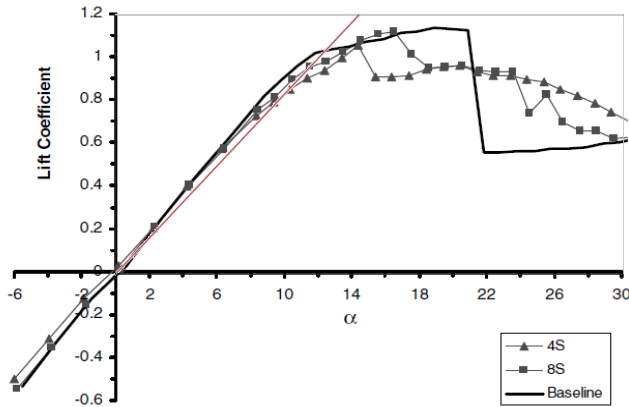


Figura 4.12: confronto risultati modello 8S

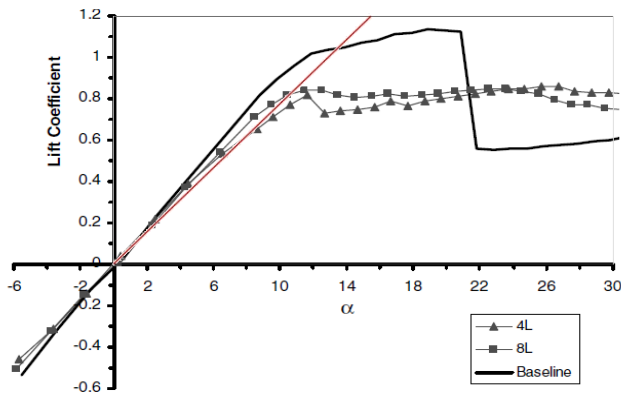


Figura 4.8: confronto risultati modello 8L

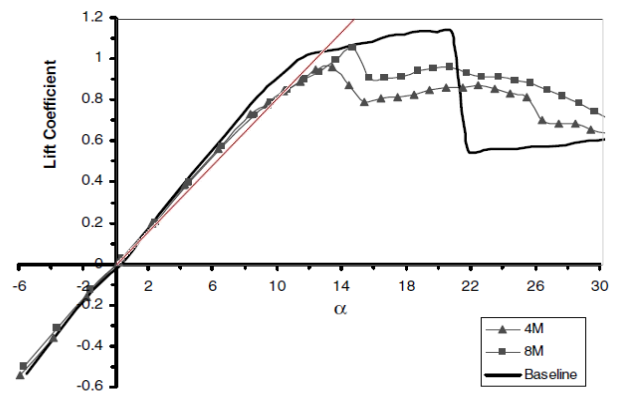


Figura 4.7: confronto risultati modello 8M

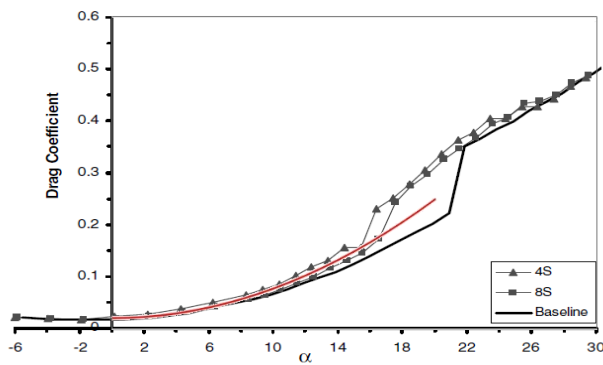


Figura 4.9: confronto risultati modello 8S

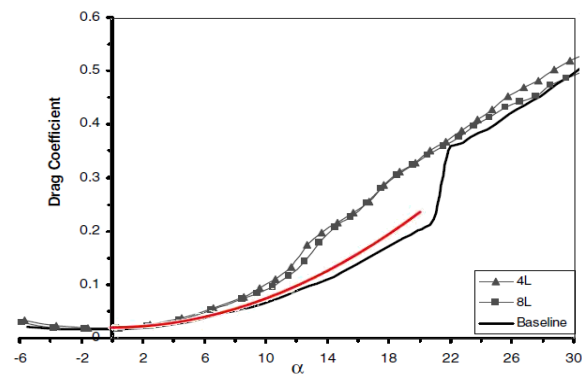


Figura 4.11: confronto risultati modello 8L

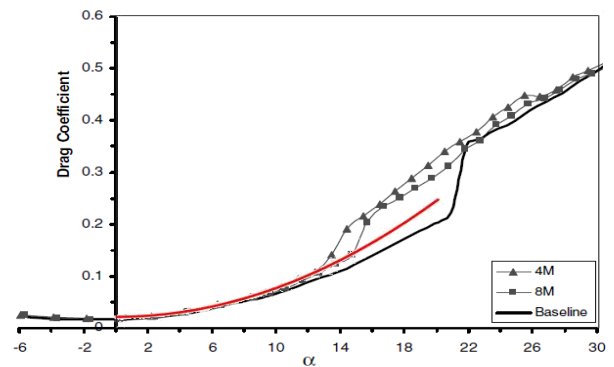


Figura 4.10: confronto risultati modello 8M

con una linea rossa. I grafici ottenuti tramite l'utilizzo di Matlab hanno le stesse unità di misura e scale degli assi dei grafici presenti nell'articolo, in modo tale da ottimizzare il confronto.

I risultati ottenuti con la teoria della linea portante, per quanto riguarda la curva $C_L - \alpha$, sono paragonabili, come andamento, a quelli riportati nell'articolo. La retta rossa segue l'andamento dei risultati di Johari *et al.* [2] fino alla regione di stallo, fenomeno che la teoria della linea portante non riesce a prevedere. Come si nota dalla sovrapposizione, i risultati coincidono quasi perfettamente per bassi angoli di incidenza ($0^\circ \leq \alpha \leq 3^\circ$), mentre si ha un ottimo match per angoli di incidenza di circa 10° . Invece, per angoli compresi tra $3^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ si nota che i risultati sperimentali riportano valori di C_L leggermente maggiori.

Per quanto riguarda il coefficiente di resistenza C_D , calcolato come:

$$C_D = \frac{C_L^2}{\pi\lambda} + \pi\lambda \sum_{n=2}^{\infty} nA_n^2$$

vengono sovrapposte, anche in questo caso, le curve $C_D - \alpha$ riportate nell'articolo di Johari *et al.* [2] con quelle ottenute tramite Matlab utilizzando la teoria della linea portante di Prandtl. Osservando le sovrapposizioni effettuate, si nota come in due casi (8S e 8M) su tre (il terzo grafico è ottenuto utilizzando il modello 8L) la curva ottenuta ricalca i risultati sperimentali. Considerando il modello con i tubercoli più lunghi, i dati risultanti dal calcolo numerico corrispondono a quelli sperimentali solo per bassi angoli di incidenza; successivamente, il coefficiente di resistenza calcolato sperimentalmente risulta più alto di quello ottenuto tramite la teoria della linea portante. In tutti e tre i grafici si può cogliere il limite della teoria utilizzata, l'incapacità di prevedere l'insorgere dello stallo, fenomeno che fa crescere repentinamente il coefficiente di resistenza.

4.5 Commento finale

Confrontando i dati ottenuti numericamente, utilizzando la teoria della linea portante di Prandtl, con quelli ottenuti sperimentalmente, riportati nell'articolo di Johari *et al.* [2], si può verificare che vi è un buon grado di corrispondenza. Dunque si può affermare che, in campo pre-stallo, attraverso il calcolo numerico, più precisamente tramite l'utilizzo della teoria della linea portante, si possano ottenere risultati conformi con quelli ottenuti sperimentalmente. Considerando specificatamente il coefficiente di portanza, non lineare nel caso sperimentale, esso viene linearizzato, sino all'angolo di stallo, in maniera soddisfacente dalla teoria della linea portante, soprattutto se si considerano i modelli 8S e 8M. Considerando il modello 8L, come si vede dalla Figura 4.8, si nota che la regione di stallo è anticipata e più appiattita rispetto a quelle degli altri modelli; ciò fa sì che si abbia un maggior scostamento del C_L calcolato sperimentalmente da quello calcolato numericamente. Proprio questo fatto può essere considerato come la causa del maggior scarto, visibile nella Figura 4.11, tra la curva sperimentale e quella teorica, difatti, l'insorgere anticipato dello stallo fa in modo che il coefficiente di resistenza aumenti, discostandosi maggiormente da quello calcolato numericamente.

Dalla letteratura precedente è noto che, per quanto riguarda il coefficiente di portanza, maggiore è l'ampiezza dei tubercoli, a parità di lunghezza d'onda, maggiori sono i vantaggi ottenibili. Confrontando i risultati ottenuti dall'analisi numerica, facendo variare solamente l'ampiezza ϵ , tenendo fissa la lunghezza d'onda e quindi il numero di "punte", si ottiene un risultato analogo, ma nel quale le differenze tra i valori con ampiezze diverse sono minime. Ciò è dovuto principalmente alla linearizzazione del C_L che la teoria della linea di Prandtl effettua. Come si può osservare dai grafici dell'articolo di Johari *et al.* [2], anche i dati sperimentali riportano piccole differenze tra le curva a diversi η , differenze che rimangono minime fino alla zona post-stallo. In essa invece si verifica una forte differenziazione per η differenti, differenziazioni che la teoria della linea portante non è in grado di cogliere.

5 Ala ellittica in pianta dotata di tubercoli

5.1 Motivi e finalità della simulazione

Dalla teoria dell'ala ad allungamento finito è risaputo che la distribuzione di portanza ellittica è la distribuzione ottimale di portanza. Se scriviamo l'equazione integro-differenziale di Prandtl:

$$\Gamma(y) = \rho V_{\infty} k l(y) [\alpha_a(y) - \alpha]$$

da essa si vede che per realizzare una distribuzione ellittica di $\Gamma(y)$, nel caso di ala non svergolata, occorre realizzare un'ala ellittica in pianta ($l(y)$). Se la funzione $l(y)$ non è ellittica, occorre agire anche sulle leggi di svergolamento geometrico ed aerodinamico per avere il prodotto $l(y)\alpha_a(y)$ ellittico. In questo caso la distribuzione di portanza ellittica si ottiene solo per una particolare incidenza, mentre nel caso di distribuzione delle corde $l(y)$ ellittica si ottiene per tutte le incidenze. Proprio per questo motivo è significativo studiare l'effetto della presenza dei tubercoli su un'ala ellittica, verificando se anche in questo caso i risultati corrispondono ai risultati generali presenti in letteratura. Si confronteranno i risultati ottenuti facendo variare principalmente due parametri fondamentali:

- La semi-ampiezza dei tubercoli η
- La percentuale di semi-apertura alare nella quale non vi sono presenti tubercoli

Al variare di questi due parametri si studieranno le caratteristiche aerodinamiche del modello considerato, confrontandole tramite la sovrapposizione dei relativi grafici. Facendo riferimento ai dati presenti in letteratura, ci si può attendere che le caratteristiche aerodinamiche, studiando il fenomeno solamente in campo pre-stallo, risultino peggiorate dalla presenza dei tubercoli. Le condizioni al contorno imposte sono:

```
%densità [kg/m^3]
rho=1000;

%velocità flusso indisturbato [m/s]
U 0 = 2.6;

% viscosità cinematica [m^2/s]
nu = 1.35 *10^(-6);
```


5.2 Modellazione della corda

Analogamente a quanto descritto nel capitolo 4, anche in questo caso si è dovuto descrivere la corda in funzione dell'angolo theta, misurato a partire dalla corda di radice c_0 e variabile in n_{punti} valori egualmente distanziati fra loro. Inoltre i valori delle semi-ampiezze dei tubercoli sono gli stessi presi in considerazione da Johari *et al.* [2], ossia:

$$\eta_1 = 0.025 * c_0$$

$$\eta_2 = 0.05 * c_0$$

$$\eta_3 = 0.12 * c_0$$

Riportando il codice di calcolo:

```
%angolo e parametri di calcolo
n punti=400;
m=400;
theta g=linspace(pi/2,0,n punti);
theta=linspace(pi/2,pi/360,m+1);
```

Come caratteristiche geometriche sono stati scelti, seguendo le indicazioni presenti nell'articolo di van Nierop *et al.* [1] e modificandole leggermente per ottenere l'allungamento desiderato, i seguenti valori:

```
% lunghezza corda alla radice [m]
c 0 = 1;
% semi-apertura alare [m]
b = 4.5;
```

Per far variare la percentuale di corda non modulata, a partire dalla radice, si introduce una variabile, $c_{non_modulata}$, che andrà a variare il punto di iniziale del ciclo che inserisce la modulazione nel calcolo della corda. Avendo posto $n_{punti} = 400$, numero di "stazioni" in cui viene diviso theta, si avrà che:

$$0 \leq c_{non\ modulata} \leq 400$$

con i valori ai bordi che corrispondono alle situazioni:

- $c_{non\ modulata} = 0$: tutta l'ala è dotata di tubercoli
- $c_{non\ modulata} = 400$: tutta l'ala è priva di tubercoli (modello *baseline*)

Dunque, per definire la corda al variare di theta, si procederà utilizzando due cicli, il primo per definire la parte senza tubercoli (la cui lunghezza è parametrizzata dalla variabile $c_{non\ modolata}$), il secondo per descrivere la parte dotata di tubercoli.

```
% Calcolo corda inizialmente ellittica e poi modulata
c=zeros(1,n_punti);
c_non_modolata=1; %parametro che varia e definisce la parte di corda non modulata
if c non modulata == 1

    for i=1:n_punti+1
        S(i)= cos(55*theta(i))/c_0;
        c(i)= c_0*sin(theta(i)).*(1+etha.*S(i));
        y(i)=b*cos(theta(i));
    end;
else % caso in cui c non modulata sia diverso da 1
for i=1:c_non_modolata
    c(i)=c_0*sin(theta(i));    %parte inizialmente ellittica
    y(i)=b*cos(theta(i));
end
c_raccordo=c(c non modulata);
for i=c_non_modolata:n_punti+1
    S(i)= cos(55*theta(i))/c_0;
    c(i)= c_0*sin(theta(i)).*(1+etha.*S(i));    %parte modulata
    if i==c non modulata
        if etha==0
            delta=-c(c non modulata-1) + c_raccordo;
        else
            delta=-c(c_non_modolata) + c_raccordo;
        end
    end;
    c(i)= c_0*sin(theta(i)).*(1+etha.*S(i))+delta*(c non modulata/i^(i/c non modulata));
    y(i)= b*cos(theta(i));
end;
end;
c(n_punti+1)=0;
```

Come si nota dalla tabella precedente, vi è un primo ciclo con cui si descrive la corda nel caso il parametro $c_{non\ modulata}$ prenda il valore 1 e quindi si voglia studiare il modello dotato di tubercoli lungo tutta la semi-apertura alare. Successivamente, se $c_{non\ modulata} \neq 1$, attraverso un nuovo ciclo, viene descritta la parte di modello dotato di tubercoli, con l'accortezza di aggiungere il termine δ all'equazione della corda per limitare lo scalino dovuto alla presenza della prima modulazione. In questo modo si ottiene un perfetto match tra la parte di corda non modulata e quella modulata. Con il crescere del contatore i , quindi con l'avvicinarsi all'estremità alare, la variabile delta viene fatta decrescere con una legge esponenziale, in modo tale da non condizionare la geometria generale dell'ala.

La legge matematica con cui viene espressa la corda modulata è stata derivata dall'ala in pianta ellittica, a cui poi viene aggiunta una modulazione sinusoidale che simula la presenza dei tubercoli:

$$c(\vartheta) = c_0 \sin(\vartheta) * (1 + \eta S)$$

dove S è una funzione di ϑ di carattere sinusoidale.

5.3 Scelta dei valori della variabile $C_{non\ modolata}$

Facendo variare la variabile $C_{non\ modolata}$ si ottengono modelli differenti, con crescenti parti non modulate al crescere del suo valore. Vengono riportati i tre modelli presi in considerazione in questo capitolo a sinistra, a destra i rispettivi modelli con la prima parte di corda ellittica in una delle configurazioni possibili:

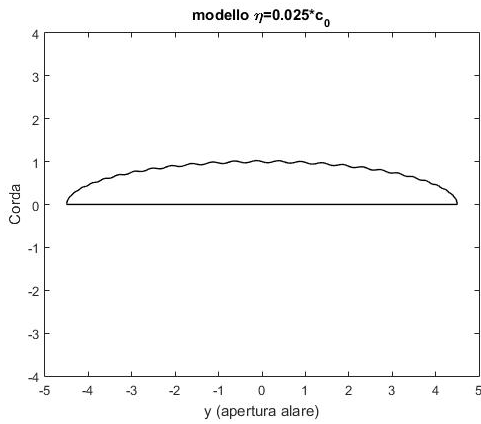


Figura 5.2: modello $\eta = 0.025 * c_0$

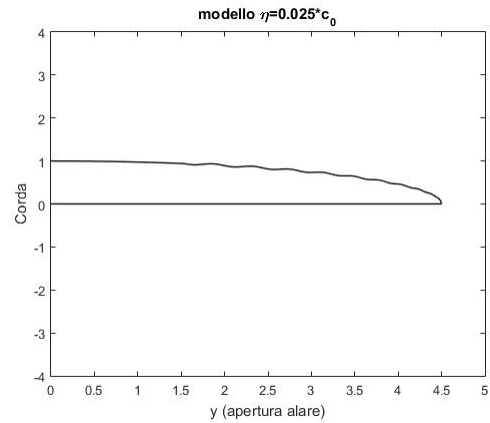


Figura 5.1: modello $\eta = 0.025 * c_0$ e $c_{non\ modolata} = 90$

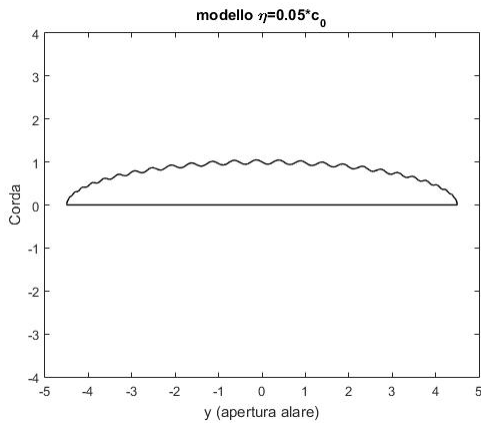


Figura 5.4: modello $\eta = 0.05 * c_0$

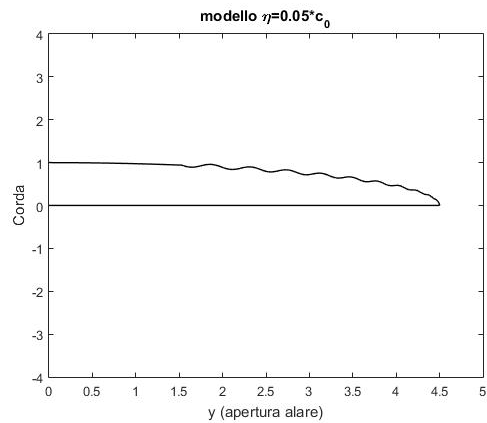


Figura 5.3: modello $\eta = 0.12 * c_0$ e $c_{non\ modolata} = 90$

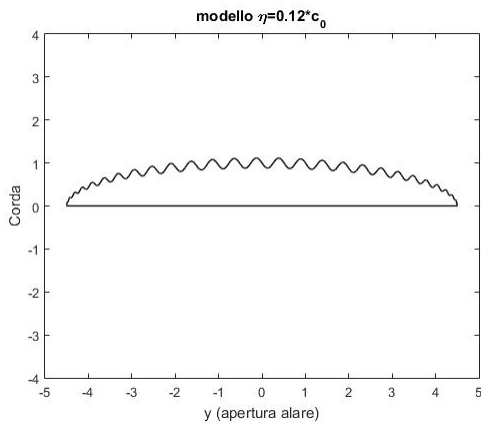


Figura 5.6: modello $\eta = 0.12 * c_0$

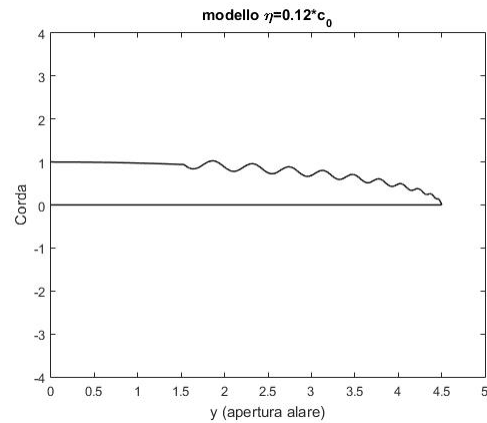


Figura 5.5: modello $\eta = 0.12 * c_0$ e $c_{non\ modolata} = 90$

I valori presi di $c_{non\ modulata}$ considerati sono:

- 1 (0% di corda non modulata)
- 60 (15% di corda non modulata)
- 90 (22.25% di corda non modulata)
- 148 (37% di corda non modulata)
- 178 (44.5% di corda non modulata)

La scelta di tali valori non è stata casuale; al fine che il confronto fra le varie configurazioni abbia senso, è necessario che l'area e l'allungamento dei vari modelli rimanga invariato o vari di una percentuale minima (si è preso come limite superiore della variazione il 5%). Dopo aver svolto numerose prove e cercato di ottimizzare dunque il confronto, si è giunti ai valori sopraesposti.

I valori di area A e allungamento alare λ ottenuti mediamente sono:

$$A \cong 3.52 m^2$$

$$\lambda \cong 11.47$$

con variazioni per entrambe le variabili che non superano l'1%.

5.4 Calcolo distribuzione di portanza e caratteristiche aerodinamiche

Il calcolo della distribuzione di portanza e delle caratteristiche aerodinamiche è stato svolto in maniera analoga a quanto fatto nel Capitolo 4, con la differenza che nella funzione h_e cambierà l'espressione della corda c . Inoltre variano anche i parametri al contorno, dunque varieranno le variabili utilizzate per il calcolo della distribuzione di portanza. I calcoli sono stati effettuati nuovamente per angoli di incidenza variabili: $0^\circ \leq \alpha \leq 20^\circ$

```
% incidenza aerodinamica [rad]
for alpha g=0:20
    alpha=alpha g*pi/180;

% Scriviamo il sistema lineare come A*x=B, dove x = [a1, a3, a5, ...]
for i=1:m+1
    j=0;
    for n=1:2:2*m+1
        j=j+1;
        Ae(i,j)= sin(n*theta(i))*(1 + n*he(i)/(2*sin(theta(i))));
    end
end

% B è il termine noto
Be = he.*alpha.*ones(m+1,1);

% Risoluzione del sistema lineare
xe=linsolve(Ae,Be);

% vettore n=3,5,7,...
n=3:2:2*m+1;
```

```

CL(alpha_g+1)= lambda*xe(1)*pi/2;
CDi(alpha_g+1)= (CL(alpha_g+1))^2/(pi*lambda) + pi*lambda/4*sum(n'.*(xe(2:m+1).^2));
E(alpha_g+1)=CL(alpha_g+1)/(CD_0+CDi(alpha_g+1));

%calcolo portanza e resistenza indotta [N]
L(alpha_g+1)=0.5*CL(alpha_g+1)*rho*(U_0)^2*area*2;
Di(alpha_g+1)=0.5*CDi(alpha_g+1)*rho*(U_0)^2*area*2;

% Calcolo di g(theta)
for i=1:n_punti+1
    for n=1:2:n_punti
        ge_parziale(i,n)=xe(n)*sin(n.*theta(i));
    end
    ge(i)=sum(ge_parziale(i,:));
    gamma(i)=U_0^2*b*ge(i);
end
end
end

```

Si ricorda che la teoria della linea portante non è in grado di prevedere il fenomeno dello stallo; dunque, i risultati ottenuti bisogna considerarli significativi solo per α minori di circa 16° .

5.5 Risultati ottenuti

I risultati ottenuti corrispondono alle attese, ossia sono in linea con i dati presenti in letteratura. In campo pre-stallo la presenza dei tubercoli diminuisce le prestazioni aerodinamiche dei modelli considerati, più precisamente diminuendo il C_L e aumentando il C_D . I primi risultati di seguito riportati sono stati ottenuti tenendo fissa l'incidenza $\alpha = 10^\circ$ poiché è proprio per angoli ad essa limitrofi che si ottiene un massimo dell'efficienza, come verrà descritto ulteriormente più avanti. Dunque, tenendo fisso η e α , facendo variare $c_{non\ modulata}$, con i valori precedentemente indicati, si

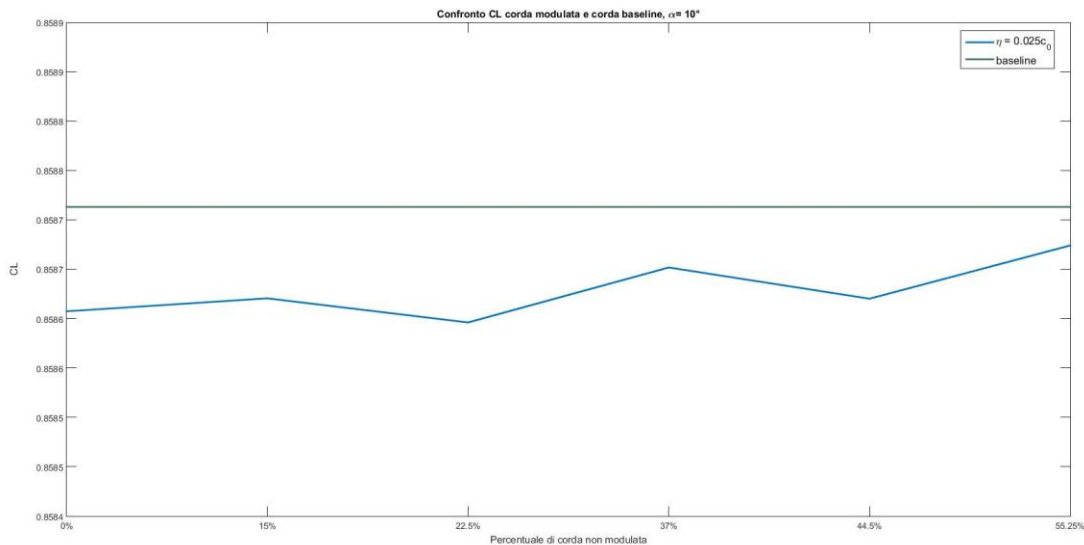


Figura 5.7: grafico ($CL-c_{non\ modulata}$) per $\eta = 0.025 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$

ottiene un progressivo aumento di C_L al diminuire della percentuale di corda modulata, come si può vedere dai grafici riportati in seguito, nei quali la linea verde corrisponde al modello *baseline*.

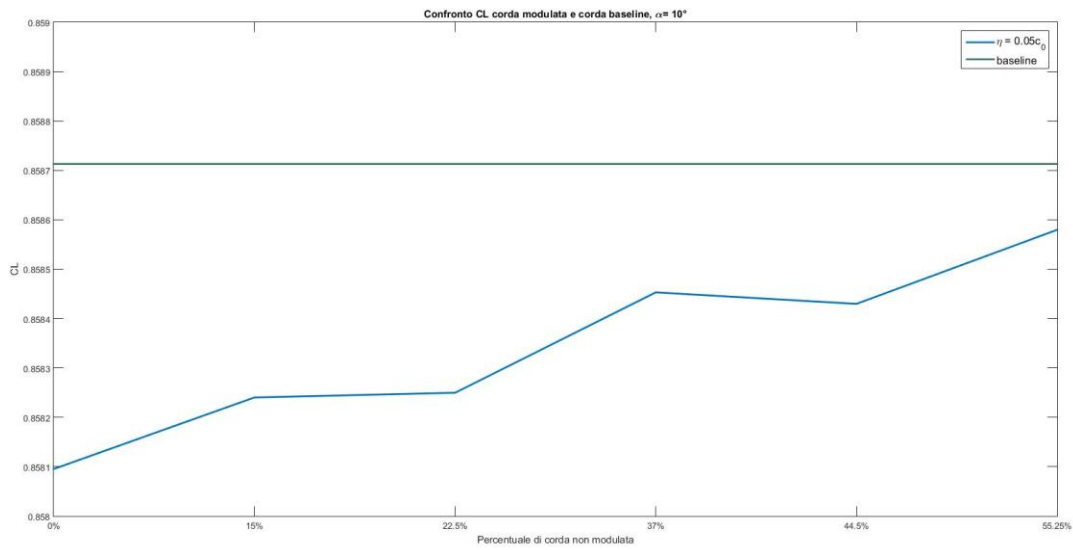


Figura 5.8: grafico ($CL-c_{nonmodulata}$) per $\eta = 0.05 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$

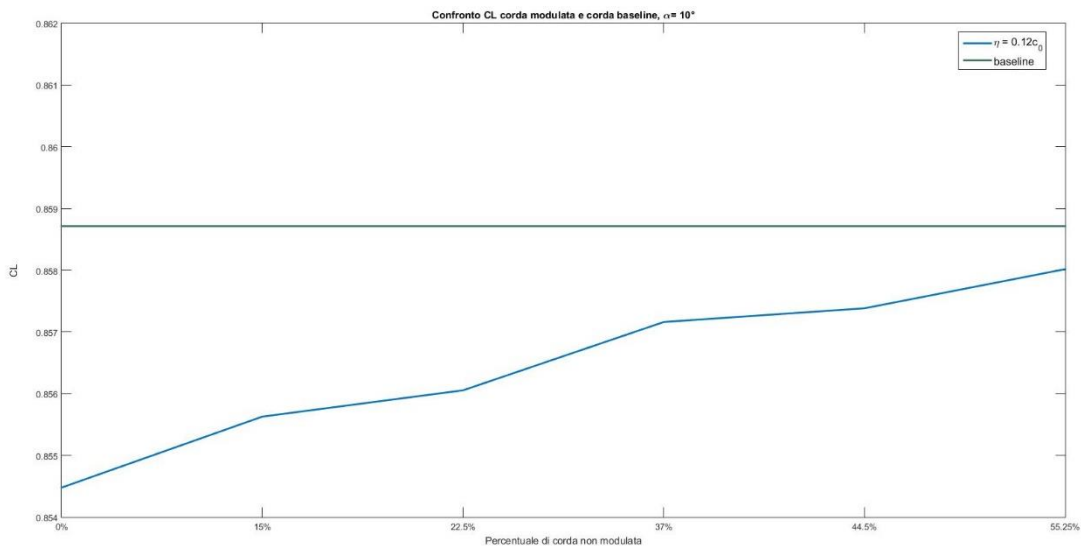


Figura 5.9: grafico ($CL-c_{nonmodulata}$) per $\eta = 0.12 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$

La diminuzione di C_L dovuta alla presenza dei tubercoli è comunque contenuta, difatti, se consideriamo la situazione con $C_{non\ modulata} = 1$, quindi il modello con i tubercoli lungo tutta la semi-apertura alare, si ha una diminuzione dello 0.012%, con $\eta = 0.025 * c_0$, dello 0.07%, con $\eta = 0.05 * c_0$ e infine dello 0.5%, con $\eta = 0.12 * c_0$.

Se si valuta il coefficiente di resistenza indotta C_{Di} , nelle stesse condizioni, si ottiene che il modello baseline oppone, in ogni situazione, una resistenza minore; resistenza che decresce all'aumentare della percentuale di corda non modulata, ossia all'avvicinarsi alla condizione ottimale, ossia alla totalmente ellittica. Ciò è in linea ai risultati presenti in letteratura, come si può notare confrontandolo con i dati riportati da Johari *et al.* [2].

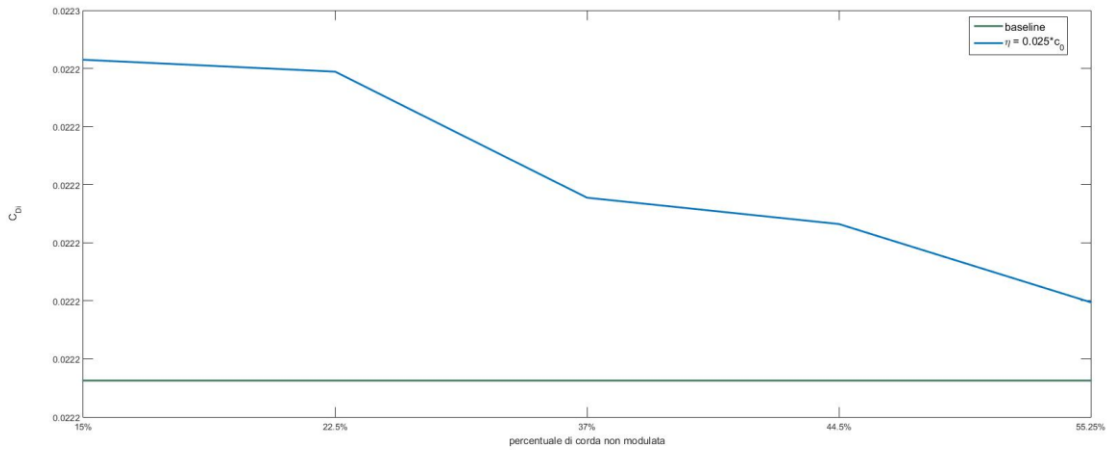


Figura 5.11: grafico ($c_{non\ modolata}$, C_{Di}) per $\eta = 0.025 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$

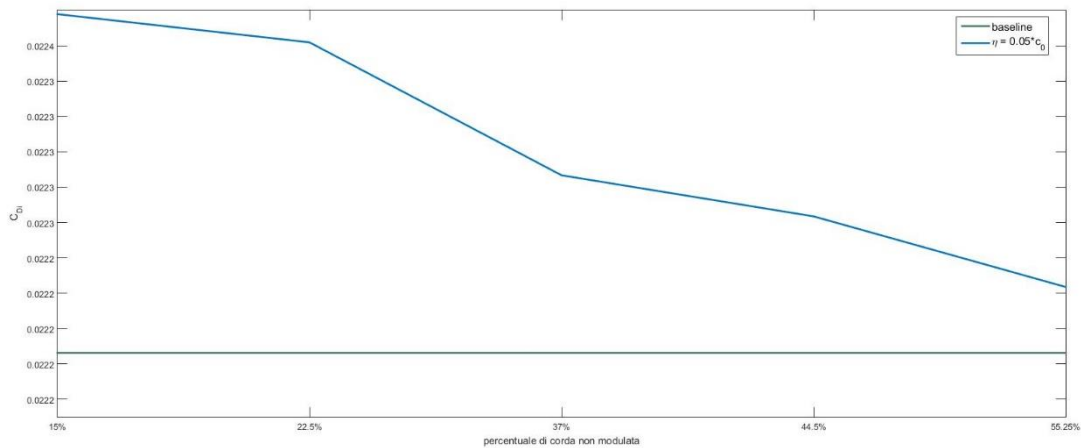


Figura 5.10: grafico ($c_{non\ modolata}$, C_{Di}) per $\eta = 0.05 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$

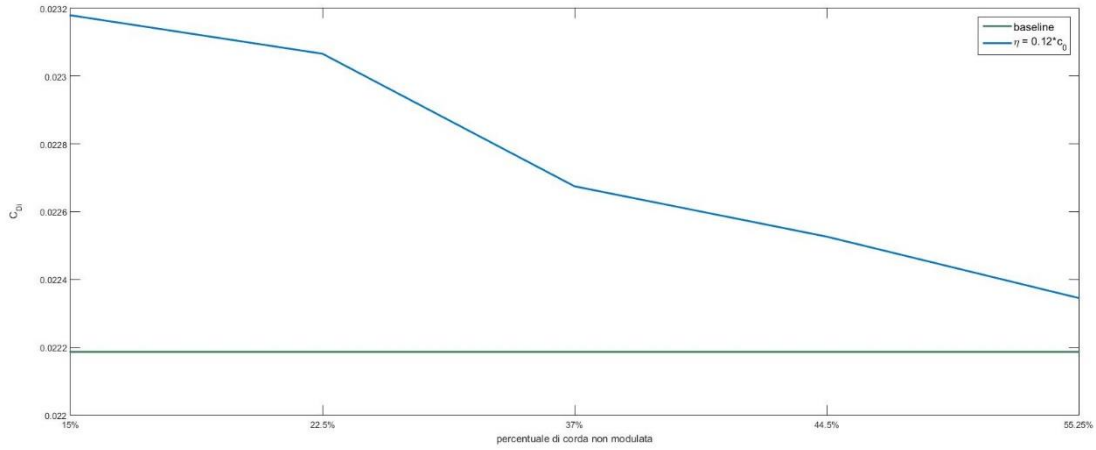


Figura 5.12: grafico (c non modulata, C_{Di}) per $\eta = 0.12 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$

Anche per quanto riguarda la resistenza indotta, le variazioni dalla configurazione *baseline* crescono con l'aumentare dell'ampiezza dei tubercoli. Se si calcola la variazione massima, che si ottiene per una corda ellittica lungo il 15% dell'apertura alare, si ottiene un aumento del 0.24% per $\eta = 0.025 * c_0$, dello 0.86% per $\eta = 0.05 * c_0$ e del 4.47% per $\eta = 0.012 * c_0$.

Confrontando, nelle stesse condizioni, le efficienze, si ottiene un progressivo aumento dell'efficienza aerodinamica, definita come:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

all'aumentare della percentuale di corda non modulata, fatto prevedibile dato l'aumento di C_L e la contemporanea diminuzione di C_D .

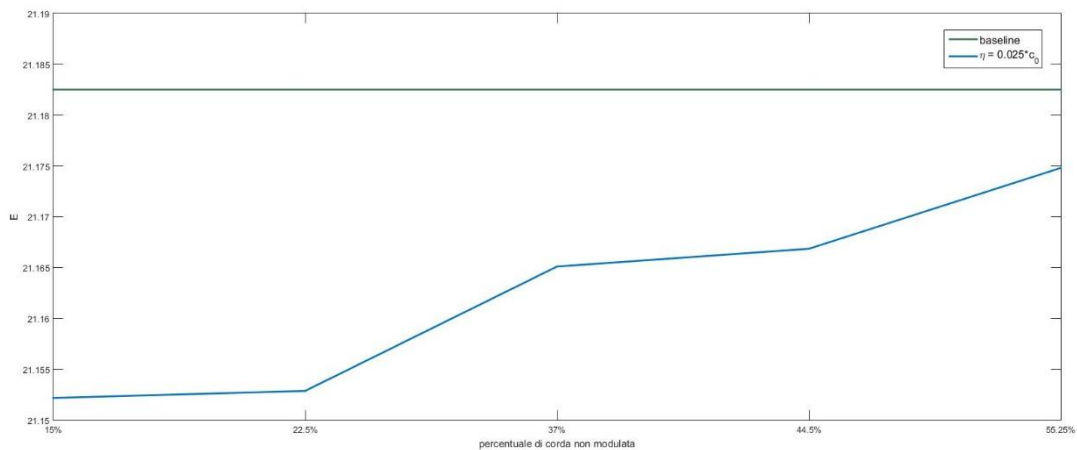


Figura 5.13: grafico (c non modulata, E) per $\eta = 0.025 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$

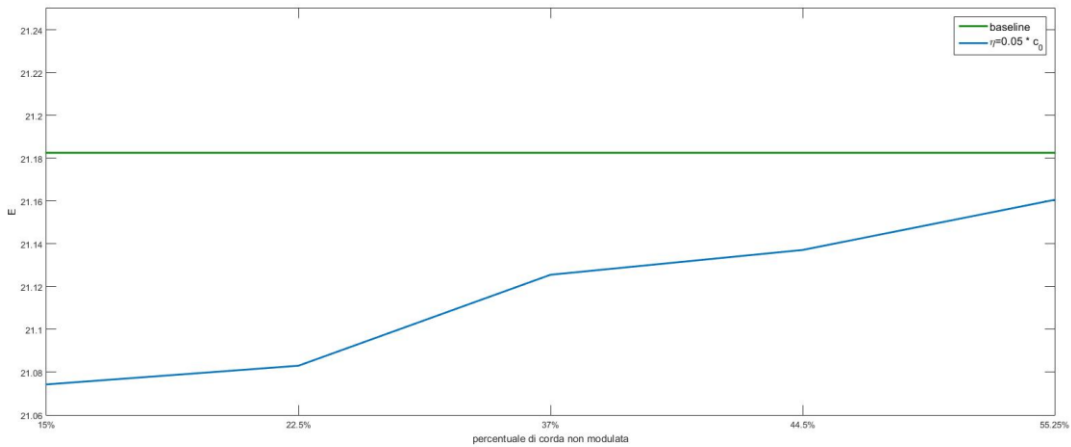


Figura 5.15: grafico ($c_{non\ modolata}$, E) per $\eta = 0.05 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$

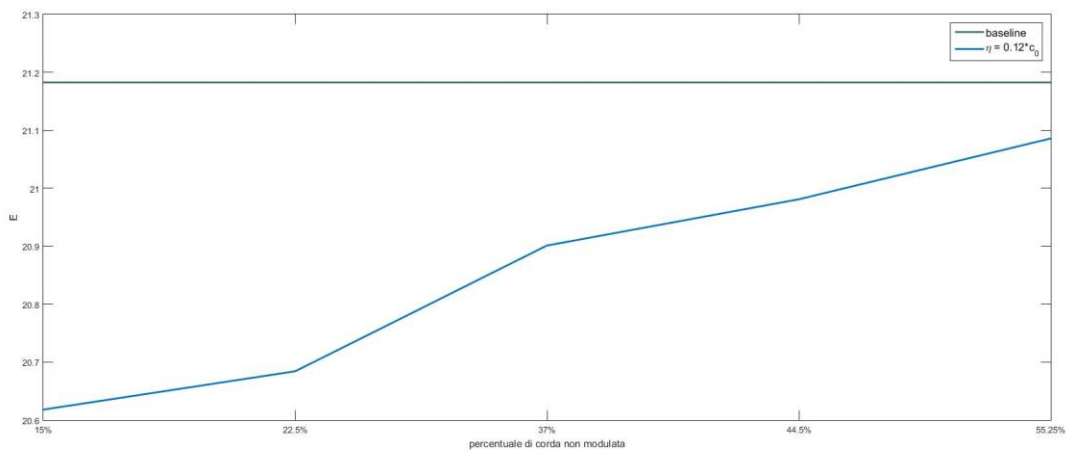


Figura 5.14: grafico ($c_{non\ modolata}$, E) per $\eta = 0.12 * c_0$ e $\alpha = 10^\circ$

Calcolando, anche in questo caso, la massima diminuzione dell'efficienza, che si ha nel modello con il 85% di corda modulata, si ottiene 0.14% per $\eta = 0.025 * c_0$, 0.51% per $\eta = 0.05 * c_0$ e infine 2.74% per $\eta = 0.12 * c_0$. Nuovamente si ottiene il risultato peggiore per il valore più alto della semi-ampiezza dei tubercoli.

Se invece teniamo fissa la variabile $c_{non\ modulata}$, e facciamo variare l'ampiezza dei tubercoli si ottiene un risultato analogo: all'aumentare dell'ampiezza le prestazioni diminuiscono. Confrontando per esempio l'efficienza aerodinamica per tre diversi valori di ampiezza η si nota come la curva corrispondente all'ampiezza maggiore ($\eta = 0.12 * c_0$), al crescere dell'incidenza, si abbassi maggiormente. Tuttavia, come si nota dalla Figura 5.16, per tutti i modelli, il massimo dell'efficienza si ha per angoli di incidenza vicini a 10° , fatto che giustifica la scelta fatta all'inizio del capitolo. Per tale angolo si ottengono efficienze che variano da 21.17, per il modello con $\eta = 0.025 * c_0$, a 20.90,

per il modello con $\eta = 0.12 * c_0$. Ciò significa che al crescere della semi-ampiezza dei tubercoli, tenendo fisso la variabile $c_{non\ modulata} = 148$, si ottiene una diminuzione percentuale dell'efficienza massima pari all'1.26%.

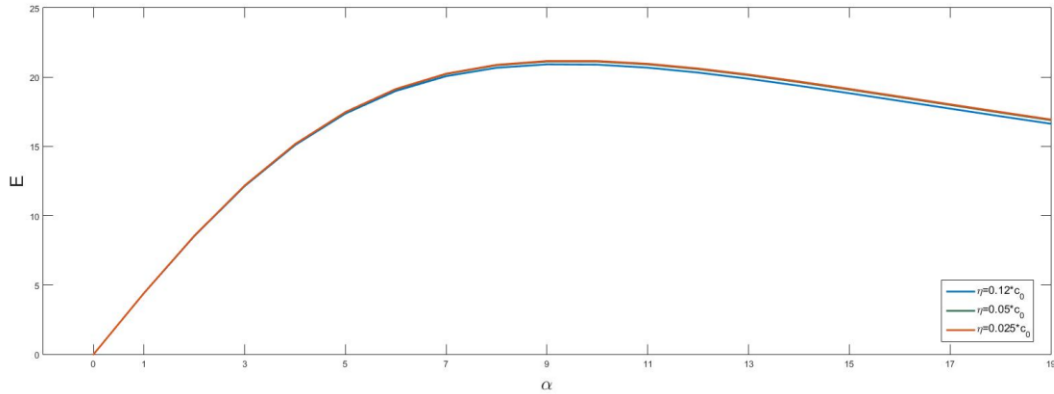


Figura 5.16: efficienza aerodinamica per diversi valori di η , tenendo fisso $c_{non\ modulata} = 148$

Per quanto riguarda invece il C_L e il C_D al variare di η , se fissiamo $c_{non\ modulata} = 90$, e grafichiamo i loro valori, otteniamo (considerando $\alpha = 10^\circ$):

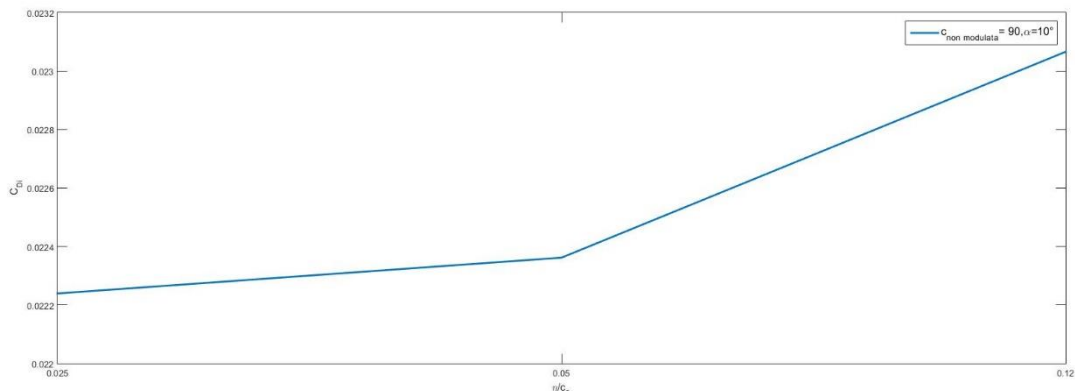


Figura 5.17: coefficiente di resistenza indotta per diversi valori di η , fissati $c_{non\ modulata} = 90$ e $\alpha = 10^\circ$

All'aumentare di η si ha un aumento progressivo del coefficiente di resistenza indotta C_{Di} ; più precisamente si ottiene un aumento del 3.72% passando dall' η minore ($\eta = 0.025 * c_0$) a quello massimo ($\eta = 0.12 * c_0$).

Se ripetiamo lo stesso calcolo variando solamente $C_{non\ modulata}=148$, si ottiene:

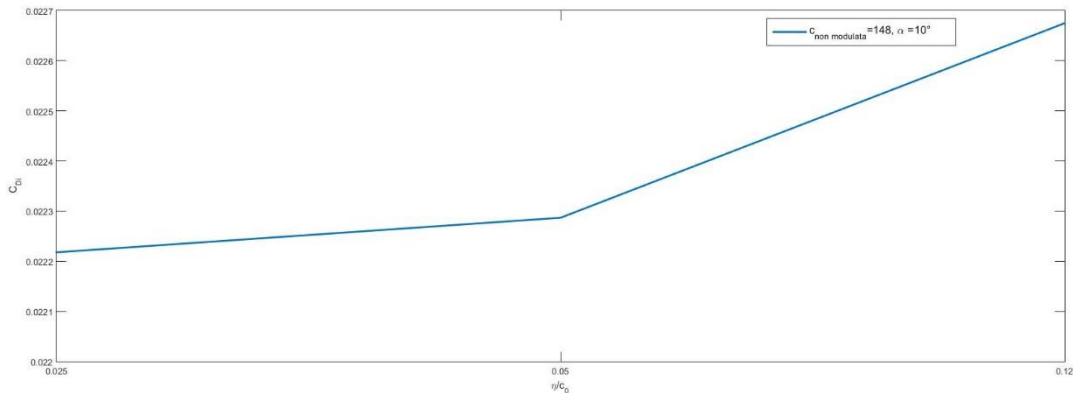


Figura 5.18: coefficiente di resistenza indotta per diversi valori di η , fissati $C_{non\ modulata} = 148$ e $\alpha = 10^\circ$

In questo ultimo caso si ha un aumento della resistenza pari a 2.06%. Infine, se fissiamo $C_{non\ modulata}=178$, e valutiamo l'aumento di coefficiente di resistenza ad incidenza $\alpha = 10^\circ$, si ottiene un valore pari a 1.41%. Dunque si può notare che, all'aumentare del valore della variabile $C_{non\ modulata}$, si ottiene una progressiva diminuzione dell'aumento di resistenza in funzione della profondità dei tubercoli.

Se invece si analizza le variazioni di C_L al variare di η , ma tenendo fissi $C_{non\ modulata}$ e l'angolo di incidenza, si osserva che vi è una sua diminuzione all'aumentare dell'ampiezza dei tubercoli. Più precisamente, tale diminuzione, considerando un'incidenza di $\alpha = 10^\circ$, è massima per $C_{non\ modulata} = 90$, per il quale il C_L diminuisce dello 0.3%. All'aumentare della lunghezza della parte non modulata, la diminuzione del C_L si fa sempre più contenuta.

6 Conclusioni

Le simulazioni numeriche effettuate hanno quindi confermato i risultati riportati in letteratura per quanto riguarda il campo pre-stallo. L'obiettivo primario, quello di verificare l'applicabilità della teoria della linea portante di Pradtl al problema studiato, è stato raggiunto con la prima parte di questa tesi, nella quale i risultati ottenuti dallo script presente nell'Appendice B non si discostano notevolmente da quelli ottenuti sperimentalmente e riportati nell'articolo di Johari *et al.* [2]. Fanno eccezione i risultati ottenuti considerando il modello con ampiezza $\eta = 0.12 * c_0$, per il quale i dati risultanti dal calcolo numerico si discostano maggiormente da quelli indicati nell'articolo sopra citato. Non essendo, tuttavia, in possesso dei dati numerici risultanti dall'esperienza di Johari *et al.* [2], non si è potuto calcolare quantitativamente l'effettivo scostamento ottenuto dalla simulazione numerica relativa al modello 8L. L'ipotesi, che si ritiene di avanzare in merito a tale scostamento, si riferisce al ruolo di generatore di vortici che il tubercolo è supposto avere. Aumentando la semi-ampiezza dei tubercoli si incrementa l'intensità dei vortici da essi creati, intensità che, se cresce eccessivamente, rende la tridimensionalità del flusso critica, andando a contraddire una delle ipotesi della teoria della linea portante.

Detto quanto sopra, classificando le possibili situazioni di moto in due fasi distinte, fase pre-stallo e fase post-stallo, e analizzando specificatamente la prima fase, si è giunti a confermare quanto riportato in letteratura. La presenza dei tubercoli, nella fase di pre-stallo, diminuisce le prestazioni aerodinamiche dei modelli studiati, causando una riduzione del C_L e un aumento del coefficiente C_D , con conseguente diminuzione dell'efficienza aerodinamica E . Dunque, la presenza dei tubercoli non porta vantaggi per piccoli angoli di incidenza, motivo per cui il loro utilizzo risulta controproducente se lontani dalla zona di stallo.

Tuttavia, come riportato negli articoli ai quali si fa riferimento nel Capitolo 2.3, la presenza dei tubercoli offre considerevoli vantaggi ad alti angoli di incidenza, in termini di maggior C_L e maggior gradualità dello stallo.

Il parametro principale sul quale si sono incentrati gli studi effettuati fin ad oggi sull'argomento, è l'ampiezza dei tubercoli.

A tal proposito, in letteratura si nota come, rimanendo sempre al di sotto di una certa lunghezza, i vantaggi portati dalla presenza dei tubercoli aumentino all'aumentare della loro profondità; tuttavia, come si ricava dai risultati ottenuti in questa tesi, aumentando questo parametro si aumentano contemporaneamente gli svantaggi in campo pre-stallo. Più precisamente, sia facendo aumentare il parametro $c_{non\ modulata}$, sia diminuendo il parametro η , si osserva un miglioramento delle

caratteristiche aerodinamiche. Dunque è proprio la presenza dei tubercoli e non la loro disposizione, a peggiorare le prestazioni rispetto ad una ala con bordo di attacco liscio.

In conclusione, si può affermare che l'installazione di tubercoli porti vantaggi aerodinamici solo se si è in condizioni di alti angoli di incidenza e dunque se si è prossimi alla zona di stallo.

Ad oggi, è già stata sperimentata l'installazione di tubercoli su superfici con incidenza fissa ed elevata, quali pale eoliche o alettoni automobilistici (ne è un esempio l'installazione di tubercoli sulla *rear wing* della McLaren MP4-29 della stagione 2014).

7 Bibliografia

- [1] E. A. van Nierop, S. Alben e M. P. Brenner, «How Bumps on Whale Flippers Delay Stall: An Aerodynamic Model,» *Physical review letters*, 2008.
- [2] H. Johari, C. Henoeh, D. Custodio e A. Levshin, «Effects of Leading-Edge Protuberances on Airfoil Performance,» *ALAA journal*, n. 45, 2007.
- [3] F. E. Fish e J. M. Battle, «Hydrodynamic design of the humpback whale flipper,» *Journal of morphology*, 1995.
- [4] D. S. Miklosovic, M. M. Murray, L. E. Howle e F. E. Fish, «Leading-edge tubercles delay stall on humpback whale „Megaptera novaeangliae... flippers,» *Physics of fluids*, vol. 16, n. 5, pp. 39-42, 2004.
- [5] N. Rostamzadeh, M. R. Kelso, B. Dally e K. Hansen, «The effect of undulating leading-edge modifications on NACA 0021 airfoil characteristics,» *Physics of fluids*, vol. 25, 2013.
- [6] J. Anderson, *Fundamentals of aerodynamics*, 1984.
- [7] F. Fish, P. Weber, m. Murray e L. Howle, «The Tubercles on Humpback Whales' Flippers: Application of Bio-Inspired Technology,» *Integrative and Comparative Biology*, vol. 51, n. 1, pp. 203-213, 2011.
- [8] J.-H. Chen, S.-S. Li e V. Nguyen, «the effect of leading edge protuberances on the performance of small aspect ratio foils,» in *International Symposium on Flow Visualization*, 2012.
- [9] F. Fish, L. Howle e M. Murray, «Hydrodynamic flow control in marine mammals,» in *Going with the Flow: Ecomorphological Variation across Aquatic Flow Regimes*, 2008.
- [10] A. Skillen, A. Revell, A. Pinelli, U. Piomelli e J. Favier, «Flow over a Wing with Leading-Edge Undulations,» *Aiaa Journal*, vol. 53, n. 2, 2015.
- [11] R. Arina, *Fondamenti di aerodinamica*, Torino: Levrotto e Bella, 2015.

8 Appendice A

8.1 Script per il modello di ala ellittica

```
close all
clear all

%definizione costanti

%angolo corda e matrice
n_punti=400;
theta_g=linspace(pi/2,0,n_punti);
m=400;
theta=linspace(pi/2,pi/360,m+1);

%densità [kg/m^3]
rho=1000;

%velocità flusso indisturbato [m/s]
U_0 = 2.6;

% viscosità cinematica [m^2/s]
nu = 1.35 *10^(-6);

% lunghezza corda alla radice [m]
c_0 = 1;

% semi-apertura alare [m]
b = 4.5;

% semi-ampiezza perturbazioni della corda [m]
etha = 0.12*c_0; %configurazione con i tubercoli più lunghi

% Calcolo corda inizialmente ellittica e poi modulata
c=zeros(1,n_punti);
c_non_modulata=1; %caso in cui sono presenti tubercoli lungo
tutta l'apertura alare
if c_non_modulata == 1
    for i=1:n_punti+1
        S(i)= cos(55*theta(i))/c_0;
        c(i)= c_0*sin(theta(i)).*(1+etha.*S(i));
        y(i)=b*cos(theta(i));
    end;
else
for i=1:c_non_modulata
    c(i)=c_0*sin(theta(i));
```

```

        y(i)=b*cos(theta(i));
end
c_raccordo=c(c_non_modulata);
for i=c_non_modulata:n_punti+1
    S(i)= cos(55*theta(i))/c_0;
    c(i)= c_0*sin(theta(i)).*(1+etha.*S(i));
    if i==c_non_modulata
        if etha==0
            delta=-c(c_non_modulata-1) + c_raccordo;
        else
            delta=-c(c_non_modulata) + c_raccordo;
        end
    end;
    c(i)=
c_0*sin(theta(i)).*(1+etha.*S(i))+delta*(c_non_modulata/i^(i/c_non
_modulata));
    y(i)= b*cos(theta(i));
end;
end;
c(n_punti+1)=0;

% area [m^2]
area=trapz(y,c);

% allungamento alare
lambda=(2*b)^2/(4*area);

% cl' - CD_0 - CL' (per eta=0)
k=0.95;
cl_apice=2*pi*k;
CD_0=0.02;
CLprimo=cl_apice/(1+2*k/lambda);

% he = racchiude parametri geometrici e aerodinamici dell'ala
he=cl_apice*c/(4*b);

% Inizializzazione variabili
A=zeros(m+1,m+1);
g_parziale=zeros(m+1,m+1);
g=zeros(m+1,1);

% incidenza aerodinamica [rad]
for alpha_g=0:20
    alpha=alpha_g*pi/180;

% Scriviamo il sistema lineare come A*x=B, dove x = [a1, a3, a5,
... ]
for i=1:m+1
    j=0;
    for n=1:2:2*m+1
        j=j+1;
        Ae(i,j)= sin(n*theta(i))*(1 + n*he(i)/(2*sin(theta(i))));
    end
end

```



```

        end
    end

    % B è il termine noto
    Be = he.'*alpha.*ones(m+1,1);

    % Risoluzione del sistema lineare
    xe=linsolve(Ae,Be);

    % vettore n=3,5,7,...
    n=3:2:2*m+1;
    CL(alpha_g+1)= lambda*xe(1)*pi/2;
    CDi(alpha_g+1)= (CL(alpha_g+1))^2/(pi*lambda) +
    pi*lambda/4*sum(n'.*(xe(2:m+1).^2));
    E(alpha_g+1)=CL(alpha_g+1)/(CD_0+CDi(alpha_g+1));

    %calcolo portanza e resistenza indotta [N]
    L(alpha_g+1)=0.5*CL(alpha_g+1)*rho*(U_0)^2*area*2;
    Di(alpha_g+1)=0.5*CDi(alpha_g+1)*rho*(U_0)^2*area*2;

    % Calcolo di g(theta)
    for i=1:n_punti+1
        for n=1:2:n_punti
            ge_parziale(i,n)=xe(n)*sin(n.*theta(i));
        end
        ge(i)=sum(ge_parziale(i,:));
        gamma(i)=U_0*2*b*ge(i);
    end

end

end

%Plot corda
figure
plot(y,gamma,'r',y,c,'b' );
xlabel('y (semi-apertura alare)')
ylabel('\Gamma e corda')
legend('\Gamma','corda')
axis([0 5 0 2.5])

%plot cl-alpha
figure
alpha_grafico=0:1:20;
plot(alpha_grafico, CL(alpha_grafico+1),'r','linewidth',1.5);
xlabel('\alpha')
ylabel('CL')

```

9 appendice B

9.1 Script per la simulazione dell'esperimento di Johari *et al.*

```
close all
clear all

%definizione angoli

n_punti=400;
numero_punte=8/2; %configurazione con 8 punte
theta=linspace(pi/2,pi/360,n_punti+1);
theta_g=linspace(-pi/2,numero_punte*2*pi-pi/2,n_punti+1);

%densità [kg/m^3]
rho=1000;

%velocità flusso indisturbato [m/s]
U_0 = 1.8;

% viscosità cinematica [m^2/s]
nu = 1 *10^(-6);

% lunghezza corda alla radice [m]
c_0 = 0.102;

% semi-apertura alare [m]
b = 0.203/2;

% semi-ampiezza perturbazioni della corda [m]
etha = 0.12*c_0; %configurazione con i tubercoli più lunghi

% Calcolo corda modulata
y=linspace(0,b,n_punti+1);
c=zeros(1,n_punti+1);
for i=1:n_punti+1
    c(i)=c_0+etha*sin(theta_g(i))+etha;
end

% area [m^2]
area=trapz(y,c);

% allungamento alare
lambda=(2*b)^2/(2*area);

% cl' - CD_0 - CL' (per eta=0)
k=0.95;
cl_apice=2*pi*k;
```

```

CD_0=0.02;
CLprimo=cl_apice/(1+2*k/lambda);

% he = racchiude parametri geometrici e aerodinamici dell'ala
he=cl_apice*c/(b);

% Inizializzazione variabili
A=zeros(n_punti+1,n_punti+1);
g_parziale=zeros(n_punti+1,n_punti+1);
g=zeros(n_punti+1,1);

% incidenza aerodinamica [rad]
for alpha_g=0:20
    alpha=alpha_g*pi/180;

% Scriviamo il sistema lineare come A*x=B, dove x = [a1, a3, a5,
... ]
for i=1:n_punti+1
    j=0;
    for n1=1:2:2*n_punti+1
        j=j+1;
        Ae(i,j)= sin(n1*theta(i))*(1 +
n1*he(i)/(2*sin(theta(i))));
    end
end

% B è il termine noto
Be = he.'*alpha.*ones(n_punti+1,1);

% Risoluzione del sistema lineare
xe=linsolve(Ae,Be);

% vettore n=3,5,7,...
n2=3:2:n_punti+1;
CL(alpha_g+1)= lambda*xe(1)*pi/2;
CDi(alpha_g+1)= (CL(alpha_g+1))^2/(pi*2*lambda) +
pi*lambda/4*sum(n2'.*(xe(2:2:n_punti+1).^2));
CD(alpha_g+1)= CDi(alpha_g+1)+CD_0;
E(alpha_g+1)=CL(alpha_g+1)/(CD_0+CDi(alpha_g+1));

%calcolo portanza e resistenza indotta [N]
L(alpha_g+1)=0.5*CL(alpha_g+1)*rho*(U_0)^2*area;
Di(alpha_g+1)=0.5*CDi(alpha_g+1)*rho*(U_0)^2*area;

% Calcolo di g(theta)
for i=1:n_punti+1
    for n=1:2:n_punti+1
        ge_parziale(i,n)=xe(n)*sin(n.*theta(i));
    end
    ge(i)=sum(ge_parziale(i,:));
    gamma(i)=U_0^2*b*ge(i);
end

```

```
end
```

```
end
```

```
%plot cl-alpha  
figure  
alpha_grafico=0:1:20;  
plot(alpha_grafico, CL(alpha_grafico+1), 'r', 'linewidth', 1.5);  
xlabel('alpha')  
ylabel('CL')  
axis([0 30 0 1.2])
```

```
%plot cd-cl  
figure  
plot(CD(alpha_grafico+1), CL(alpha_grafico+1), 'r', 'linewidth', 1);  
xlabel('CD')  
ylabel('CL')  
title('Grafico CL-CD')
```

```
%plot cd-alpha  
figure  
alpha_grafico=0:1:20;  
plot(alpha_grafico, CD(alpha_grafico+1), 'r', 'linewidth', 2);  
axis([0 30 0 0.6])  
set(gca, 'xtick', [])  
set(gca, 'xticklabel', [])  
set(gca, 'ytick', [])  
set(gca, 'yticklabel', [])
```