



POLITECNICO DI TORINO

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea

**Analisi statistica di strato limite
turbolento con dispersione di scalare
passivo**

Relatori

Prof.ssa Stefania Scarsoglio

Dott. Giovanni Iacobello

Candidato

Francesco Maria Marin

matricola 223970

ANNO ACCADEMICO 2017-2018

Sommario

Nella presente tesi di laurea è riportata l'analisi statistica effettuata sulle misurazioni del campo di velocità e della concentrazione di un composto inquinante disperso all'interno di uno strato limite turbolento opportunamente creato in galleria del vento, variando la dimensione della sorgente. L'interesse per tale tipologia di flusso turbolento nasce dalla possibilità di creare modelli per la dispersione di agenti inquinanti in atmosfera, utilizzabili per la salvaguardia della salute umana e dell'ambiente.

Particolare attenzione è stata posta durante l'analisi all'influenza che la dimensione della sorgente ha sull'evoluzione del getto. I risultati ottenuti sono stati confrontati con alcuni modelli che sono stati proposti in passato per questo tipo di getto. Si sono inoltre ricercate eventuali correlazioni tra le varie grandezze misurate, per determinare gli effetti che la variazione di una grandezza può avere su un'altra.

Indice

Elenco delle figure	4
1 Introduzione	7
1.1 Panoramica sui flussi turbolenti	7
1.1.1 Caratteristiche principali	7
1.1.2 Ipotesi di Kolmogorov	8
1.2 Dispersione di agenti inquinanti all'interno di flussi turbolenti	9
1.2.1 Studi sull'argomento	10
1.3 Strumenti per l'analisi statistica	11
1.3.1 Momenti statistici	11
1.3.2 Indici di correlazione di Pearson	12
2 Descrizione dell'apparato sperimentale	13
3 Analisi statistica	15
3.1 Sorgente con $d = 3$ mm	15
3.1.1 Componente u	15
3.1.2 Componente w	22
3.1.3 Concentrazione di etano	29
3.1.4 Indici di correlazione di Pearson	39
3.2 Sorgente con $d = 6$ mm	43
3.2.1 Componente u	43
3.2.2 Componente w	51
3.2.3 Concentrazione di etano	56
3.2.4 Indici di correlazione di Pearson	66
4 Conclusioni	71
Bibliografia	73

Elenco delle figure

1.1	Ciminiere in attività	9
1.2	Coefficienti di Pearson di alcune distribuzioni di punti	12
2.1	Getto di inchiostro in acqua da sorgente $d = 8$ mm in canale quadrato con $L = 3$ cm	13
3.1	Media della componente u di velocità a diverse stazioni longitudinali	15
3.2	Deviazione standard della componente u di velocità al variare della distanza dal suolo z ($d = 3$ mm)	16
3.3	Skewness componente u di velocità al variare della distanza dal suolo z ($d = 3$ mm)	17
3.4	Curtosi componente u di velocità al variare della distanza dal suolo z ($d = 3$ mm)	17
3.5	Funzioni di distribuzione di probabilità stimate con la funzione <code>ksdensity</code> della componente u a $z = 30$ mm e $z = 220$ mm dal suolo ($y = 0$ mm, $x = 817$ mm).	18
3.6	Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione <code>histogram</code> della componente u ($d = 6$ mm)	18
3.7	Media (a) e deviazione standard (b) della componente u di velocità al variare di y ($d = 3$ mm)	19
3.8	Skewness (a) e curtosi (b) della componente u di velocità al variare di y ($d = 3$ mm)	20
3.9	Media (a), deviazione standard (b), skewness (c) e curtosi (d) della componente u al variare di x ($d = 3$ mm)	21
3.10	Media della componente w di velocità al variare di z ($d = 3$ mm)	22
3.11	Deviazione standard della componente w di velocità al variare di z ($d = 3$ mm)	23
3.12	Skewness della componente w di velocità al variare di z ($d = 3$ mm)	23
3.13	Curtosi della componente w di velocità al variare di z ($d = 3$ mm)	24
3.14	Funzioni di distribuzione di probabilità stimate della componente con la funzione <code>ksdensity</code> w a $z = 35$ mm e $z = 260$ mm dal suolo ($d = 3$ mm)	24
3.15	Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione <code>histogram</code> della componente w ($d = 3$ mm)	25
3.16	Media (a) e deviazione standard (b) della componente w al variare di y ($d = 3$ mm)	26
3.17	Skewness (a) e curtosi (b) della concentrazione al variare di y ($d = 3$ mm)	27

3.18	Media (a), deviazione standard (b), skewness (c) e curtosi (d) della componente w al variare di x (d = 3 mm)	28
3.19	Media della concentrazione di velocità al variare di z (d = 3 mm)	29
3.20	Deviazione standard della concentrazione di velocità al variare di z (d = 3 mm)	30
3.21	Skewness della concentrazione di velocità al variare di z (d = 3 mm)	30
3.22	Curtosi della concentrazione di velocità al variare di z (d = 3 mm)	31
3.23	Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per d = 3 mm con le eq. (1.5) e (1.6)	31
3.24	Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per d = 3 mm con le eq. (1.5) e (1.6) a x = 51 mm	32
3.25	Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per d = 3 mm con le eq. (1.5) e (1.6) a x = 204 mm (a-b) e x = 817 mm (c-d)	33
3.26	Funzioni di distribuzione di probabilità stimate della concentrazione a x = 51 mm e x = 817 mm (d = 3 mm)	34
3.27	Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione histogram della concentrazione(d = 3 mm)	34
3.28	Andamento del fattore d'intermittenza in asse con la sorgente (d = 3 mm)	35
3.29	Media (a) e deviazione standard (b) della concentrazione al variare di y (d = 3 mm)	36
3.30	Skewness (a) e curtosi (b) della concentrazione al variare di y (d = 3 mm)	37
3.31	Media (a) e deviazione standard (b) della concentrazione al variare di x (d = 3 mm)	38
3.32	Skewness (a) e curtosi (b) della concentrazione al variare di x (d = 3 mm)	39
3.33	Indici di correlazione $\rho(u,w)$ (a-b), $\rho(w,c)$ (c-d) e $\rho(u,c)$ (e-f), al variare dello sfasamento tra le serie temporali, calcolate con le funzioni coeffcorr e crosscorr (d=3 mm)	40
3.34	Indici di correlazione $\rho(u,w)$ (a), $\rho(w,c)$ (b) e $\rho(u,c)$ (c), al variare di z in assenza di sfasamento tra le serie temporali	41
3.35	Funzioni di autocorrelazione lungo x di u (a), w (b) e della concentrazione (c)	43
3.36	Media (a) e deviazione standard (b) della componente u al variare di z (d = 6 mm)	44
3.37	Skewness della componente u al variare di z (d = 6 mm)	45
3.38	Curtosi della componente u al variare di z (d = 6 mm)	45
3.39	Media (a) e deviazione standard (b) della componente u al variare di y (d = 6 mm)	46
3.40	Skewness (a) e curtosi (b) della componente u al variare di y (d = 6 mm)	47
3.41	Funzioni di distribuzione di probabilità stimate con la funzione ksdensity della concentrazione a y = 0 mm e y = 14 mm, rispettivamente all'interno e esterno della scia della sorgente (d = 3 mm, x = 51 mm)	48
3.42	Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione histogram della componente u (d = 6 mm)	48
3.43	Media (a) e deviazione standard (b) della componente u al variare di x (d = 6 mm)	49
3.44	Skewness (a) e curtosi (b) della componente u al variare di x (d = 6 mm)	50

3.45	Media (a) e deviazione standard (b) della componente w al variare di z (d = 6 mm)	51
3.46	Skewness (a) e curtosi (b) della componente w al variare di z (d = 6 mm) .	52
3.47	Media (a) e deviazione standard (b) della componente w al variare di y (d = 6 mm)	53
3.48	Skewness (a) e curtosi (b) della componente w al variare di y (d = 6 mm) .	54
3.49	Media (a), deviazione standard (b), skewness (c) e curtosi (d) della componente w al variare di y (d = 6 mm)	55
3.50	Media della concentrazione al variare di z (d = 6 mm)	56
3.51	Confronto tra i profili di concentrazione media tra le 2 configurazioni	56
3.52	Deviazione standard della concentrazione al variare di z (d = 6 mm)	57
3.53	Confronto della deviazione standard tra le 2 configurazioni	57
3.54	Skewness della concentrazione al variare di z (d = 6 mm)	58
3.55	Curtosi della concentrazione al variare di z (d = 6 mm)	58
3.56	Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per d = 6 mm con le eq. (1.5) e (1.6)	59
3.57	Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per d = 6 mm con le eq. (1.5) e (1.6) a x = 51 mm (a-b), x = 204 mm (c-d) e x = 817 mm (e-f)	60
3.58	Confronto tra gli andamenti dei coefficienti a_1 (a), a_2 (b), b_1 (c), b_2 (d), b_3 (e) lungo x tra le 2 configurazioni del getto	61
3.59	Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione ksdensity della concentrazione in asse con la sorgente e in prossimità di essa (d = 6 mm)	62
3.60	Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione histogram della concentrazione (d = 6 mm)	63
3.61	Andamento del fattore d'intermittenza in asse con la sorgente (d = 6 mm) .	63
3.62	Media (a) e deviazione standard (b) della concentrazione al variare di y (d = 6 mm)	64
3.63	Skewness (a) e curtosi (b) della concentrazione al variare di y (d = 6 mm)	65
3.64	Media (a), deviazione standard (b), skewness (c) e curtosi (d) della concentrazione al variare di x (d = 6 mm)	66
3.65	Indici di correlazione $\rho(u,w)$ (a-b), $\rho(w,c)$ (c-d) e $\rho(u,c)$ (e-f), al variare dello sfasamento tra le serie temporali, calcolate con le funzioni coeffcorr e crosscorr (d=6 mm)	67
3.66	Indici di correlazione $\rho(u,w)$ (a), $\rho(w,c)$ (b) e $\rho(u,c)$ (c), al variare di z in assenza di sfasamento tra le serie temporali	68
3.67	Funzioni di autocorrelazione lungo x di u (a), w (b) e della concentrazione (c)	69

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Panoramica sui flussi turbolenti

I flussi turbolenti sono di gran lunga i più comuni sia in natura che nelle applicazioni ingegneristiche e rivestono quindi grande importanza all'interno della fluidodinamica. Per esempio, molti dei fenomeni climatici che avvengono sul nostro pianeta sono di origine turbolenta. Nelle applicazioni umane, i moti turbolenti possono avere caratteristiche desiderabili e quindi vengono intenzionalmente provocati, come succede all'interno delle camere di combustione dei moderni turbofan, così come avere effetti avversi e quindi si cerca di evitare l'instaurarsi di un regime turbolento, solitamente per la maggiore dissipazione di energia che questi causano rispetto a un flusso laminare. Ora verranno definite le caratteristiche tipiche dei flussi turbolenti

1.1.1 Caratteristiche principali

Nei flussi turbolenti, la prima caratteristica che appare evidente è la forte variabilità del campo di velocità. Esso non assume valori ben definiti e stabili nel tempo come accade per un flusso laminare, ma è fortemente variabile in maniera apparentemente casuale. L'assenza di un campo di velocità stabile è dovuta all'incapacità delle forze viscosive di smorzare le piccole perturbazioni che inevitabilmente si vengono a creare in un flusso reale. Questa condizione è dovuta a una prevalenza delle forze inerziali rispetto a quelle viscosive, il cui rapporto può essere espresso tramite il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (1.1)$$

Il superamento di un numero di Reynolds critico tipico del flusso considerato porta alla transizione spontanea da flusso laminare a turbolento (transizione che può essere anche forzata attraverso ostacoli come griglie o generatori di vortici). Il campo di velocità che si viene a creare non è realmente casuale ed è ottenibile tramite la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes usando un calcolatore (Direct Numerical Simulation). Il costo computazionale di tale compito è però molto alto per via della necessità di avere una risoluzione tale da rappresentare tutte le scale del flusso turbolento e cresce con il numero di Reynolds che caratterizza il flusso. Inoltre i flussi turbolenti sono fortemente dipendenti dalle condizioni

iniziali e al contorno, tanto che piccoli errori nella modellazione di tali condizioni portano rapidamente al divergere della soluzione simulata da quella del caso reale. Tutto questo si ripercuote anche sul piano sperimentale, per l'impossibilità di riprodurre precisamente le condizioni iniziali tra un esperimento e l'altro. La via più praticabile è quindi quella dell'approccio statistico nell'elaborazione di dati sperimentali, studiando collegamenti tra i vari momenti e grandezza statistiche ottenibili dalle serie temporali.

Per via delle caratteristiche del campo di velocità, un flusso turbolento è molto più efficace nel trasportare e miscelare fluidi, trasportare calore e quantità di moto rispetto a un flusso laminare comparabile e si presta quindi a determinate applicazioni (come per esempio le camere di combustione citate precedentemente).

Il flusso turbolento può essere inoltre descritto come composizione di strutture vorticosi (eddies) di dimensione diversa, secondo la teoria dell'energy cascade introdotta da Richardson nel 1922. Le strutture turbolente più grandi hanno dimensioni paragonabili a quelle del fenomeno osservato e il numero di Reynolds specifico di queste strutture è sufficientemente grande da rendere i fenomeni viscosi trascurabili. A questo livello, si ha anisotropia delle strutture turbolente, dettato dalle condizioni al contorno. Il collasso delle strutture più grandi porta alla creazione di quelle più piccole. Si ha quindi il trasferimento dell'energia cinetica a scale più piccole. Il processo continua fino a quando il numero di Reynolds è sufficientemente basso da rendere stabile la struttura e permettere la dissipazione dell'energia cinetica attraverso fenomeni viscosi. Le dimensioni delle più piccole strutture turbolente a cui avviene la dissipazione dell'energia cinetica e le scale di velocità e di tempo caratteristiche di queste ultime sono stabilite dalla teoria proposta da Kolmogorov nel 1941.

1.1.2 Ipotesi di Kolmogorov

La teoria di Kolmogorov è composta da 3 ipotesi che caratterizzano le strutture turbolente di piccola scala. La prima di queste ipotesi è detta ipotesi di isotropia locale e stabilisce che, **dato un flusso a numero di Reynolds sufficientemente alto, i moti turbolenti di piccola scala sono statisticamente isotropici**, in contrasto con l'anisotropia dei moti turbolenti di dimensione maggiore che sono influenzati dalle condizioni al contorno del flusso. Questa caratteristica porta a una perdita di informazione delle geometria dei moti più grandi e una universalità delle grandezze statistiche dei moti di piccola scala. Viene definita una scala di lunghezze $l_{EI} \approx 1/6 l_0$ che divide i moti di turbolenti più grandi anisotropici da quelli isotropici di piccola scala. Per moti di dimensione $l < l_{EI}$, si hanno 2 processi principali: il processo di trasferimento di energia dai moti di dimensione maggiore a quelli di dimensioni minori T_{EI} e il processo di dissipazione viscosa, dipendente da ν . Il rateo di dissipazione ε è determinato dal rateo di trasferimento T_{EI} , in modo tale che $T_{EI} \approx \varepsilon$. Da qui deriva la seconda ipotesi di Kolmogorov, detta anche prima ipotesi di similarità: **in ogni flusso turbolento a numero di Reynolds sufficientemente alto, le grandezze statistiche dei moti di piccola scala ($l < l_{EI}$, definito come intervallo di equilibrio universale) hanno una forma universale e sono unicamente determinati da ν ed ε** . E' possibile quindi definire delle scale di lunghezza, di velocità e di tempo (scale di Kolmogorov) dipendenti unicamente da questi 2 parametri:

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.2)$$

$$u_\eta = (\varepsilon\nu)^{\frac{1}{4}} \quad (1.3)$$

$$\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.4)$$

Passando a un sistema adimensionale di coordinate e a un campo velocità anch'esso adimensionale utilizzando le scale di Kolmogorov, e osservando il campo a scale non troppo elevate, si scopre che esso è statisticamente isotropico e uguale per tutti i flussi ad alti Reynolds. Inoltre per strutture turbolente dalle dimensioni intermedie, per le quali si è comunque all'interno dell'intervallo di equilibrio universale ma si è molto al di sopra delle dimensioni dei moti dissipativi ($l > l_{DI} = 60\eta$), il numero di Reynolds è ancora sufficientemente elevato da rendere l'effetto della viscosità trascurabile. Da qui la terza ipotesi di Kolmogorov detta anche seconda ipotesi di similarità che afferma che **in ogni flusso turbolento a numero di Reynolds sufficientemente elevato, le grandezze statistiche dei moti di scala l con $\eta \ll l \ll l_0$ hanno una forma universale unicamente determinata da ε e indipendente da ν** . L'intervallo di equilibrio universale viene diviso in 2 sottointervalli detti di dissipazione e inerziale. Nel sottointervallo inerziale la dissipazione viscosa è trascurabile e quindi questa avviene tutta nell'intervallo di dissipazione, tramite moti di dimensioni molto ridotti.

1.2 Dispersione di agenti inquinanti all'interno di flussi turbolenti

Lo studio della dispersione di agenti inquinanti è di grande interesse, in particolar modo per la protezione dell'ambiente e della salute della popolazione. Molte delle emissioni di agenti inquinanti provenienti dall'attività umana avvengono all'interno dello strato limite atmosferico, in presenza quindi di un flusso turbolento. Un esempio tipico potrebbe essere l'emissione di fumi di scarico attraverso una ciminiera.



Figura 1.1: Ciminiere in attività

La presenza di un flusso turbolento facilita il trasporto dell'inquinante nel mezzo considerato, causandone una maggiore dispersione. E' quindi importante acquisire la capacità di prevedere e modellare le caratteristiche del getto man mano che ci si allontana dalla sorgente, in funzione di diversi parametri come la dimensione della sorgente, l'altitudine a cui avviene l'emissione dell'inquinante o la velocità dell'inquinante nel momento dell'ingresso nel flusso esterno. Per agenti inquinanti il cui effetto sulla salute richiede considerevoli lassi di tempo per palesarsi, la grandezza di maggior interesse è la concentrazione media e questa è sufficiente per definire i rischi per la popolazione, mentre per altre applicazioni sono richieste maggiori informazioni sull'andamento della concentrazione di inquinante. Nel caso di incidenti che portano alla dispersione di agenti infiammabili ad esempio, il calcolo della concentrazione media non è più sufficiente. La concentrazione è infatti fortemente variabile ed è necessario calcolare il rischio che questa superi la soglia di infiammabilità. E' richiesta quindi la modellazione della funzione di distribuzione di probabilità (solitamente a partire da momenti statistici di grado superiore rispetto alla media), che è in grado di fornire la probabilità che la concentrazione superi un valore limite. In questo come in altri casi sono quindi richiesti modelli più completi.

1.2.1 Studi sull'argomento

Molti studi sono stati condotti sulla dispersione di agenti inquinanti, sia teorici che sperimentali. Di seguito saranno elencati alcuni dei risultati che sono stati raggiunti. Uno dei primi modelli proposti è stato quello di Gifford nel 1959 [2], che verte sulla previsione dell'andamento della concentrazione media in base a 2 parametri indipendenti. Questi parametri descrivono la dispersione del getto a una certa distanza dalla sorgente e lo spostamento del centro di massa della distribuzione. Altri studi hanno stabilito legami tra i vari momenti statistici della concentrazione di inquinante. In particolare, lo studio pubblicato da Mole e Clarke nel 1995 [3] fornisce legami tra skewness (Sk) e curtosi (Cu) e tra skewness e l'intensità della fluttuazione della concentrazione (i_c) del tipo:

$$Sk = a_1(i_c)^{a_2} \quad (1.5)$$

$$Ku = b_1(Sk)^{b_2} + b_3 \quad (1.6)$$

Altri ricercatori si sono focalizzati sulla ricerca di funzioni per approssimare la funzioni di densità di probabilità della concentrazione all'interno del flusso turbolento. In particolare, nel 2003 Villermaux e Duplat [4] hanno dimostrato come la PDF della concentrazione durante la dispersione di un inquinante in un condotto quadrato possa essere approssimata da una funzione Gamma di questo tipo:

$$P(X = C / < C >) = \frac{n^n}{\Gamma(n)} X^{n-1} e^{-nX} \quad (1.7)$$

dove il parametro n può essere adattato per ogni posizione all'interno del flusso in modo da approssimare i dati sperimentali:

$$n = \frac{1}{i_c^2} \quad (1.8)$$

Tale formula per l'approssimazione della PDF della concentrazione è stata poi confermata essere valida per la dispersione di uno scalare passivo in un flusso turbolento a parete da Yee e Skvortsov nel 2011 [5]. Le teorie proposte sono state supportate da studi sperimentali, tra cui quello portato avanti da Raupach and Coppin nel 1983 [6] per una sorgente di linea e i 2 studi per una sorgente puntiforme di Fackrell and Robins nel 1982 [7] e di Nironi et al. nel 2015 [8]. L'ultimo di questi studi ha trovato una buona approssimazione tra i dati sperimentali e le formule precedentemente riportate.

1.3 Strumenti per l'analisi statistica

Come detto precedentemente, la via più pratica per l'analisi di dati sperimentali sui flussi turbolenti è l'approccio statistico, con il calcolo di grandezze che rivelino informazioni sulle caratteristiche del campo. Di seguito sono elencate le grandezze che sono state calcolate per l'analisi dei dati sperimentali in questa tesi.

Funzione di densità di probabilità o PDF

Data una variabile casuale continua, la PDF fornisce la probabilità relativa che la variabile assuma un certo valore. E' possibile ottenere la probabilità che la variabile assuma valori compresi in un intervallo integrando la PDF sull'intervallo stesso.

1.3.1 Momenti statistici

Il momento di ordine n di una variabile reale è definito come:

$$\mu_n = \int_{-\infty}^{\infty} (x - c)^n f(x) dx \quad (1.9)$$

dove $f(x)$ è la PDF della variabile considerata. A seconda dei valori assegnati a c e n si ottengono diverse grandezze statistiche.

- Assegnando $c = 0$ e $n = 1$, si ottiene la media μ . In una distribuzione gaussiana, il valore medio è in corrispondenza del picco massimo della distribuzione.
- Se invece si considera $c = \mu$ e $n = 2$ si ottiene la varianza, la cui radice quadrata è chiamata deviazione standard σ . Queste 2 grandezze danno una misura della variabilità della grandezza considerata. E' possibile poi definire una terza grandezza, l'intensità di fluttuazione:

$$i_x = \frac{\sigma}{\mu} \quad (1.10)$$

- La skewness è definita come:

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (1.11)$$

dove μ_3 è il momento di ordine 3 con $c = \mu$. Questa grandezza fornisce una misura dell'asimmetria della PDF della grandezza considerata. Valori positivi di skewness

indicano un'asimmetria verso valori minori del valore medio e viceversa per valori negativi di questo indice.

- Allo stesso modo si può definire la curtosi come:

$$Ku = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad (1.12)$$

La curtosi fornisce informazioni riguardo alla forma delle code della distribuzione. Una curtosi maggiore di 3 indica una distribuzione più concentrata rispetto a una distribuzione gaussiana normale. Una curtosi minore di 3 indica invece un maggiore allungamento delle code rispetto alla gaussiana.

1.3.2 Indici di correlazione di Pearson

Gli indici di correlazione di Pearson forniscono una misura del grado di correlazione lineare che esiste tra 2 grandezze. Sono definiti come:

$$\rho(A, B) = \frac{\text{cov}(A, B)}{\sigma_A \sigma_B} \quad (1.13)$$

L'indice di Pearson assume valori compresi tra -1 e 1. Nel caso $\rho = 1$ o di $\rho = -1$, le 2 grandezze linearmente correlate o anticorrelate. Valori intermedi indicano correlazioni più o meno forti tra le 2 grandezze.

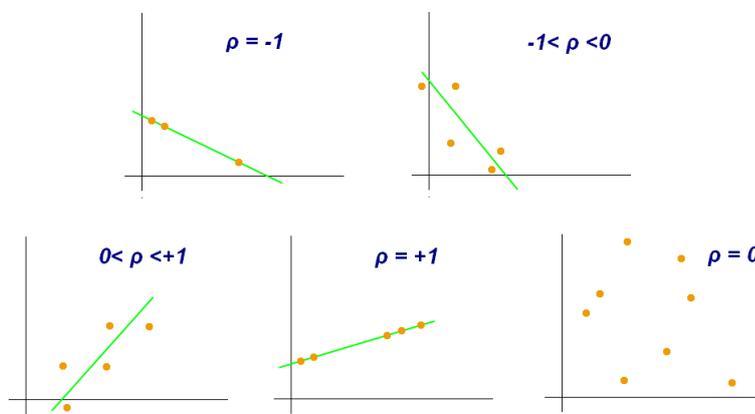


Figura 1.2: Coefficienti di Pearson di alcune distribuzioni di punti

Gli indici di Pearson hanno difficoltà ad evidenziare legami diversi da quelli di tipo lineare. Ad esempio, un semplice legame quadratico porterebbe a un indice di Pearson uguale a 0.

Capitolo 2

Descrizione dell'apparato sperimentale

I dati analizzati sono stati raccolti durante un esperimento in galleria del vento. Si sono raccolte le misurazioni delle componenti di velocità lungo x e lungo z e la concentrazione di un agente inquinante disperso all'interno di uno strato limite turbolento opportunamente creato.

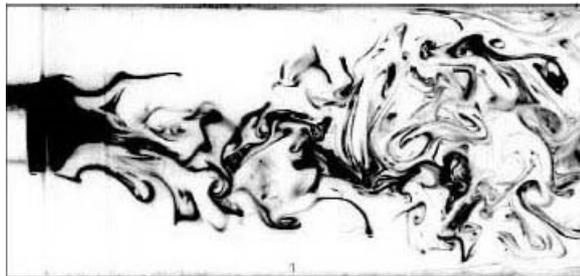


Figura 2.1: Getto di inchiostro in acqua da sorgente $d = 8$ mm in canale quadrato con $L = 3$ cm

Per generare uno strato limite turbolento uniforme, all'ingresso della zona di test sono stati posizionati alcuni generatori di vortici e una griglia di turbolenza, per forzare la transizione a strato limite turbolento. Dei cubi sono stati posizionati al suolo come elementi di rugosità. Lo spessore atteso dello strato limite risultante è stato stimato a $\delta = 0.314$ m. La velocità del flusso all'esterno dello strato limite è stata fissata a 4.94 m/s, con $Re \approx 10^5$. È stata poi installata la sorgente a forma di L dove si è previsto che lo strato limite fosse completamente sviluppato. Il diametro della sorgente è variabile (3 mm o 6 mm).

L'agente tracciante utilizzato è stato l'etano, per via della densità simile a quella dell'aria, e la sua emissione all'interno dello strato limite è stata fatta in maniera continua e in condizioni isocinetiche (la velocità del getto all'uscita dalla sorgente è la stessa del flusso

intorno alla sorgente) a $z = 75$ mm dal suolo.

Per quanto riguarda le misurazioni, queste sono state effettuate a diverse posizioni a valle della sorgente (6 stazioni, a distanza variabile tra i 51 mm e i 1226 mm), raccogliendo i profili di velocità e di concentrazione sia verticali (in asse con la sorgente, con $y = 0$ mm), sia orizzontali (alla stessa altezza della sorgente, con $z = 75$ mm). Per la misurazione del campo di velocità è stato utilizzato un anemometro a filo caldo, in grado di misurare 2 componenti di velocità in contemporanea (in questo caso si sono analizzate le misure della componente longitudinale u e della componente verticale w). Per la misura della concentrazione dell'agente tracciante è stato invece utilizzato un rilevatore a ionizzazione di fiamma e anche in questo caso si è provveduto a effettuare misurazioni a diverse stazioni longitudinali, raccogliendo sia profili verticali che orizzontali. Per ogni posizione dei rilevatori, sono state effettuati 3 minuti di misurazioni con una frequenza di lettura dei rilevatori di 1 kHz, per un totale di circa 180 000 misurazioni per posizione. Ogni profilo è stato ottenuto effettuando rilevazioni in un numero di posizioni variabile tra le 13 e le 28. L'elaborazione dei dati acquisiti è stata eseguita attraverso il software commerciale Matlab. E' stata effettuata una fase di preprocessing delle serie temporali della concentrazione. Erano presenti infatti alcuni valori negativi di concentrazione, condizione impossibile dal punto di vista fisico. Si è quindi determinato il valore minimo di ciascuna serie temporale. Per ciascuna delle 2 configurazioni si è poi impostato un valore ε uguale al modulo del minore tra i valori precedentemente trovati per tutte le serie temporali relative a quella configurazione.

	d= 3 mm	d = 6 mm
ε	3.3199	2.7542

ε è stato poi utilizzato come soglia: tutti le misurazioni minori di ε sono state sostituite da un valore nullo di concentrazione. Le analisi statistiche sono state compiute sulle serie temporali così modificate.

Capitolo 3

Analisi statistica

Di seguito sono riportate le analisi effettuate sulle serie temporali delle 2 componenti della velocità, u e w , e della concentrazione di etano, per entrambe le configurazioni della sorgente. Sono stati calcolati alcuni momenti statistiche, riportando i loro andamenti lungo i 3 assi di riferimento. Si sono poi calcolati i coefficienti di correlazione tra le serie temporali di grandezze differenti raccolte a punto fisso, oltre alle funzioni di autocorrelazione lungo x .

3.1 Sorgente con $d = 3$ mm

3.1.1 Componente u

Per la componente di velocità u , i profili di velocità media a diverse stazioni longitudinali presentano tutti lo stesso andamento sul piano verticale. Quindi non ci sono differenze significative nelle caratteristiche e spessore dello strato limite alle varie stazioni.

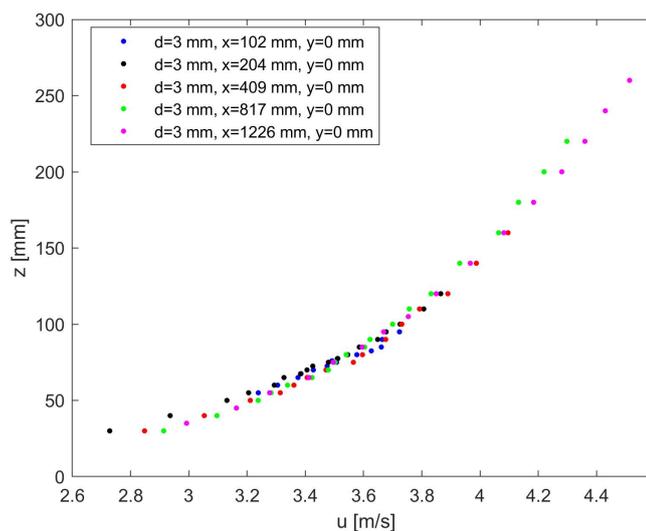


Figura 3.1: Media della componente u di velocità a diverse stazioni longitudinali

Calcolando la deviazione standard, sempre sul piano verticale, si nota un aumento della variabilità di u avvicinandosi al suolo, specie se si dovesse considerare il rapporto tra la deviazione standard (che va aumentando) e il valore medio (che diminuisce avvicinandosi alla parete). Questo indica strutture turbolente che causano variazioni di velocità maggiori avvicinandosi alla parete. Questo andamento sembra arrestarsi in prossimità della parete, forse limitato dai fenomeni viscosi.

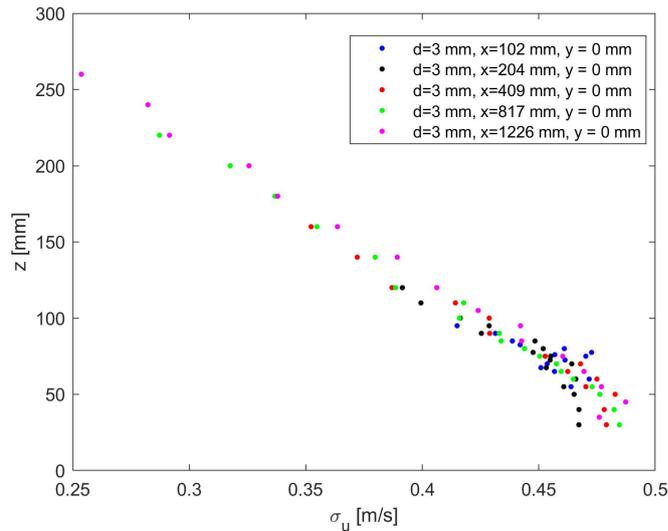


Figura 3.2: Deviazione standard della componente u di velocità al variare della distanza dal suolo z ($d = 3$ mm)

Dal calcolo della skewness, si evidenzia come per valori lontani dalla parete, la distribuzione dei valori di velocità u misurati sia asimmetrica, con una maggiore frequenza di valori più alti rispetto alla media (skewness negativa). La skewness va aumentando avvicinandosi alla parete fino a diventare positiva in prossimità di essa (con quindi una maggiore presenza di valori più bassi alla media).

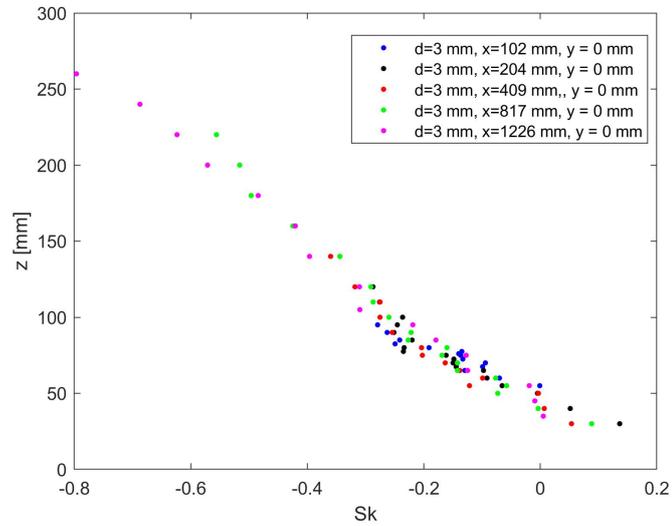


Figura 3.3: Skewness componente u di velocità al variare della distanza dal suolo z ($d = 3 \text{ mm}$)

I profili della curtosi mostrano come, mantenendo il sensore lontano dalla parete, si abbiano distribuzioni più compatte intorno alla media ($Ku > 3$). Avvicinandosi alla parete la curtosi diventa minore di 3, il che evidenzia una distribuzione dei valori di u più allungata, dovuto alla maggiore turbolenza che causa un'elevata variabilità del valore di u (come mostrato anche dalla maggiore deviazione standard).

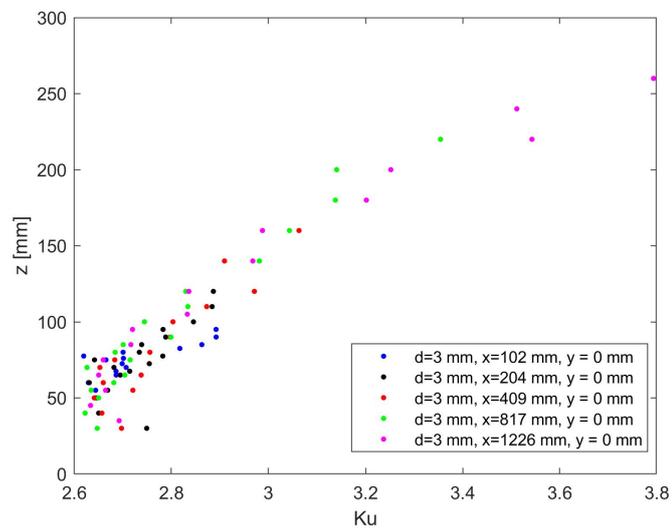


Figura 3.4: Curtosi componente u di velocità al variare della distanza dal suolo z ($d = 3 \text{ mm}$)

Le informazioni date da skewness e curtosi sono poi confermate se si osservano le funzioni di distribuzione di probabilità stimate usando le serie di dati in 2 posizioni differenti, una molto vicina alla parete e l'altra molto lontana. E' evidente la maggiore asimmetria della distribuzione calcolata sui dati raccolti a $z = 220$ mm rispetto a quella a $z = 30$ mm, oltre a una minore dispersione dei valori.

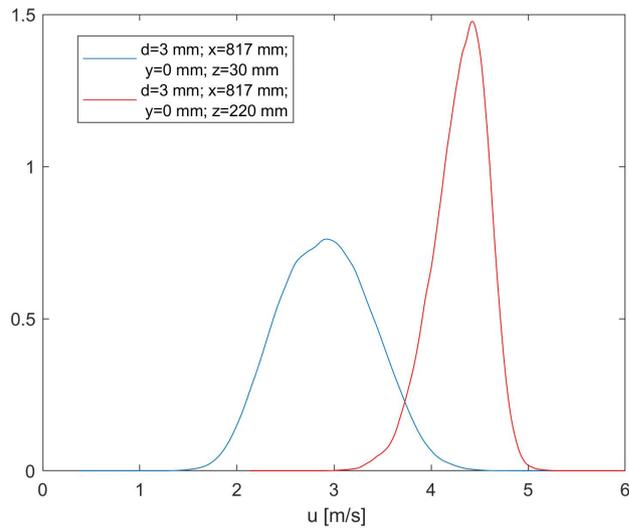


Figura 3.5: Funzioni di distribuzione di probabilità stimate con la funzione ksdensity della componente u a $z = 30$ mm e $z = 220$ mm dal suolo ($y = 0$ mm, $x = 817$ mm).

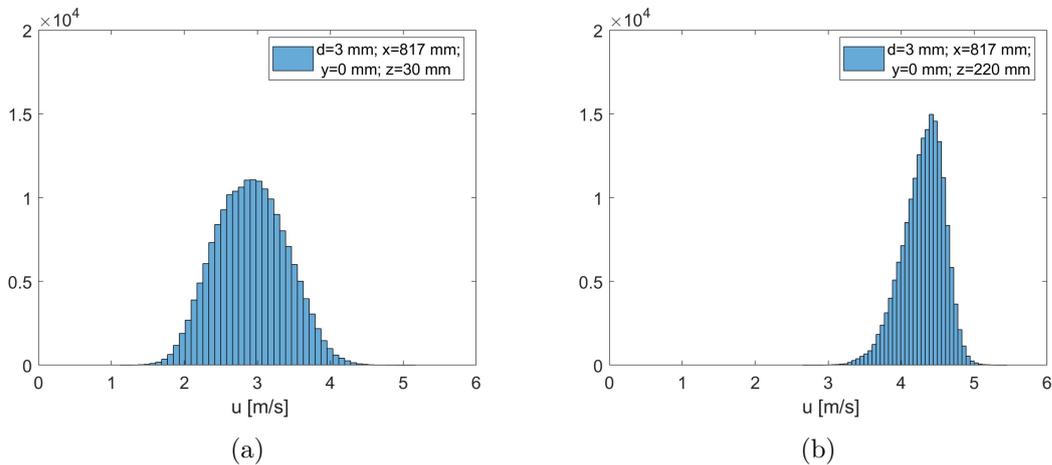
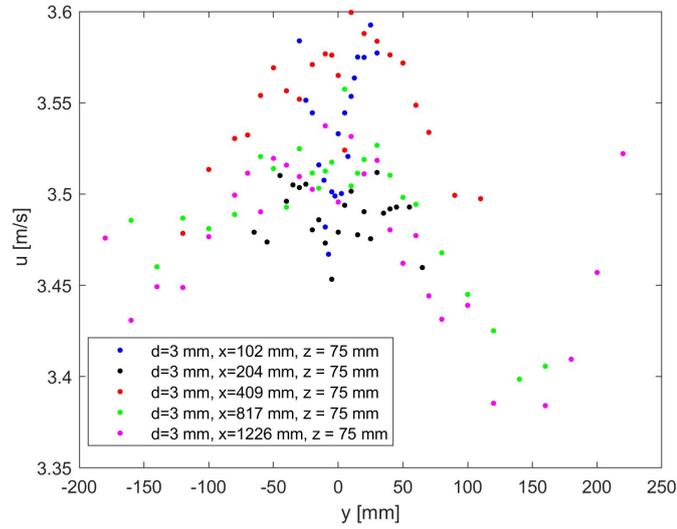
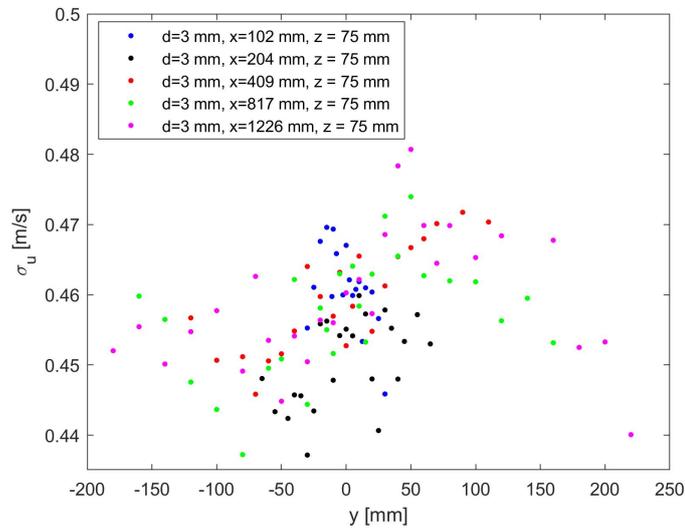


Figura 3.6: Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione histogram della componente u ($d = 6$ mm)

Per quanto riguarda i dati acquisiti variando la posizione trasversale del sensore mantenendolo alla stessa altezza della sorgente (75 mm), si ottengono valori medi molto vicini tra di loro (variano tra 3.4 e 3.6 m/s). Anche deviazione standard, skewness e curtosi assumono valori simili, senza evidenziare andamenti particolari.

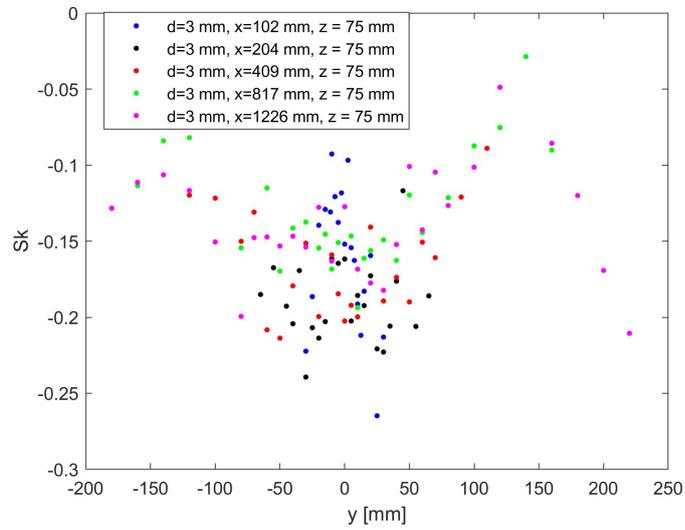


(a)

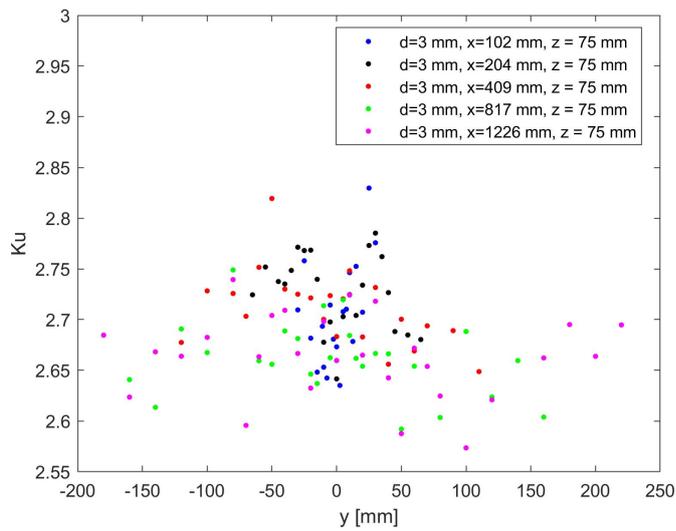


(b)

Figura 3.7: Media (a) e deviazione standard (b) della componente u di velocità al variare di y ($d = 3 \text{ mm}$)



(a)



(b)

Figura 3.8: Skewness (a) e curtosi (b) della componente u di velocità al variare di y (d = 3 mm)

Confrontando le medie calcolate a differenti stazioni longitudinali, si hanno differenze contenute lungo x . Gli andamenti della media di u hanno andamenti simili variando la z a cui si effettua la misurazione. Lo strato limite ha quindi uno spessore che varia in maniera lieve lungo x . I grafici degli altri momenti non evidenziano andamenti particolari lungo x , con leggere variazioni alle varie stazioni.

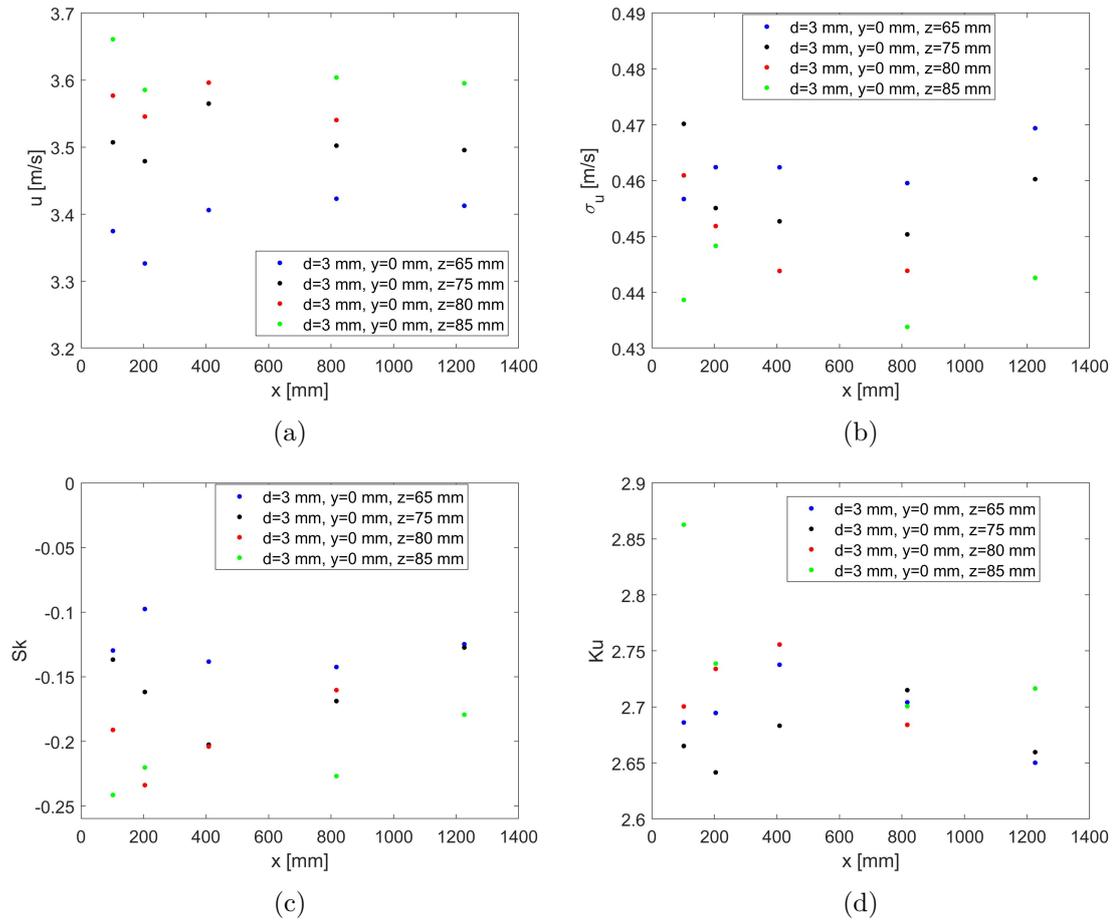


Figura 3.9: Media (a), deviazione standard (b), skewness (c) e curtosi (d) della componente u al variare di x ($d = 3 \text{ mm}$)

3.1.2 Componente w

Per la componente w della velocità, lontano da parete si ha una ha un valore medio negativo (comunque molto basso in modulo), che quindi tenderà a portare l'etano emesso dalla sorgente verso il suolo. La componente verticale diventa positiva in prossimità della parete, il che riporterà l'etano verso l'alto. Si dovrebbe raggiungere l'equilibrio dove la velocità verticale si azzerà. Questo andamento è però fortemente variabile per le diverse stazioni di misura (è ben visibile solo per i dati da $x = 409$ mm, per $x = 817$ si hanno sempre valori negativi di velocità verticale).

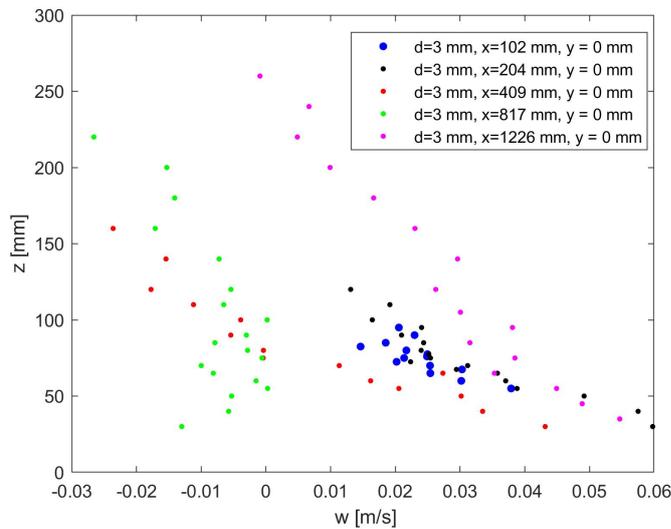


Figura 3.10: Media della componente w di velocità al variare di z ($d = 3$ mm)

Il valore di w è fortemente variabile. Si può notare come in tutti i punti, in tutte le stazioni, la deviazione standard sia di molto maggiore ai valori medi, e tenda ad aumentare avvicinandosi al suolo, come succedeva per la componente u del campo di velocità.

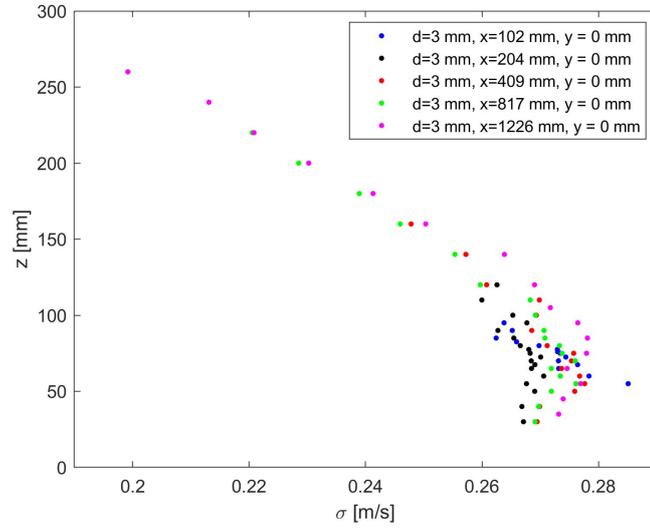


Figura 3.11: Deviazione standard della componente w di velocità al variare di z ($d = 3 \text{ mm}$)

Si ha inoltre skewness sempre positiva, con una prevalenza di valori più bassi rispetto alla media (in particolare allontanandosi dal suolo, dove la skewness tende a salire), e curtosi maggiore di 3 con quindi una distribuzione di valori compatta rispetto a una distribuzione gaussiana (di nuovo caratteristica che si accentua allontanandosi da parete).

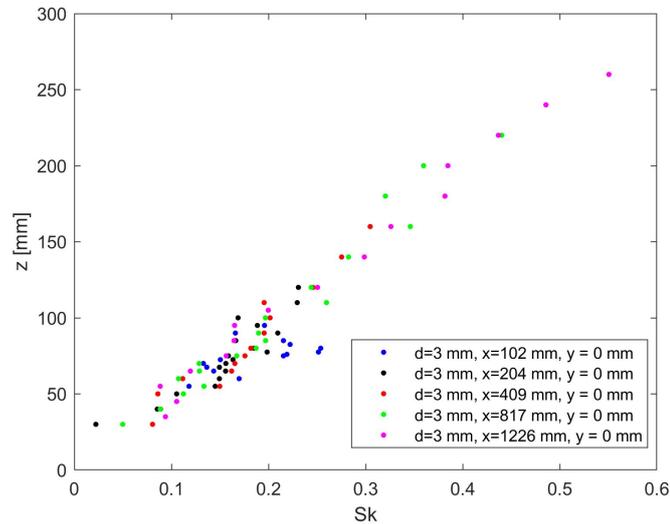


Figura 3.12: Skewness della componente w di velocità al variare di z ($d = 3 \text{ mm}$)

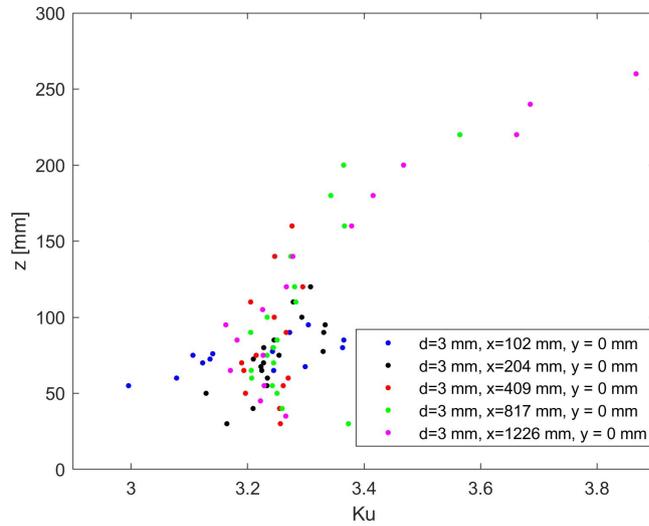


Figura 3.13: Curtosi della componente w di velocità al variare di z ($d = 3$ mm)

Ciò è anche visibile osservando le funzione di distribuzioni di probabilità stimate a partire dalle serie temporali di w.

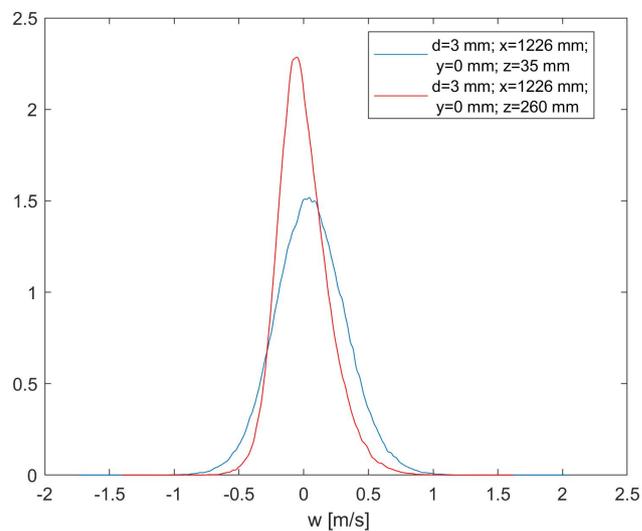


Figura 3.14: Funzioni di distribuzione di probabilità stimate della componente con la funzione ksdensity w a $z = 35$ mm e $z = 260$ mm dal suolo ($d = 3$ mm)

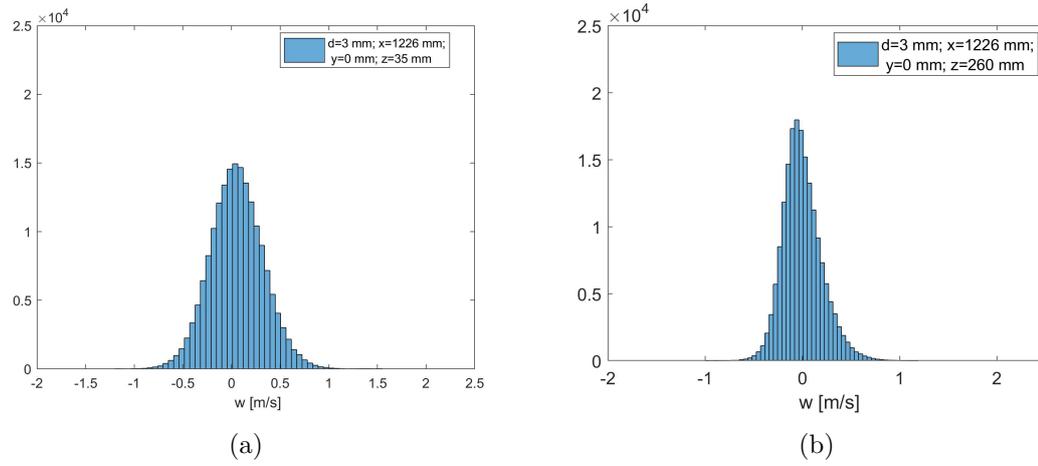
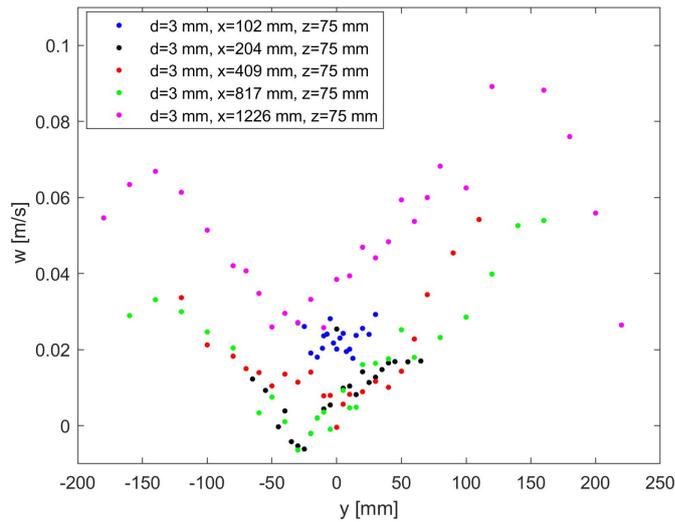
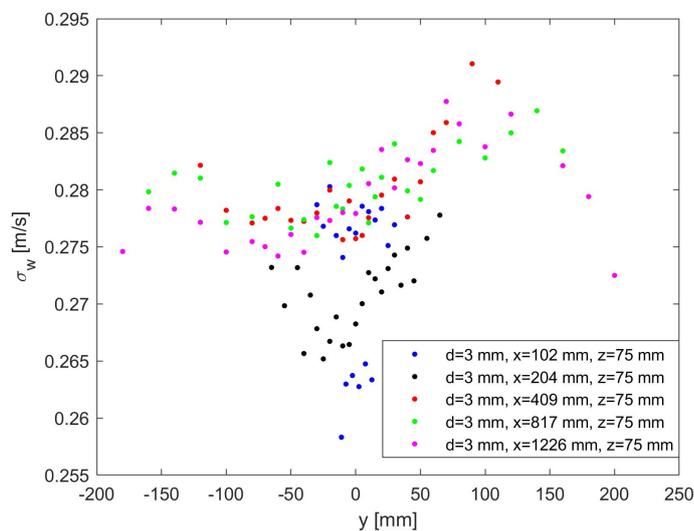


Figura 3.15: Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione histogram della componente 3 ($d = 3 \text{ mm}$)

Se si osservano i dati misurati variando la posizione trasversale della sonda, si hanno comunque valori molto bassi di velocità verticale w . Questi valori si avvicinano a 0 ai bordi della galleria e al centro, forse per via dell'influenza delle pareti e della presenza della sorgente. L'influenza della sorgente sembra essere visibile soprattutto per la posizione 102 mm a valle, la più vicina di quelle riportate sui grafici. Si ha infatti una skewness maggiore, che porta ad avere una maggior frequenza di valori più bassi della media.

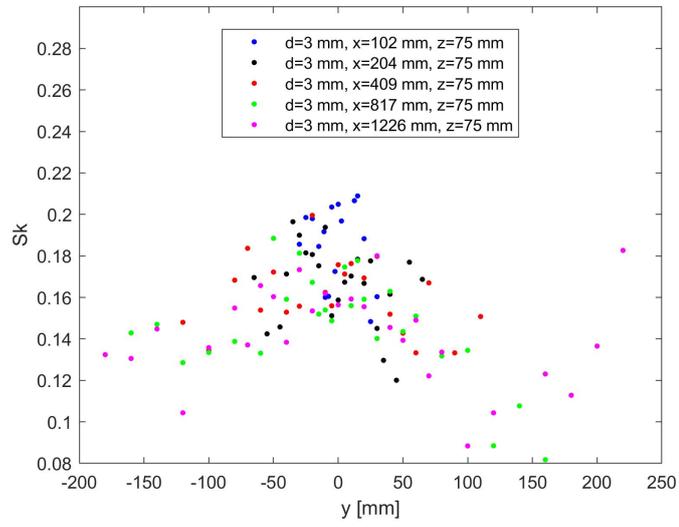


(a)

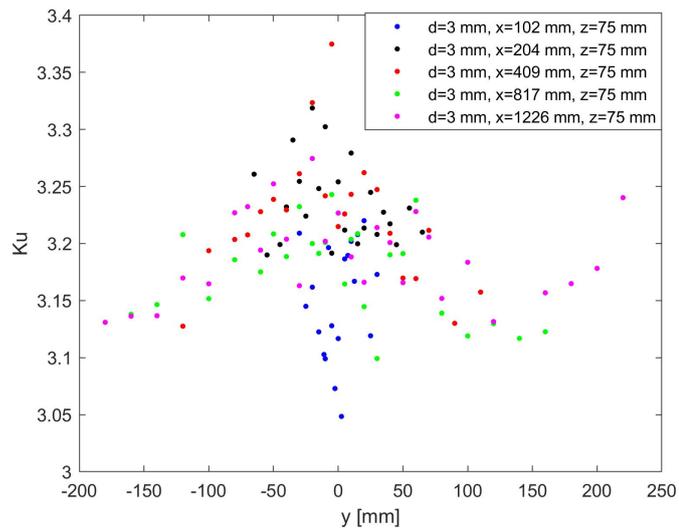


(b)

Figura 3.16: Media (a) e deviazione standard (b) della componente w al variare di y ($d = 3$ mm)



(a)



(b)

Figura 3.17: Skewness (a) e curtosi (b) della concentrazione al variare di y ($d = 3$ mm)

I grafici dei vari momenti lungo x non rivelano di nuovo andamenti particolari.

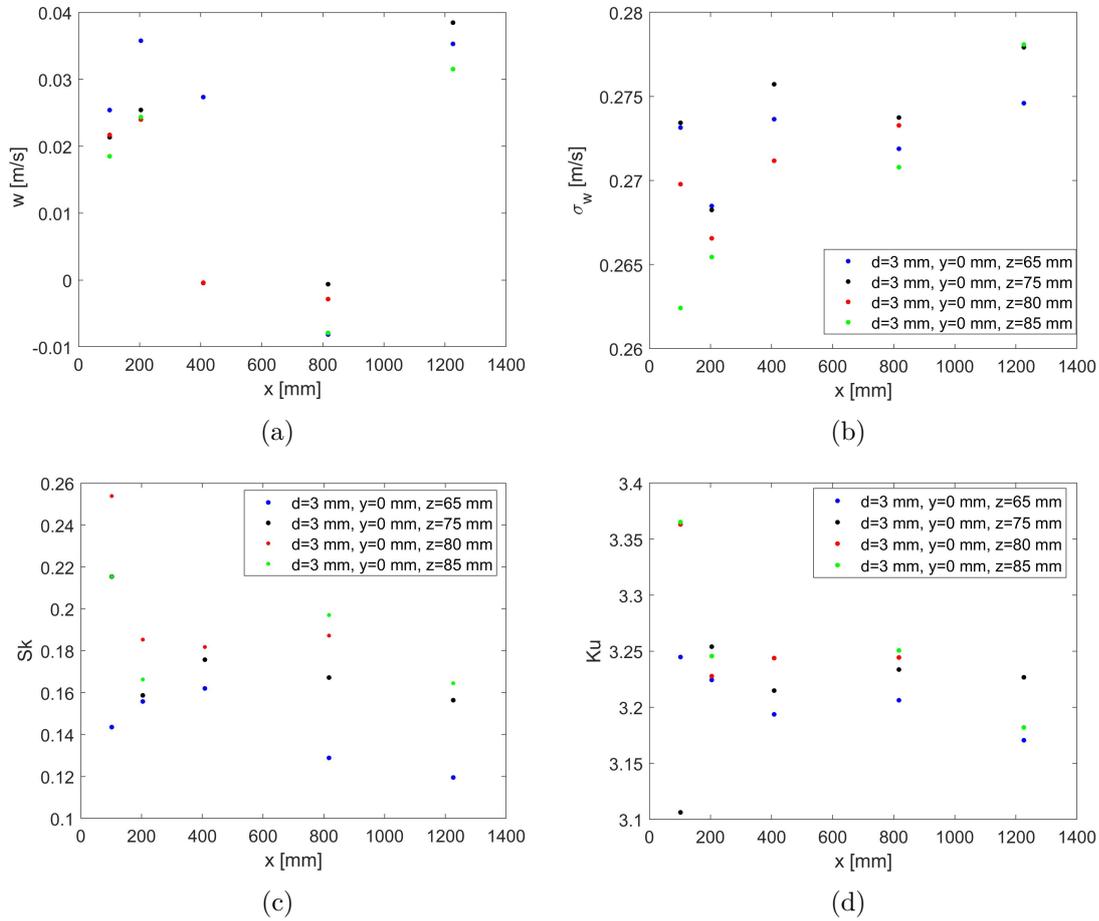


Figura 3.18: Media (a), deviazione standard (b), skewness (c) e curtosi (d) della componente w al variare di x ($d = 3$ mm)

3.1.3 Concentrazione di etano

Confrontando la concentrazione media di etano a diverse stazioni, si nota come il picco di concentrazione massimo ad ogni stazione tenda a diminuire man mano che ci si allontana dalla sorgente e nel frattempo si abbia un allargamento della zona in cui viene rilevato l'agente inquinante. Man mano che ci si allontana dalla sorgente inoltre la posizione in cui si misura la concentrazione massima si avvicina al terreno.

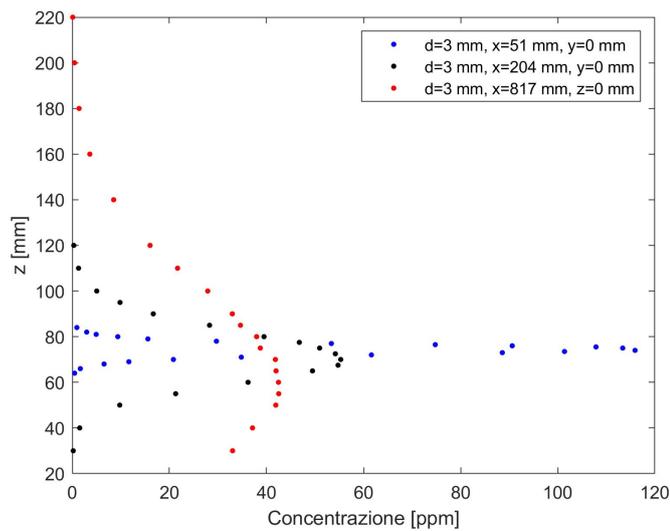


Figura 3.19: Media della concentrazione di velocità al variare di z ($d = 3 \text{ mm}$)

La deviazione standard è invece molto meno variabile rispetto alla media cambiando stazione di misurazione, probabilmente perché maggiormente legata al moto turbolento dello strato limite. Questo, unito alla diminuzione della concentrazione media, porta ad avere un'intensità di fluttuazione della concentrazione che aumenta man mano che ci si allontana dalla sorgente e quindi una minore stabilità del getto di inquinante.

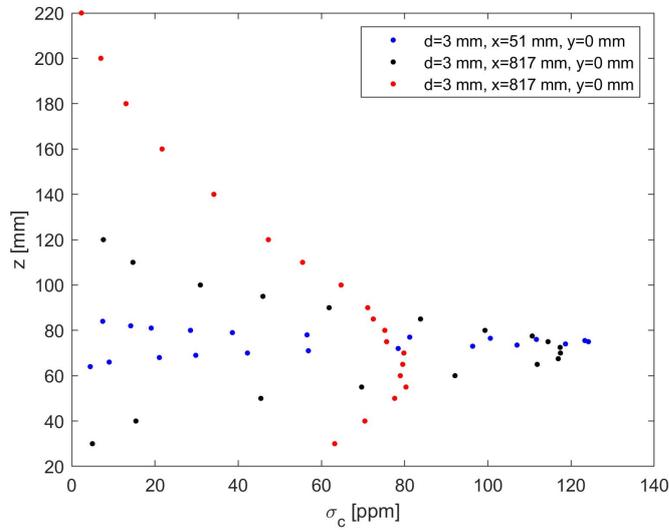


Figura 3.20: Deviazione standard della concentrazione di velocità al variare di z ($d = 3$ mm)

Osservando gli andamenti di skewness e kurtosis, si nota come allontanandosi dal punto di concentrazione massima queste 2 grandezze salgono molto. Si hanno distribuzioni molto spostate verso valori più bassi del valore medio. Allo stesso tempo la distribuzione dei valori è poco allungata e molto compatta (kurtosis elevata). Inoltre curtosi e skewness sono ben approssimate dalle equazioni (1.5) e (1.6) con i coefficienti $a_1 = 1.925$, $a_2 = 0.9638$ (con un valore di $R^2 = 0.9998$), $b_1 = 1.5$, $b_2 = 1.965$ e $b_3 = 3.692$ con $R^2 = 1$ (i valori previsti per la distribuzione (1.7) sono $a_1 = 2$, $a_2 = 1$, $b_1 = 1.5$, $b_2 = 2$ e $b_3 = 3$).

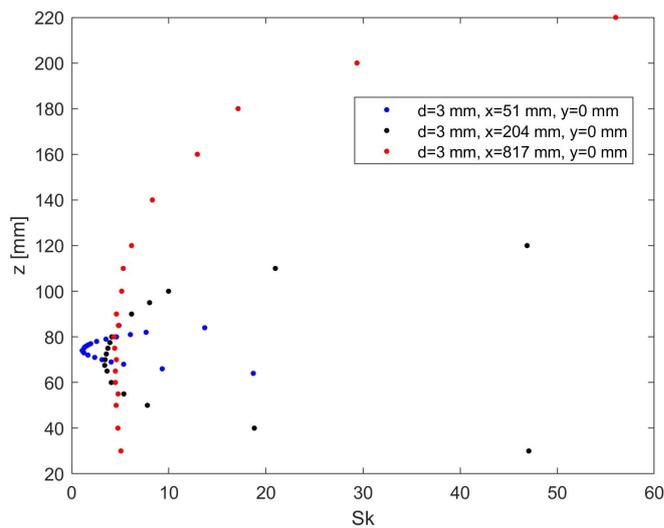


Figura 3.21: Skewness della concentrazione di velocità al variare di z ($d = 3$ mm)

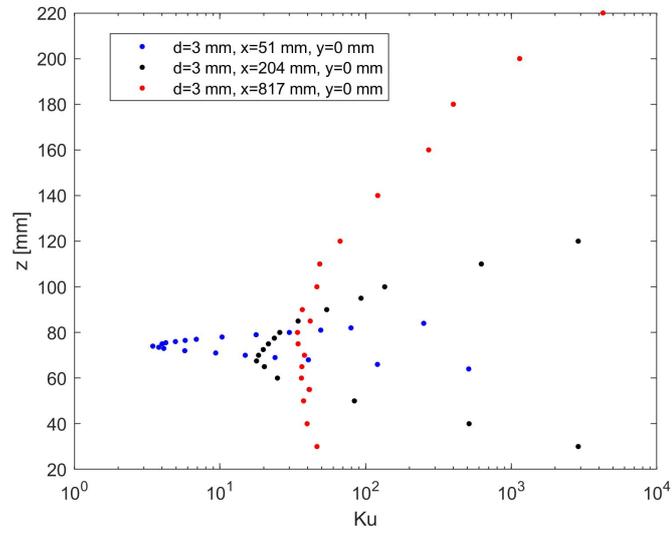


Figura 3.22: Curtosi della concentrazione di velocità al variare di z ($d = 3 \text{ mm}$)

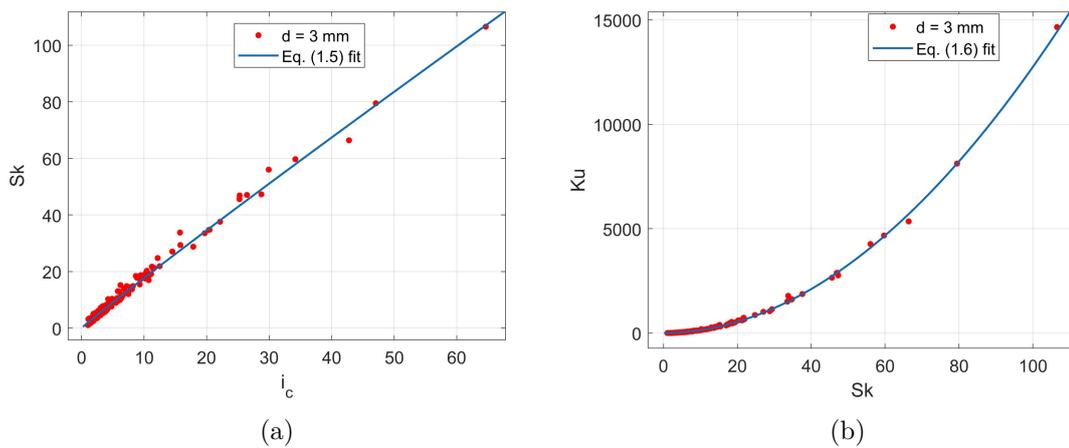
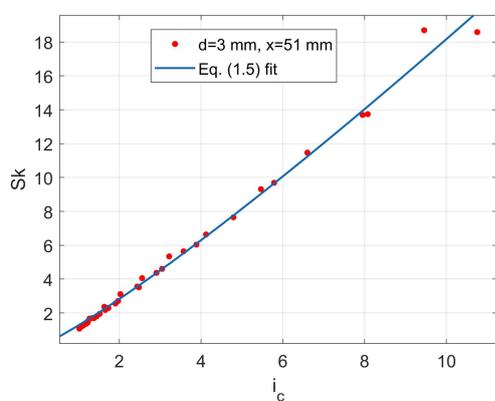


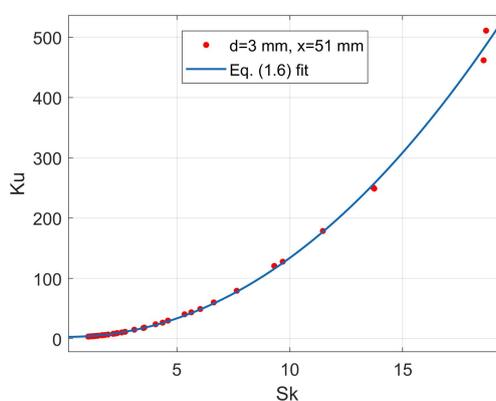
Figura 3.23: Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per $d = 3 \text{ mm}$ con le eq. (1.5) e (1.6)

Si è inoltre effettuato il fitting dei per 3 stazioni longitudinali: in prossimità della sorgente, a distanza intermedia e a distanza elevata. I coefficienti ottenuti per le equazioni (1.5) e (1.6) presentano una variazione in funzione di x : a_1 e b_1 e il termine noto b_3 tendono aumentando allontanandosi dalla sorgente, al contrario dei 2 esponenti a_2 e b_2 che diminuiscono, come si può vedere dalla tabella sottostante. Inoltre l'errore commesso durante la regressione sembra diminuire allontanandosi dalla sorgente.

	a_1	a_2	R^2 Eq. (1.5)	b_1	b_2	b_3	R^2 Eq. (1.6)
$x=51$ mm	1.268	1,156	0.9938	1.064	2.090	2.949	0.9979
$x=204$ mm	1.891	0.9678	0.9945	1.475	1.964	7.806	0.9990
$x=817$ mm	2.406	0.9211	0.9962	1.511	1.973	10.74	0.9995



(a)



(b)

Figura 3.24: Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per $d = 3$ mm con le eq. (1.5) e (1.6) a $x = 51$ mm

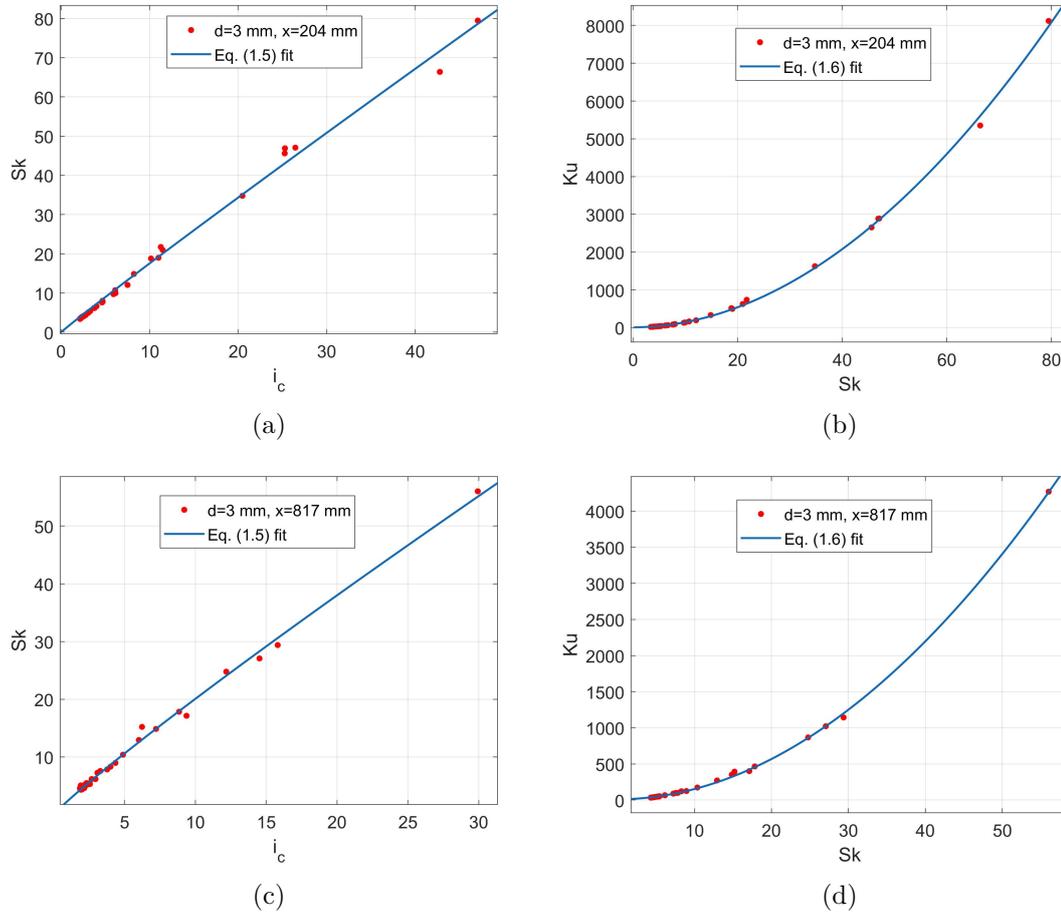


Figura 3.25: Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per $d = 3 \text{ mm}$ con le eq. (1.5) e (1.6) a $x = 204 \text{ mm}$ (a-b) e $x = 817 \text{ mm}$ (c-d)

L'aumento di curtosi e skewness nelle zone esterne del getto è meno importante allontanandosi dalla sorgente lungo x , mentre la concentrazione nella zona in asse alla sorgente tende ad essere meno stabile (come è possibile vedere dalle distribuzioni di probabilità nella prossima pagina), per via della maggiore dispersione dell'etano.

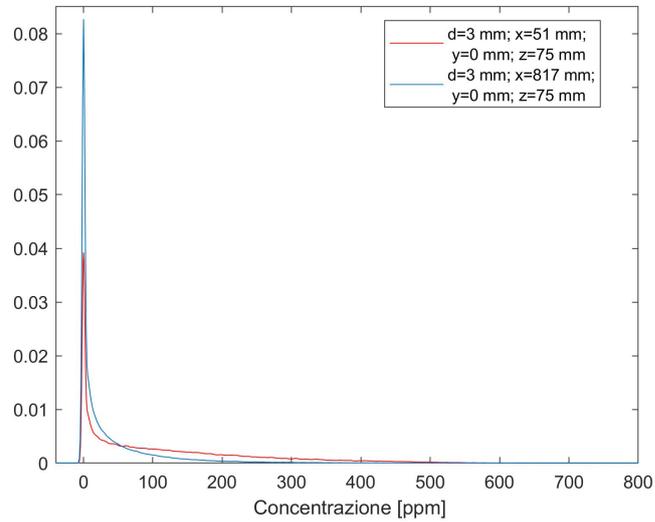


Figura 3.26: Funzioni di distribuzione di probabilità stimate della concentrazione a $x = 51$ mm e $x = 817$ mm ($d = 3$ mm)

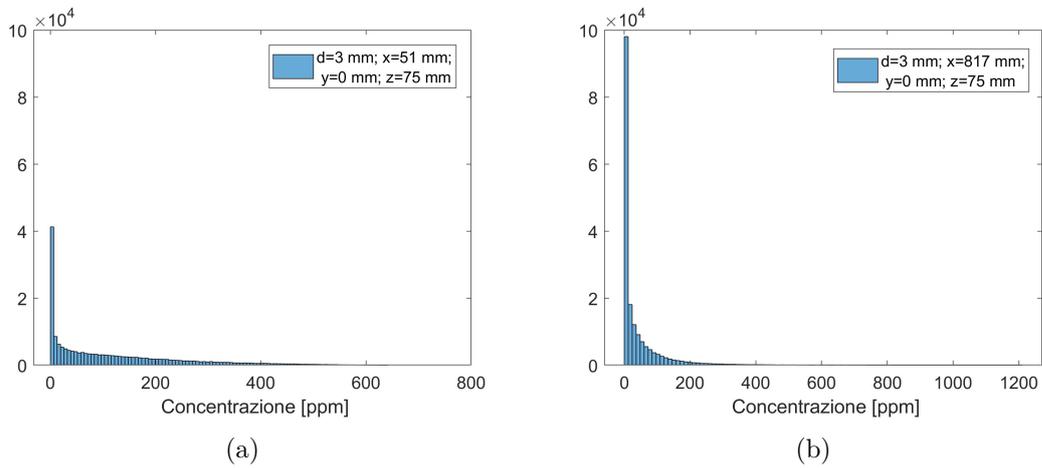


Figura 3.27: Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione histogram della concentrazione ($d = 3$ mm)

L'aumento dell'instabilità della pennacchio di inquinante è evidente calcolando il fattore di intermittenza delle serie temporali in asse con la sorgente. Il fattore d'intermittenza è definito come la frazione di tempo in cui la concentrazione in un dato punto è diversa da 0. Come si può vedere dal grafico sottostante, il fattore d'intermittenza diminuisce molto allontanandosi dalla sorgente per poi aumentare di nuovo nelle stazioni più lontane dalla sorgente. Questo aumento è dovuto alla grande zona in cui l'inquinante è presente nelle ultime stazioni e quindi alla difficoltà del trasporto di aria non inquinata nella zona centrale della scia da parte dei moti turbolenti dello strato limite.

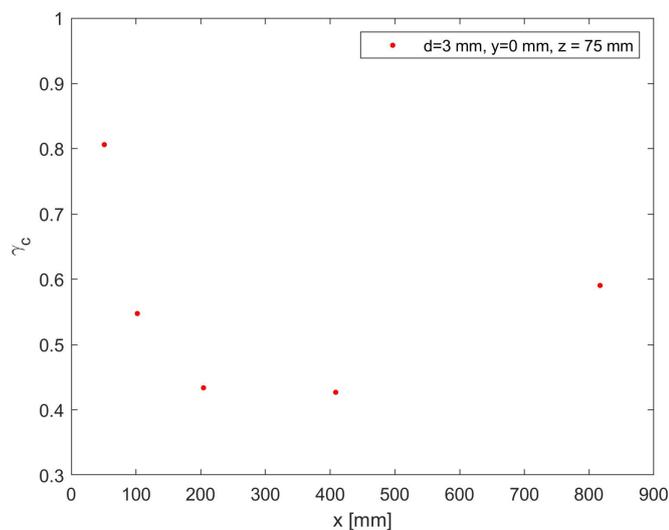
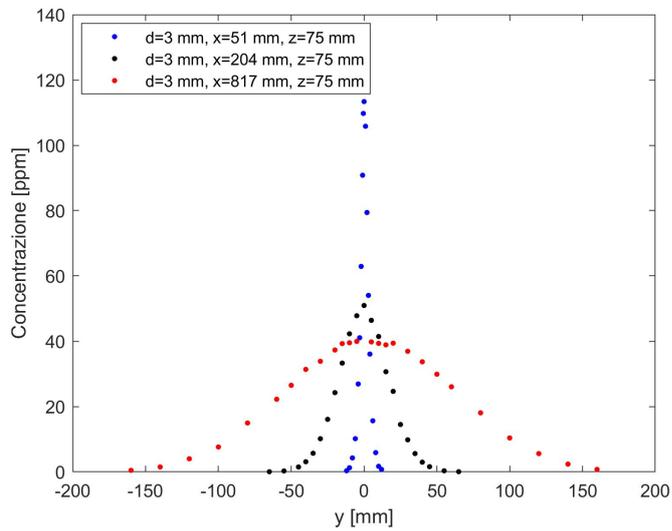
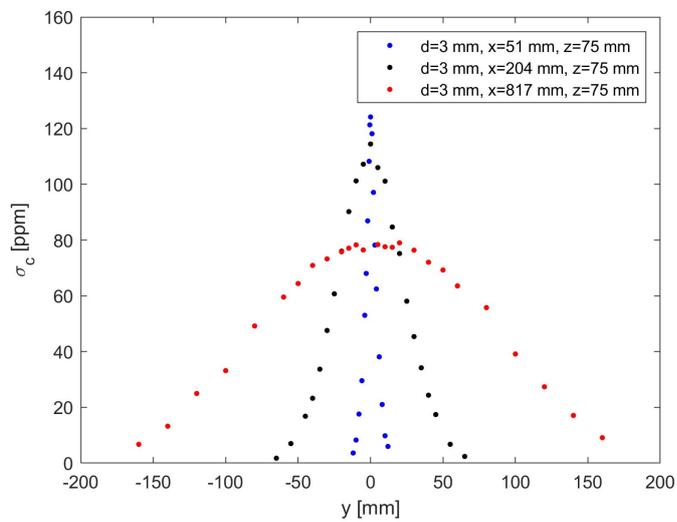


Figura 3.28: Andamento del fattore d'intermittenza in asse con la sorgente ($d = 3 \text{ mm}$)

Un comportamento simile a quello lungo z si ha anche variando la posizione trasversale della sonda mantenendo quella verticale costante, con una diminuzione della concentrazione media allontanandosi dalla sorgente. La deviazione standard nel picco rimane pressoché costante alle varie stazioni longitudinali. Di nuovo skewness e curtosi crescono molto man mano che ci si allontana dal picco di concentrazione media in asse con la sorgente.

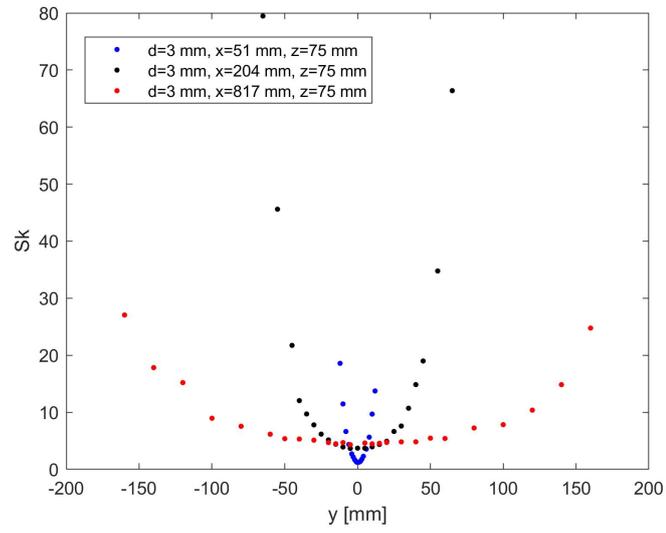


(a)

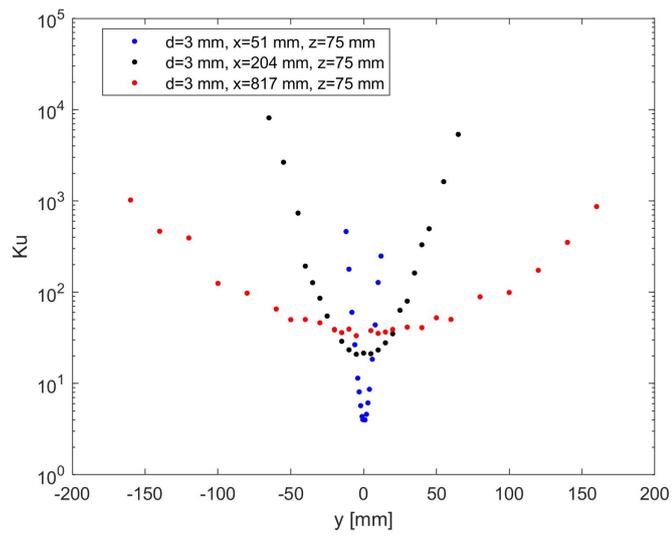


(b)

Figura 3.29: Media (a) e deviazione standard (b) della concentrazione al variare di y ($d = 3$ mm)



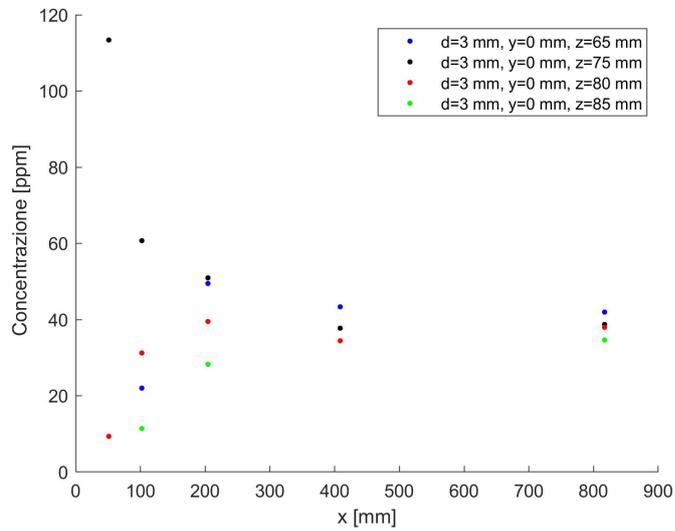
(a)



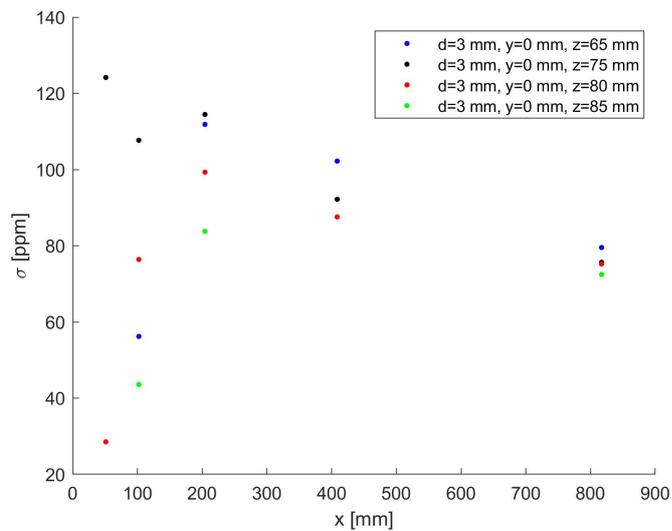
(b)

Figura 3.30: Skewness (a) e curtosi (b) della concentrazione al variare di y ($d = 3 \text{ mm}$)

Osservando gli andamenti dei momenti lungo l'asse x , si osserva come questi tendano ad uniformarsi nelle varie stazioni lungo z mentre ci si allontana dalla sorgente.

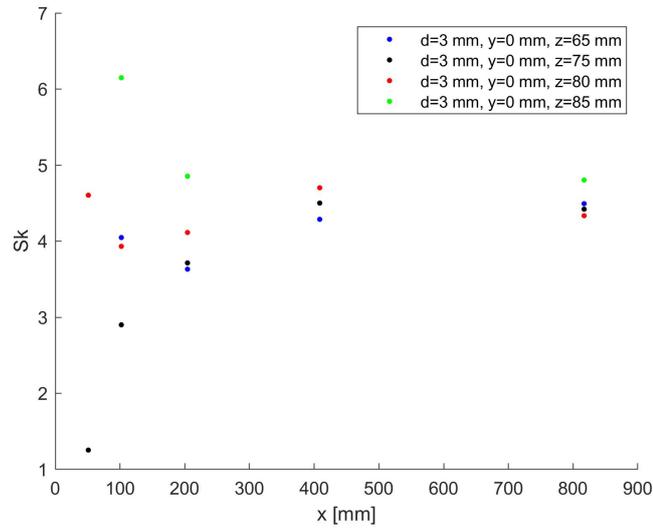


(a)

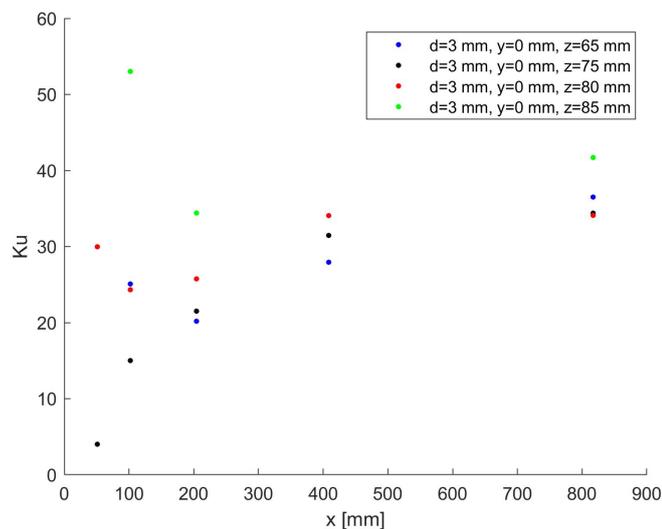


(b)

Figura 3.31: Media (a) e deviazione standard (b) della concentrazione al variare di x ($d = 3$ mm)



(a)



(b)

Figura 3.32: Skewness (a) e curtosi (b) della concentrazione al variare di x ($d = 3 \text{ mm}$)

3.1.4 Indici di correlazione di Pearson

Per evidenziare la correlazione tra le grandezze in esame a punto fisso sono stati calcolati gli indici di correlazione di Pearson, sfasando progressivamente la serie temporale della seconda grandezza rispetto alla serie della prima. In questo modo si punta a evidenziare eventuali effetti ritardati della variazione di una grandezza rispetto ad un'altra. Non si sono notate particolari correlazioni tra le varie grandezze al di fuori di quella evidente nel caso delle serie temporali non sfasate, come si può vedere dai grafici sottostanti.

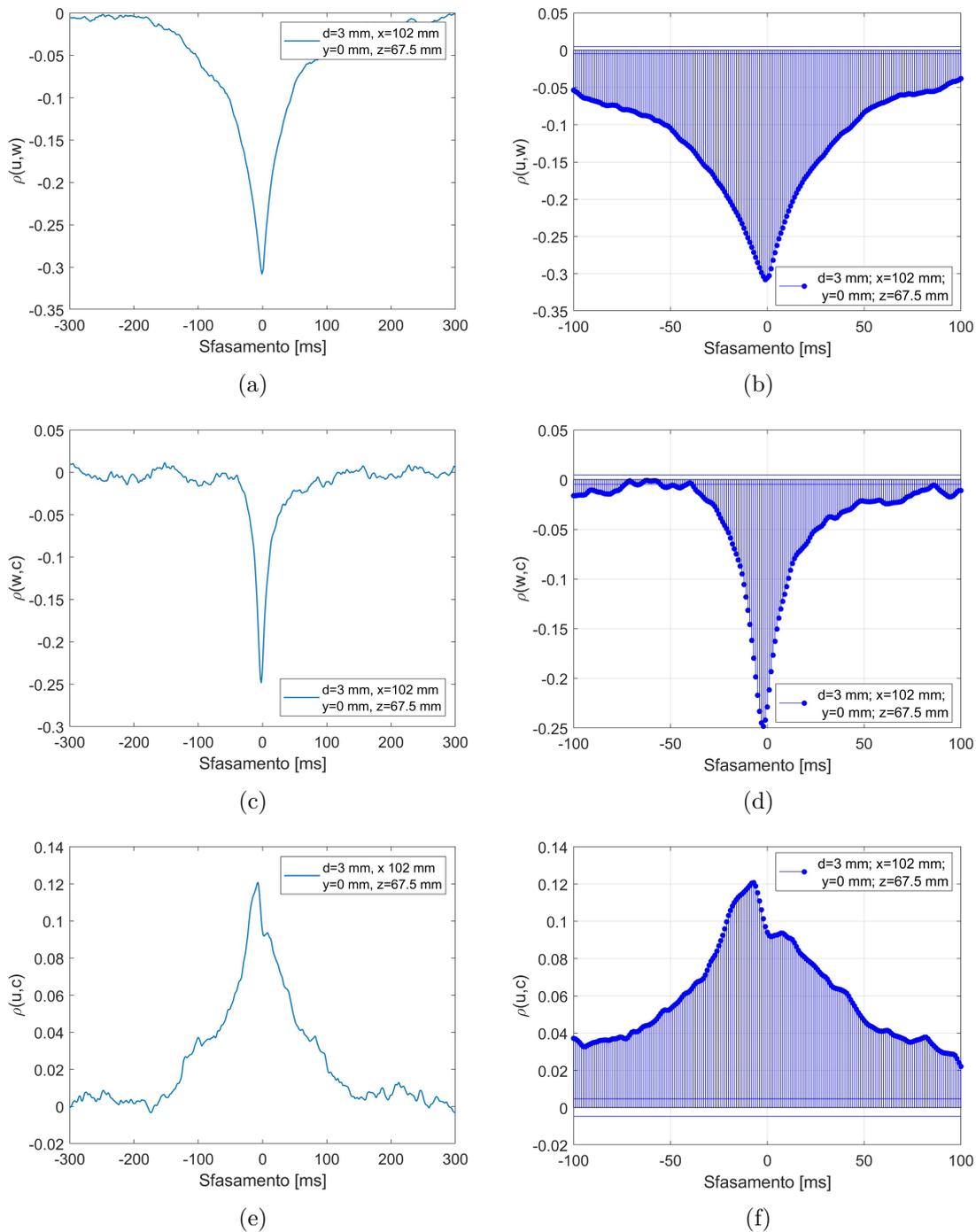


Figura 3.33: Indici di correlazione $\rho(u,w)$ (a-b), $\rho(w,c)$ (c-d) e $\rho(u,c)$ (e-f), al variare dello sfasamento tra le serie temporali, calcolate con le funzioni coeffcorr e crosscorr ($d=3$ mm)

Per questa posizione del rilevatore (la stazione più vicina alla sorgente) e senza sfasamento, si evidenzia una correlazione negativa della concentrazione con la componente w e una correlazione maggiore di 0 con la componente u (in valore assoluto minore rispetto a quella di tra w e la concentrazione). A loro volta, le 2 componenti di velocità sono negativamente correlate tra loro. L'indice di correlazione tra w e c cala molto più rapidamente sfasando i segnali rispetto a quello tra le 2 componenti. La correlazione tra u e c è invece molto più contenuta rispetto ai 2 casi precedenti. Calcolando la correlazione tra le varie grandezza in assenza di sfasamento per diverse posizioni del sensore lungo z a una data stazione lungo x (in questo caso $x = 51 \text{ mm}$ a valle della sorgente), si ottengono i seguenti risultati.

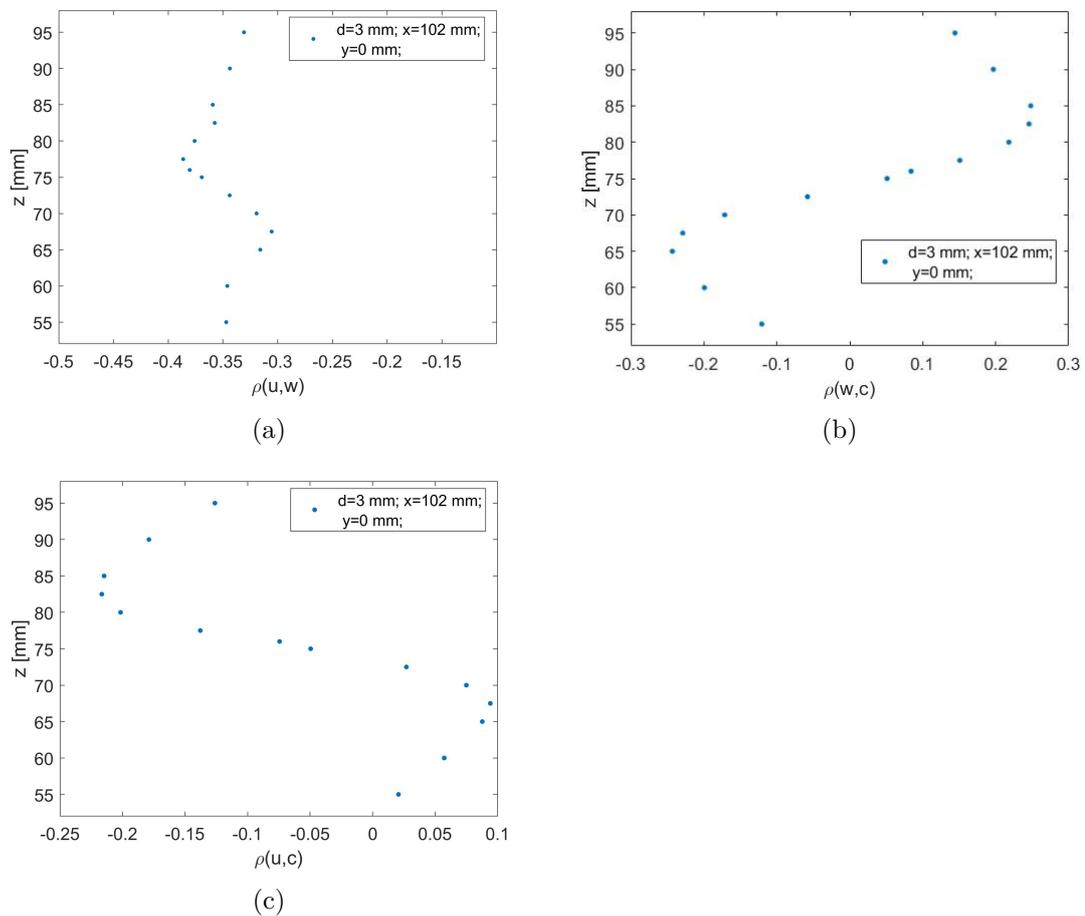


Figura 3.34: Indici di correlazione $\rho(u,w)$ (a), $\rho(w,c)$ (b) e $\rho(u,c)$ (c), al variare di z in assenza di sfasamento tra le serie temporali

Le 2 componenti di velocità rimangono sempre con un indice di correlazione negativo (all'altezza della sorgente si ha una variazione dell'indice di correlazione), indipendentemente dalla z a cui si trova il sensore. Avere valori alti di una componente quindi generalmente porta ad avere valori bassi dell'altra. Varia invece in maniera significativa la correlazione

tra la concentrazione e le 2 componenti di velocità al variare di z . In particolare, l'indice di correlazione tra la concentrazione e la componente w sembra essere legato al gradiente di concentrazione lungo z . Ad esempio, in $z = 75$ mm, in asse con la sorgente e quindi nella zona di concentrazione massima si ha un indice di correlazione molto basso e vicino a 0. In questa zona non si ha quasi variazione della concentrazione media lungo z . L'indice di correlazione raggiunge poi valori massimi in modulo dove la concentrazione media varia più rapidamente da un punto all'altro e torna ad essere basso dove la concentrazione media è molto bassa. Al di sotto della sorgente si ha un indice di correlazione negativo perché quando si ha una componente verticale di velocità negativa, questa causa un trasporto di etano dalle zone più ricche e quindi valori più alti di concentrazione nel punto in cui si effettua la misurazione. Allo stesso modo, valori positivi della componente w portano aria dalle zone sottostanti, meno ricche di etano e quindi si ha un abbassamento della concentrazione. Lo stesso ragionamento si può fare con z superiore a quello della sorgente. In questo caso però le zone a maggiore concentrazione di etano saranno quelle inferiori e quindi l'aumento di concentrazione si avrà per componenti positive di w . Si ha quindi un indice di correlazione positivo.

Sono stati poi calcolati i coefficienti di correlazione di Pearson tra le serie temporali di un'unica grandezza a diverse stazioni lungo x (il riferimento è la prima stazione a $x = 51$ mm). Tutti gli indici ottenuti sono sempre molto vicini a 0. Il risultato potrebbe cambiare se le serie temporali delle varie stazioni fossero acquisite in contemporanea.

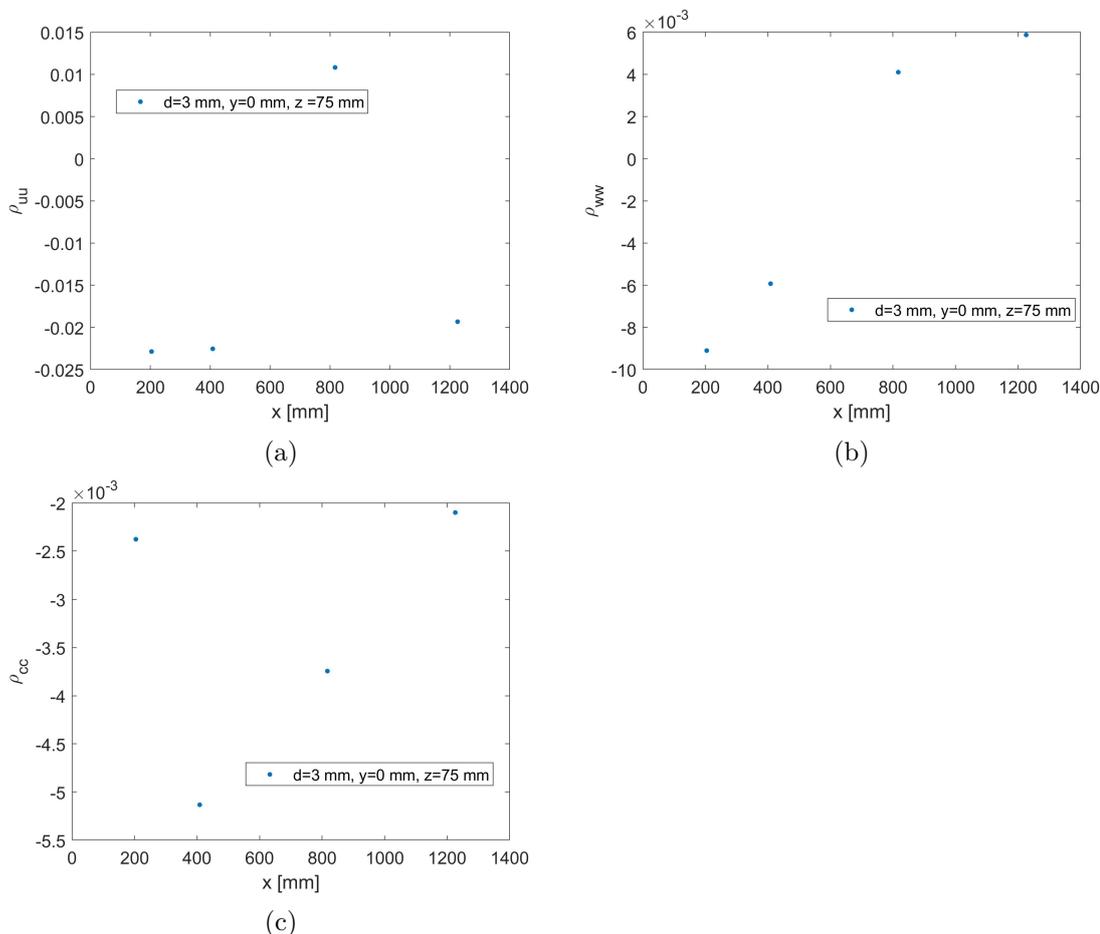


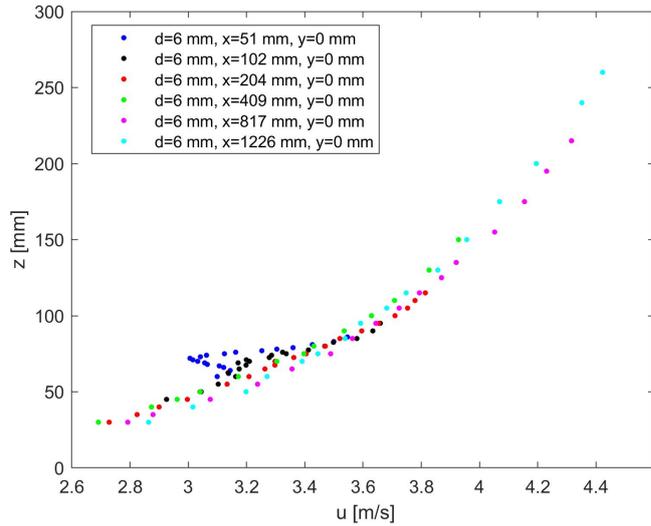
Figura 3.35: Funzioni di autocorrelazione lungo x di u (a), w (b) e della concentrazione (c)

3.2 Sorgente con $d = 6$ mm

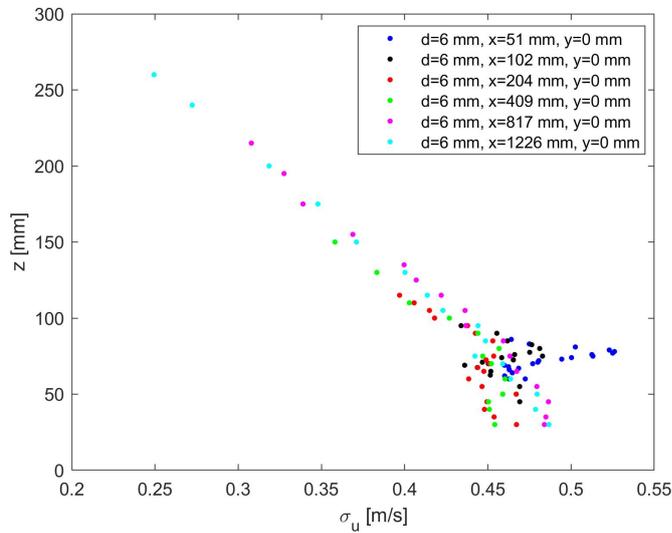
3.2.1 Componente u

I momenti della componente u lungo l'asse z presentano un andamento analogo al caso con $d = 3$ mm. Il campo di velocità non è infatti influenzato dall'emissione di maggiore quantità di etano. L'unica differenza evidente è quella intorno a $z = 75$ mm alla, in cui si nota il disturbo causato dalla sorgente, che avendo quadruplicato l'area rispetto al caso con $d = 3$ mm, ha un'influenza significativa sulle stazioni immediatamente a valle (principalmente

quelle a $x = 51$ mm e $x = 102$ mm). Il disturbo scompare poi nelle stazioni successive. Si ha un abbassamento della media e una più alta deviazione standard (che già tende ad aumentare avvicinandosi al suolo) che evidenzia una maggiore variabilità intorno al valore medio, dovuta agli effetti di scia creati dalla sorgente.



(a)



(b)

Figura 3.36: Media (a) e deviazione standard (b) della componente u al variare di z ($d = 6$ mm)

La skewness, come per il caso con $d = 3$ mm, aumenta avvicinandosi a parete e in particolare in corrispondenza del disturbo creato dalla sorgente. Questo indica un'asimmetria

della distribuzione di valori verso valori più bassi della media.

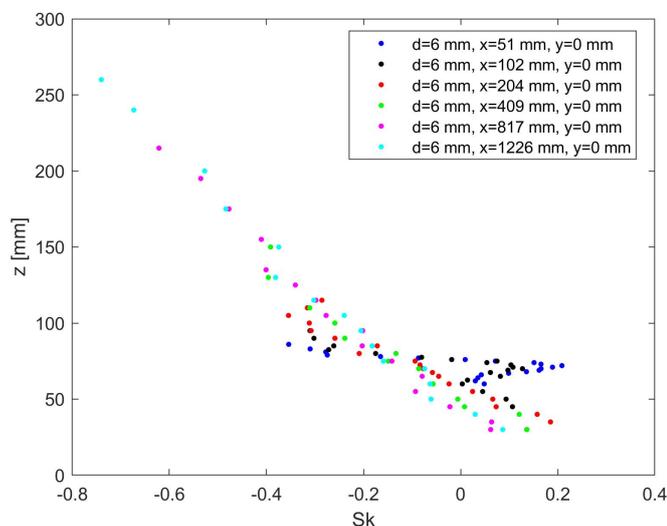


Figura 3.37: Skewness della componente u al variare di z ($d = 6$ mm)

La curtosi invece diminuisce avvicinandosi al suolo, fenomeno accentuato dalla presenza della scia della sorgente. In corrispondenza della scia si ha quindi una distribuzione di valori più allungata rispetto alle zone lontane dal suolo.

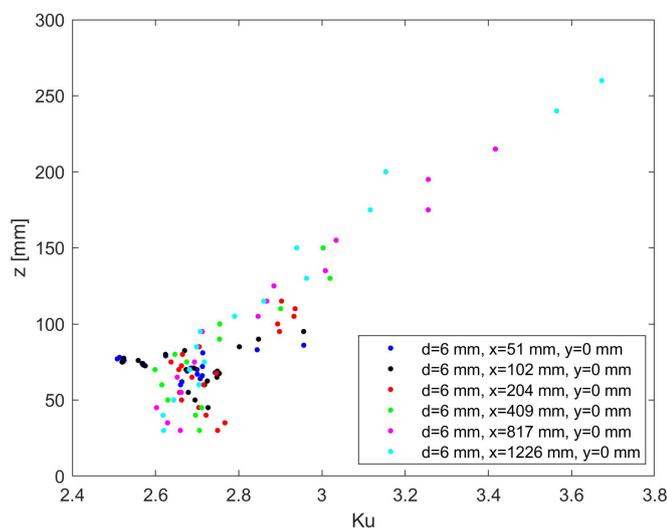
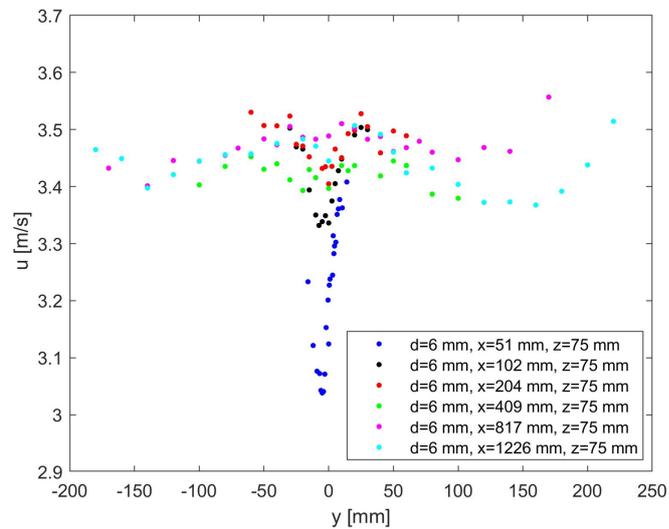


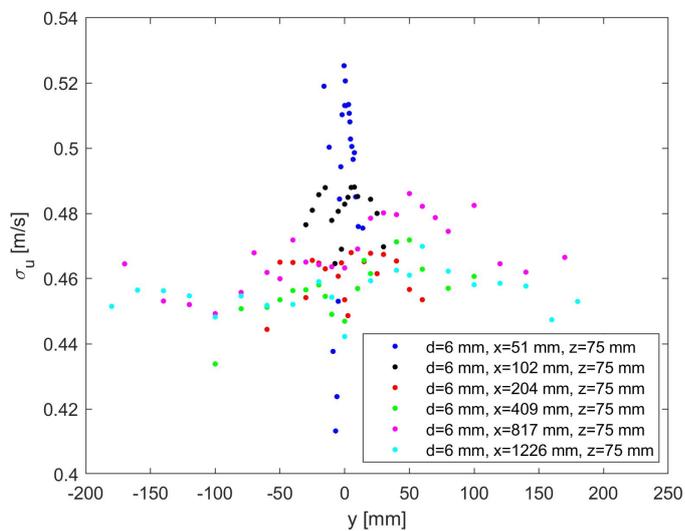
Figura 3.38: Curtosi della componente u al variare di z ($d = 6$ mm)

Per i momenti lungo y si ottiene una sostanziale uniformità dei valori calcolati, tranne nella parte centrale in cui appare di nuovo il disturbo creato dalla sorgente (le serie temporali lungo y vengono tutte acquisite a $z = 75$ mm, alla stessa altezza della sorgente). Come

per il caso verticale, per le stazioni più vicine alla sorgente, nella scia di quest'ultima si ha un abbassamento del valore medio di u , un aumento della variabilità, un'asimmetria della distribuzione verso valori più bassi del valore medio (mentre per posizioni del rilevatore non in scia si ha un'asimmetria verso valori più alti) e valori meno concentrati intorno alla media.

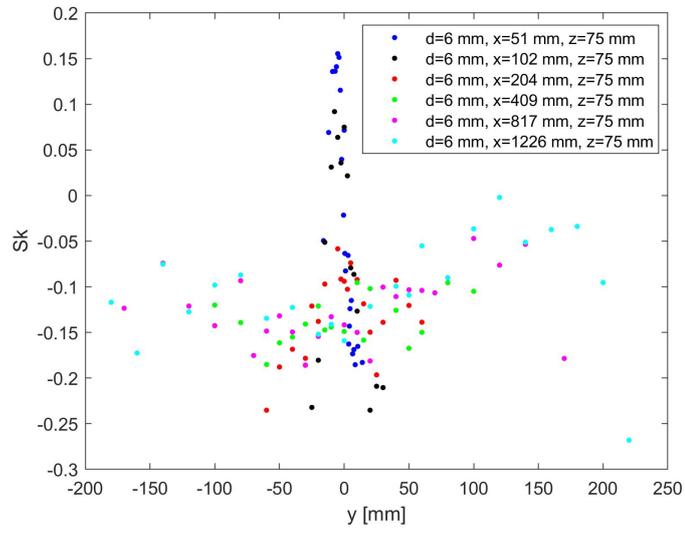


(a)

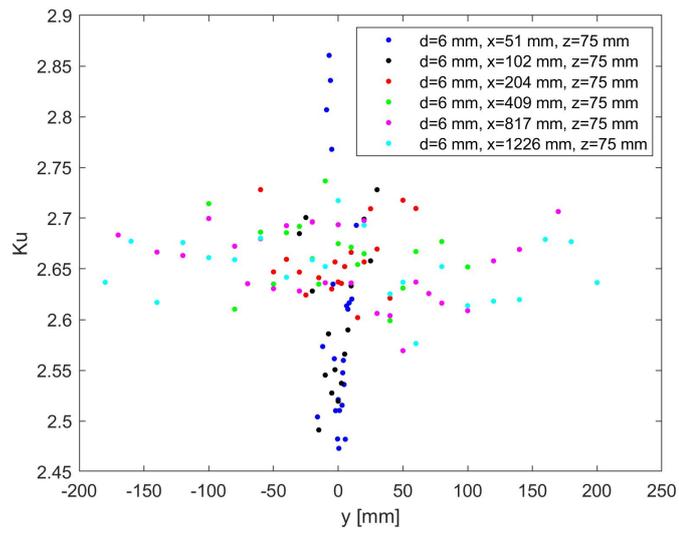


(b)

Figura 3.39: Media (a) e deviazione standard (b) della componente u al variare di y ($d = 6$ mm)



(a)



(b)

Figura 3.40: Skewness (a) e curtosi (b) della componente u al variare di y ($d = 6$ mm)

Calcolando le distribuzioni di probabilità stimate per posizioni fuori e dentro alla scia si ottengono le curve con le caratteristiche appena evidenziate dallo studio dei momenti.

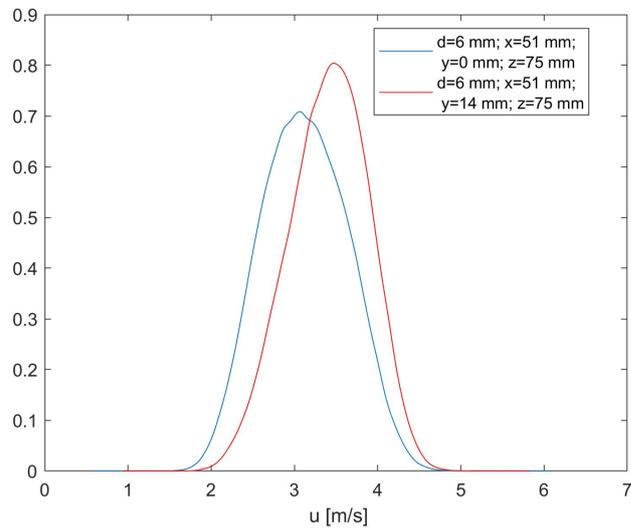


Figura 3.41: Funzioni di distribuzione di probabilità stimate con la funzione ksdensity della concentrazione a $y = 0$ mm e $y = 14$ mm, rispettivamente all'interno e esterno della scia della sorgente ($d = 3$ mm, $x = 51$ mm)

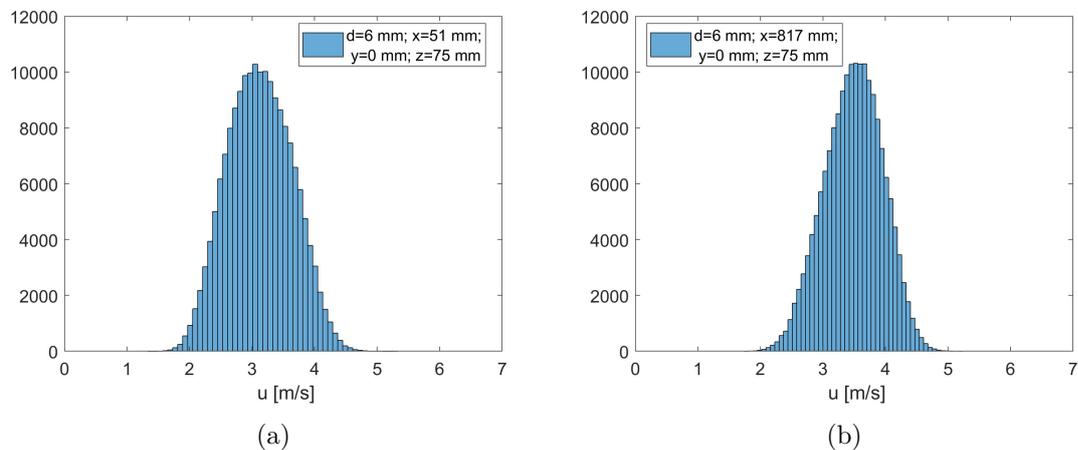
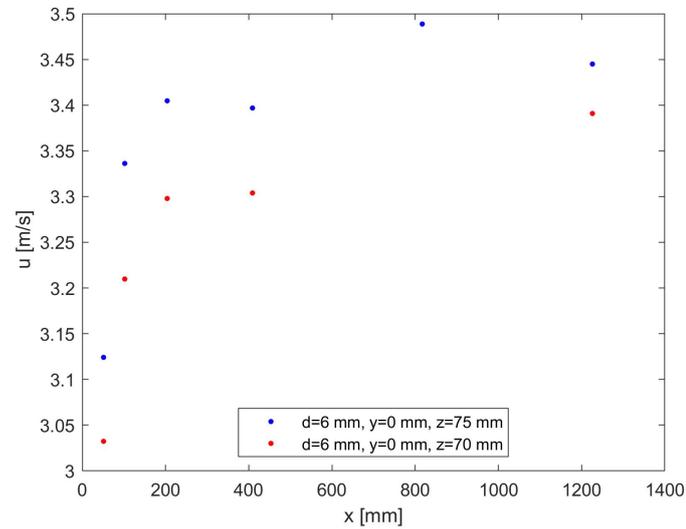
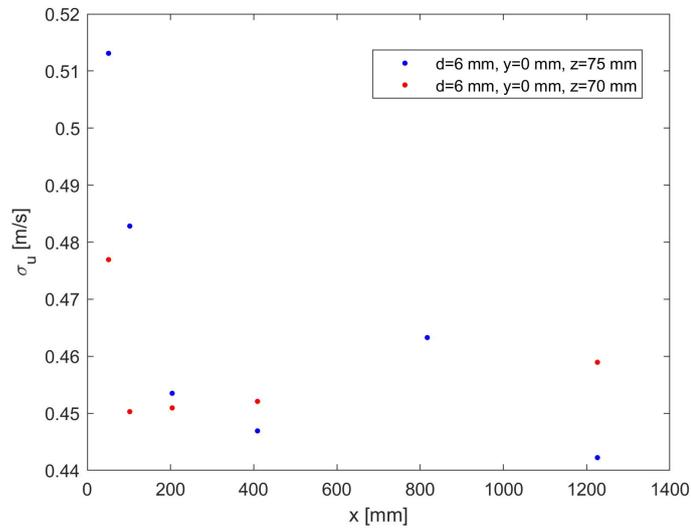


Figura 3.42: Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione histogram della componente u ($d = 6$ mm)

I grafici dei momenti lungo l'asse x evidenziano come svaniscano gli effetti della sorgente allontanandosi da essa. I 2 andamenti riportati sono entrambi nell'intervallo di z in cui il campo di velocità viene disturbato.

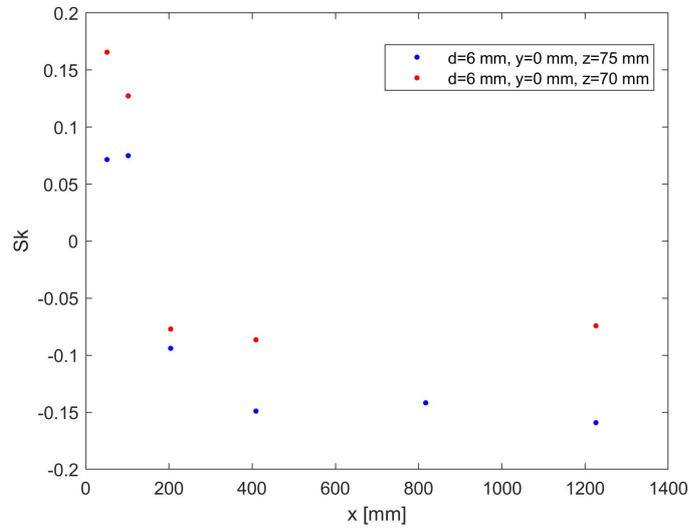


(a)

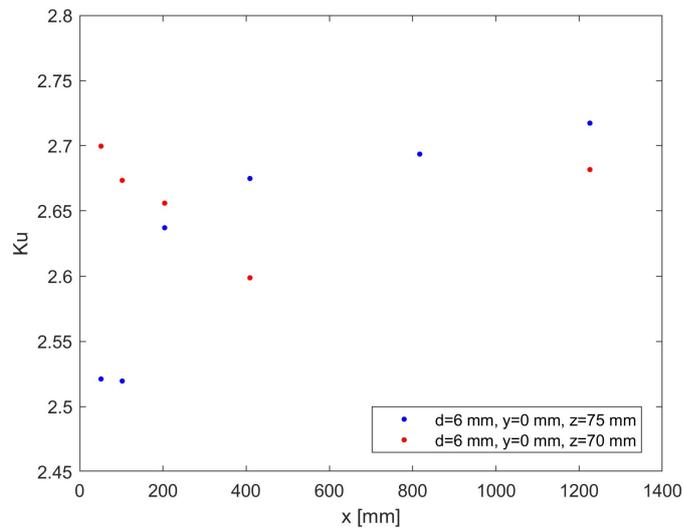


(b)

Figura 3.43: Media (a) e deviazione standard (b) della componente u al variare di x ($d = 6$ mm)



(a)

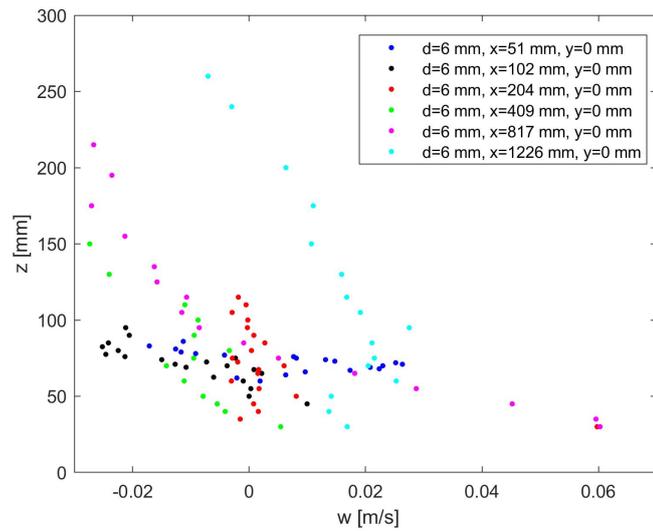


(b)

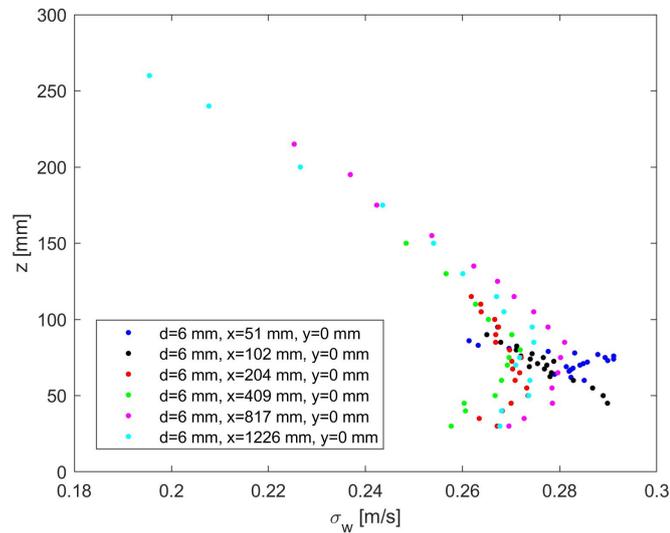
Figura 3.44: Skewness (a) e curtosi (b) della componente u al variare di x ($d = 6$ mm)

3.2.2 Componente w

Anche i momenti calcolati per le serie temporali della componente w mostrano un andamento simile al caso con $d = 3$ mm. La media rimane sempre molto bassa in valore assoluto ma è negativa lontana dal suolo per poi diventare positiva in prossimità di esso. Lungo l'asse z si nota l'influenza della sorgente come accadeva per la componente u, anche se in maniera meno evidente. Allo stesso tempo la deviazione standard aumenta avvicinandosi al suolo.



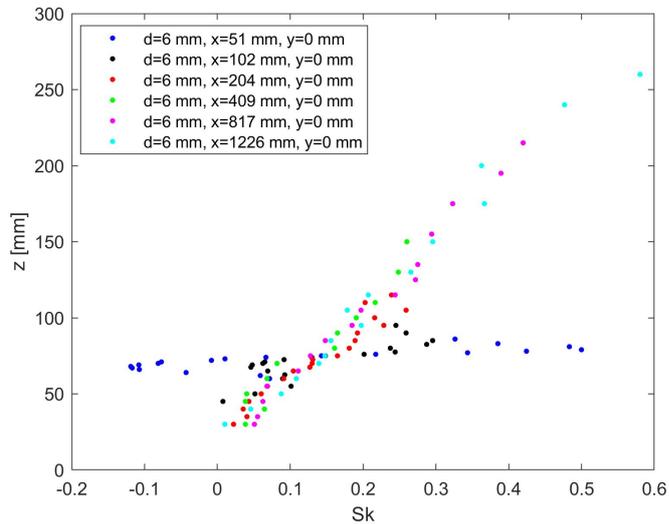
(a)



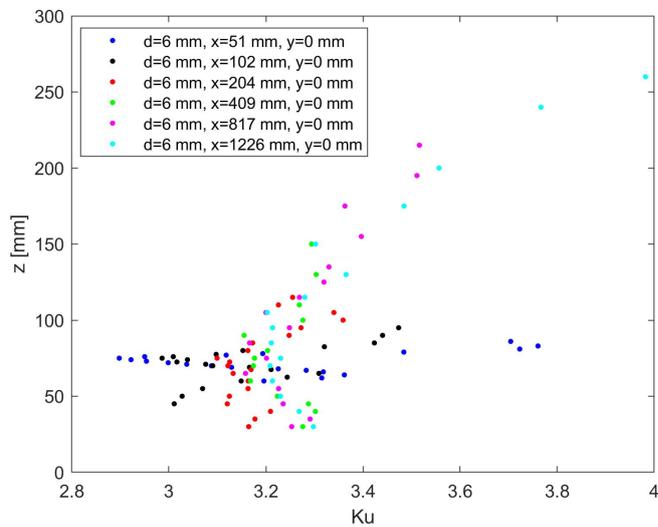
(b)

Figura 3.45: Media (a) e deviazione standard (b) della componente w al variare di z ($d = 6$ mm)

Sia skewness che curtosi aumentano allontanandosi dal suolo, come per il caso con $d = 3$ mm. Quindi la distribuzione di valori diventa progressivamente più compatta e con un'asimmetria verso valori più bassi di quello medio. Queste grandezze variano molto nella zona immediatamente a valle della sorgente.



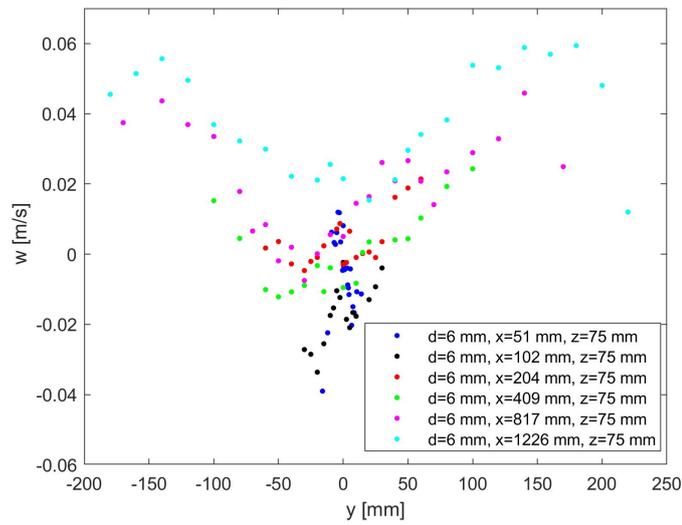
(a)



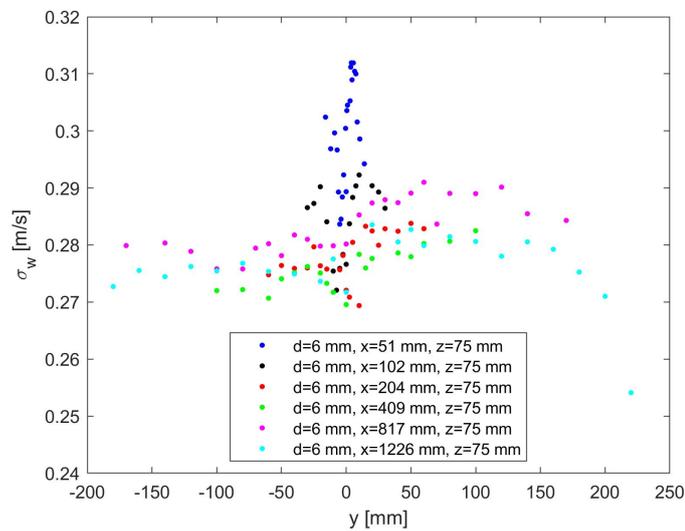
(b)

Figura 3.46: Skewness (a) e curtosi (b) della componente w al variare di z ($d = 6$ mm)

Variando la posizione del sensore lungo l'asse y , si ha una diminuzione del valore medio di w nella zona centrale del flusso, in particolare per le prime 2 stazioni ($x = 51 \text{ mm}$ e $x = 102 \text{ mm}$). In queste stazioni si ha anche un aumento della variabilità dei valori (deviazione standard più alta). Come per il disturbo della componente u della velocità, questi andamenti sono imputabili alla presenza della sorgente.



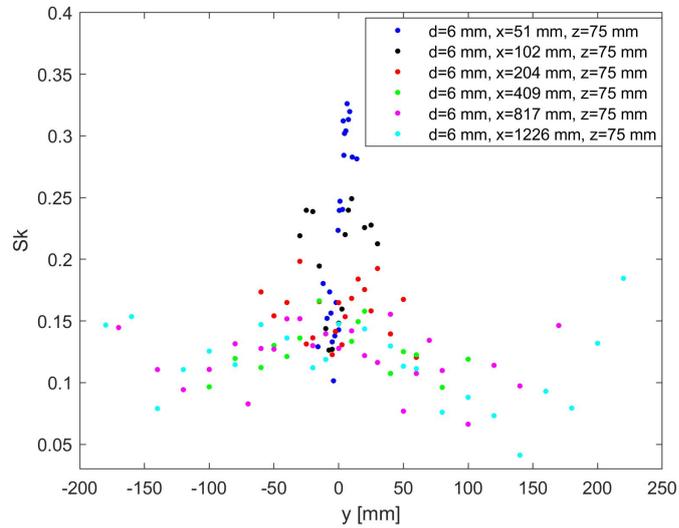
(a)



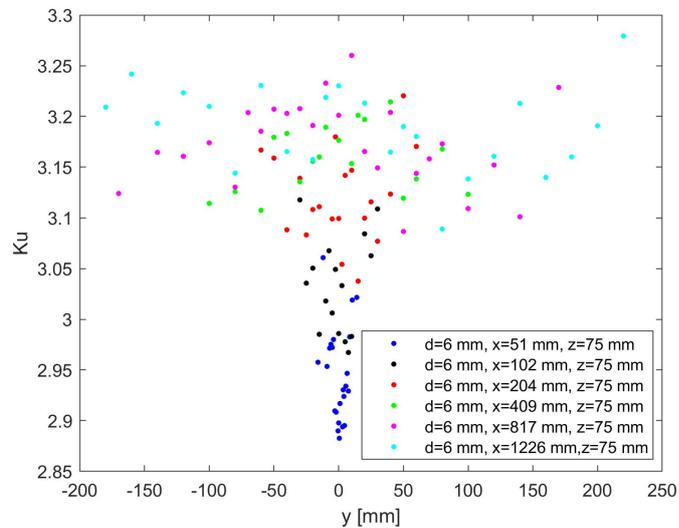
(b)

Figura 3.47: Media (a) e deviazione standard (b) della componente w al variare di y ($d = 6 \text{ mm}$)

Skewness e curtosi sono quasi uniformi lungo l'asse y nelle stazioni più a valle. Nelle 2 più vicine alla sorgente si ha invece una skewness più alta e una curtosi che invece diminuisce.



(a)



(b)

Figura 3.48: Skewness (a) e curtosi (b) della componente w al variare di y ($d = 6$ mm)

Lungo l'asse x si può vedere come gli effetti della sorgente tendano a scomparire allontanandosi, come accadeva per la componente u .

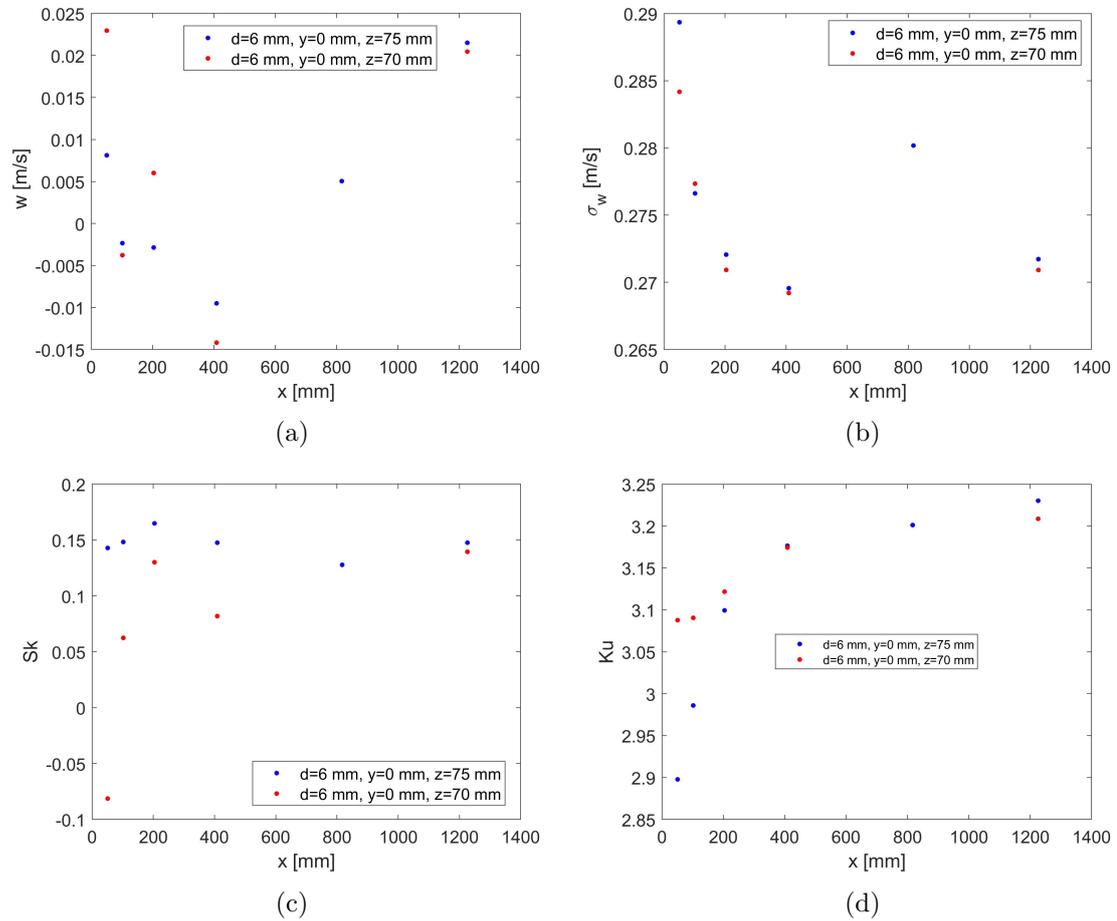


Figura 3.49: Media (a), deviazione standard (b), skewness (c) e curtosi (d) della componente w al variare di y ($d = 6$ mm)

3.2.3 Concentrazione di etano

Rispetto al caso con $d = 3$ mm, le concentrazioni medie in tutti i punti in cui sono state effettuate le misurazioni sono maggiori, per via della maggior quantità di etano emesso. Allontanandosi dalla sorgente, la zona in si rileva etano si allarga e il picco massimo diminuisce. Diminuiscono inoltre le differenze tra i profili di concentrazione media e di deviazione standard delle 2 differenti configurazioni. L'influenza della dimensione della sorgente è quindi considerevole solo nelle zone più vicine alla sorgente ed è ipotizzabile che a distanze maggiori, le 2 configurazioni del getto siano indistinguibili.

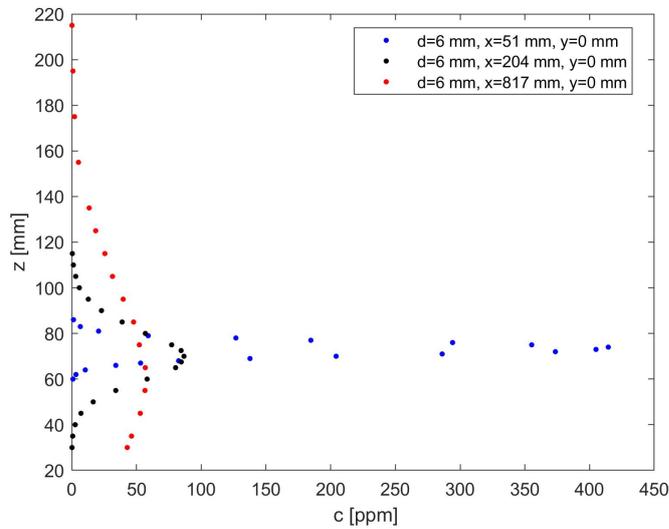


Figura 3.50: Media della concentrazione al variare di z ($d = 6$ mm)

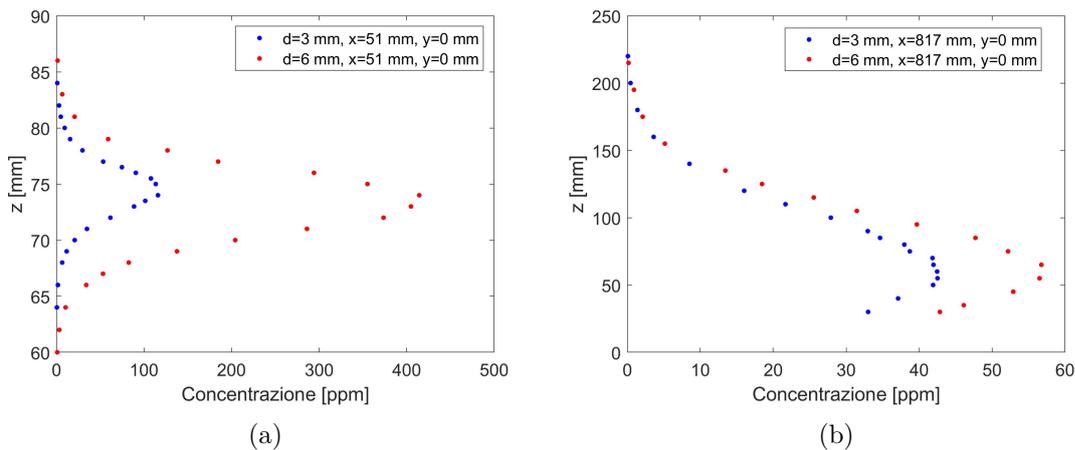


Figura 3.51: Confronto tra i profili di concentrazione media tra le 2 configurazioni

Come per il caso a $d = 3$ mm, la deviazione standard sembra mostrare differenze marcate tra una stazione longitudinale e l'altra rispetto alla concentrazione media, perché legata alla turbolenza dello strato limite. Allo stesso modo, le differenze tra le 2 configurazioni sono più contenute rispetto ai profili di concentrazione media.

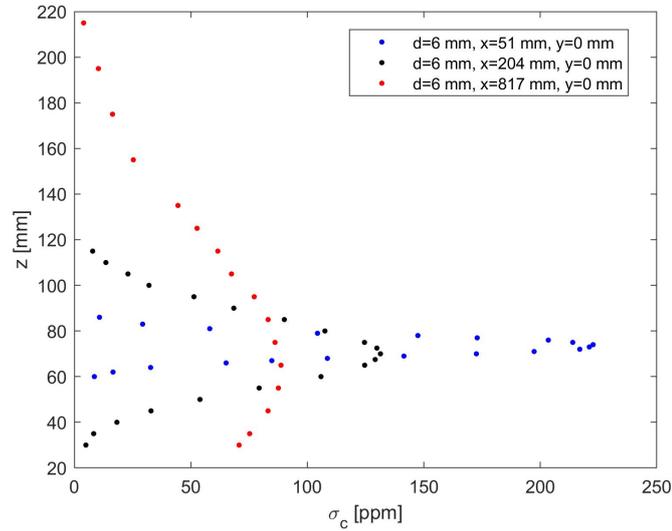


Figura 3.52: Deviazione standard della concentrazione al variare di z ($d = 6$ mm)

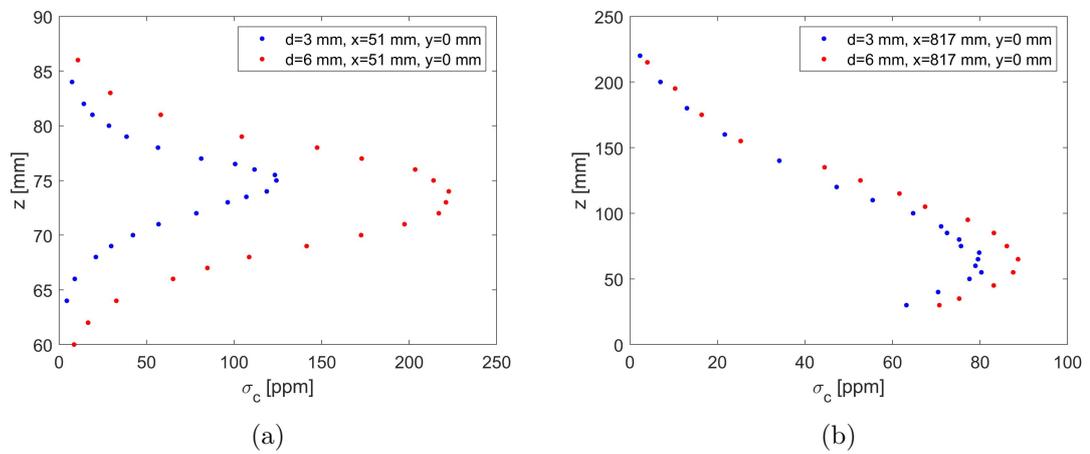


Figura 3.53: Confronto della deviazione standard tra le 2 configurazioni

Rispetto al caso a $d = 3$ mm, curtosi e skewness assumono valori più contenuti, specialmente nelle zone a più elevata concentrazione di etano. Si hanno quindi distribuzioni di valori meno asimmetriche e più allungate. In zone a concentrazione media ridotta tornano entambe ad essere elevate invece.

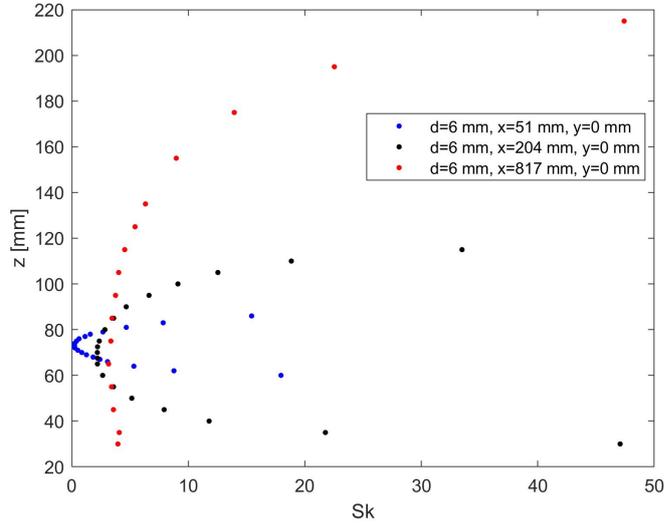


Figura 3.54: Skewness della concentrazione al variare di z ($d = 6$ mm)

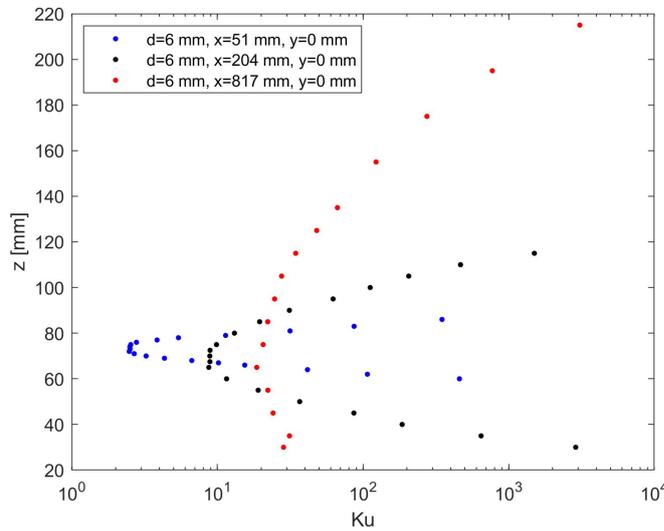


Figura 3.55: Curtosi della concentrazione al variare di z ($d = 6$ mm)

Eseguendo la stessa procedura di fit dei dati con le equazioni (1.5) e (1.6) usata per $d = 3$ mm, si sono trovati i seguenti coefficienti: $a_1 = 1.640$, $a_2 = 1.056$ (con $R^2 = 0.9819$), $b_1 = 1.485$, $b_2 = 1.979$ e $b_3 = 1.930$ ($R^2 = 0.9998$). Questi coefficienti sono meno vicini

ai valori teorici previsti per la distribuzione Gamma (1.7) ($a_1 = 2$, $a_2 = 1$, $b_1 = 1.5$, $b_2 = 2$ e $b_3 = 3$) rispetto alla configurazione a $d = 3$ mm. In particolare per la relazione tra skewness e curtosi, si è notato che l'utilizzo di una funzione lineare ($a_2 = 1$) per la regressione restituisce risultati simili in termini di errore commesso ($R^2 = 0.9819$, uguale al precedente) e un coefficiente angolare $a_1 = 1.978$ molto più vicino al valore previsto (e' presente però un termine noto $c = -0.667$ aggiuntivo).

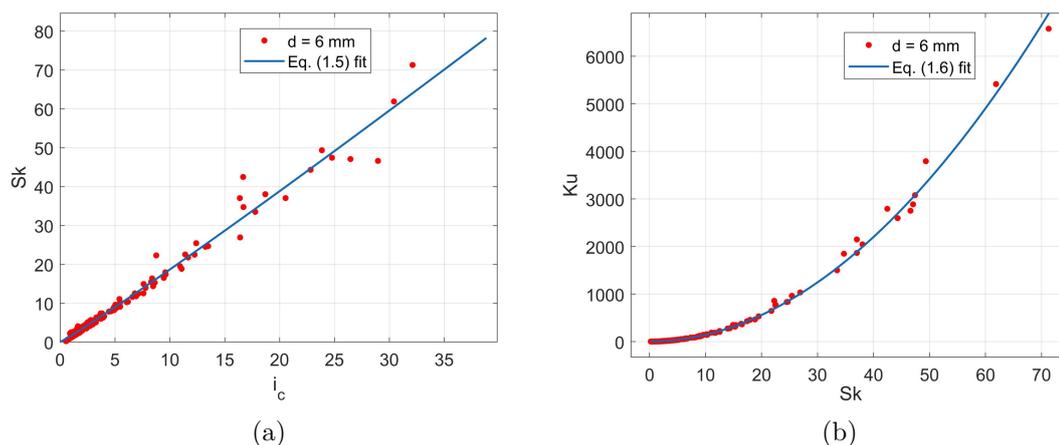
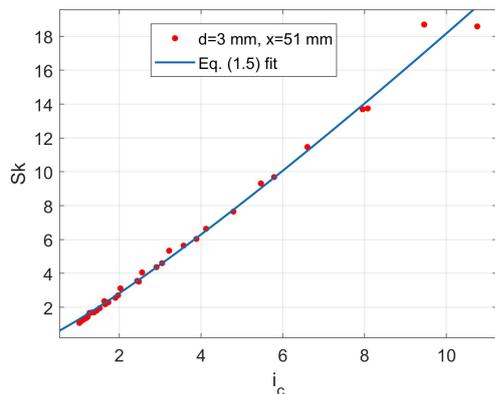


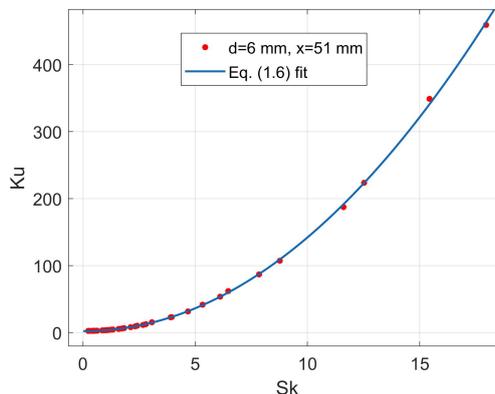
Figura 3.56: Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per $d = 6$ mm con le eq. (1.5) e (1.6)

Come per la configurazione con $d = 3$ mm, si sono trovati i coefficienti delle equazioni (1.5) e (1.6) per il fitting dei dati a diverse stazioni longitudinali. Le prime 2 stazioni sembrano seguire l'andamento individuato per il caso a $d = 3$ mm. La terza ($x=817$ mm) presenta un andamento anomalo, con un'improvvisa diminuzione del termine noto della (1.6), come è possibile vedere dalla tabella dei coefficienti riportata di seguito e nella figura 3.58.

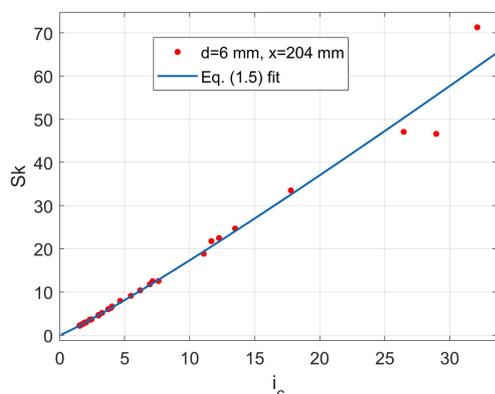
	a_1	a_2	R^2 Eq. (1.5)	b_1	b_2	b_3	R^2 Eq. (1.6)
$x=51$ mm	1.336	1,157	0.9960	1.281	2.038	2.247	0.9997
$x=204$ mm	1.395	1.094	0.9798	1.440	1.974	3.509	0.9997
$x=817$ mm	2.081	0.9978	0.9766	2.472	1.857	-7.927	0.9965



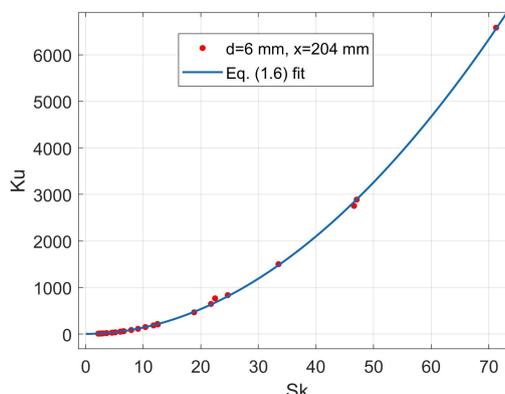
(a)



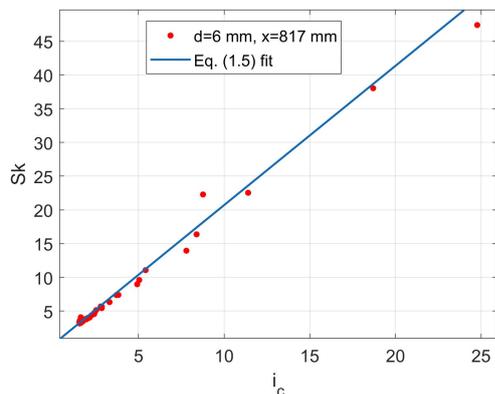
(b)



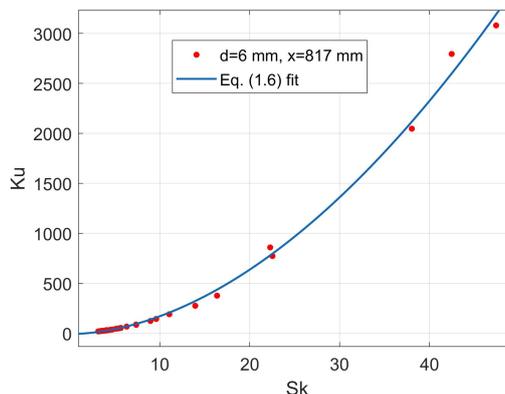
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 3.57: Fitting dei valori di skewness e intensità di fluttuazione i_c (a) e di skewness e curtosi (b) per $d = 6$ mm con le eq. (1.5) e (1.6) a $x = 51$ mm (a-b), $x = 204$ mm (c-d) e $x = 817$ mm (e-f)

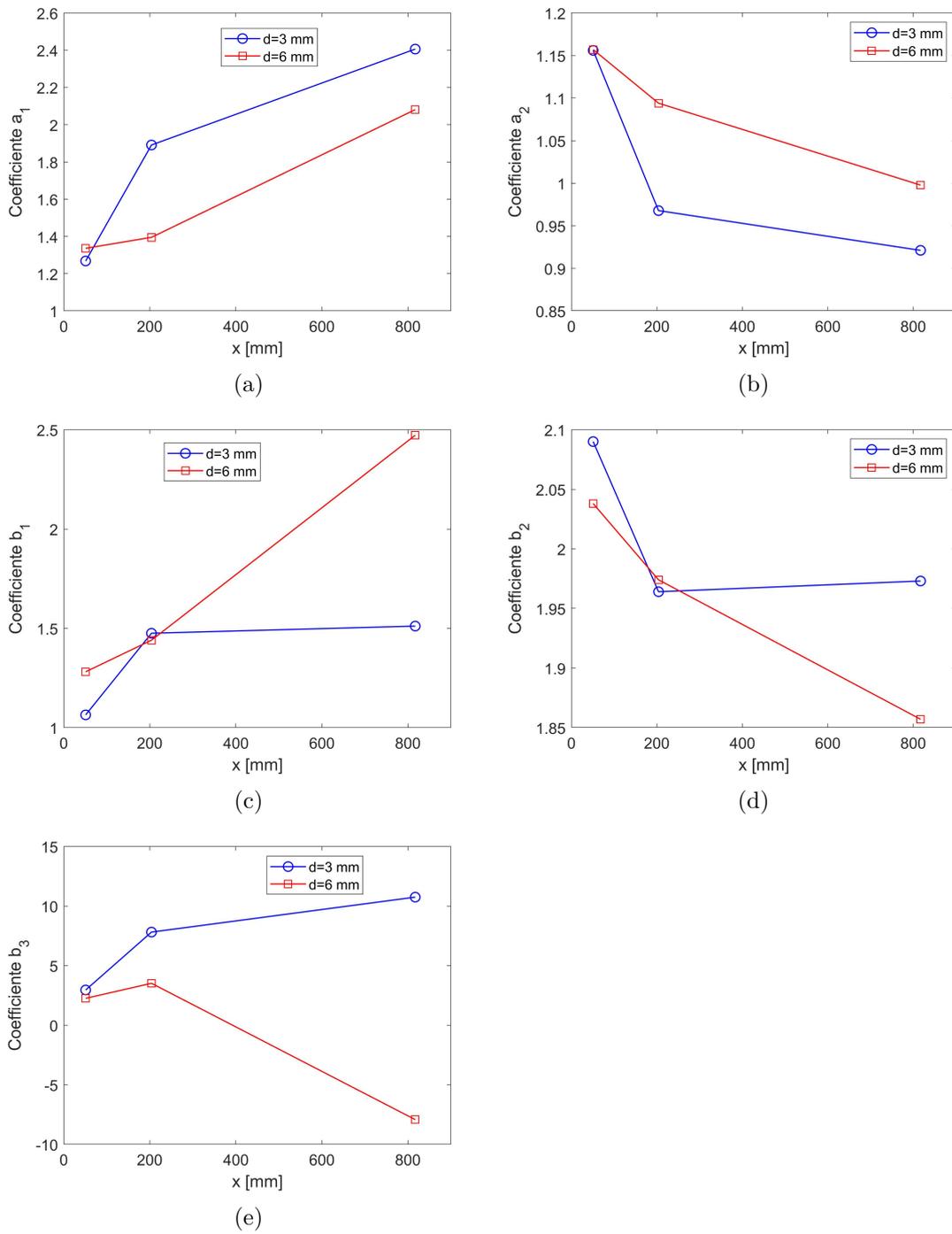


Figura 3.58: Confronto tra gli andamenti dei coefficienti a_1 (a), a_2 (b), b_1 (c), b_2 (d), b_3 (e) lungo x tra le 2 configurazioni del getto

La differenza nelle forma delle distribuzioni è molto evidente nella stazione immediatamente a valle della sorgente. Si ha una distribuzione di valori molto più uniforme e meno concentrata intorno allo 0 rispetto alla configurazione della sorgente con $d = 3$ mm.

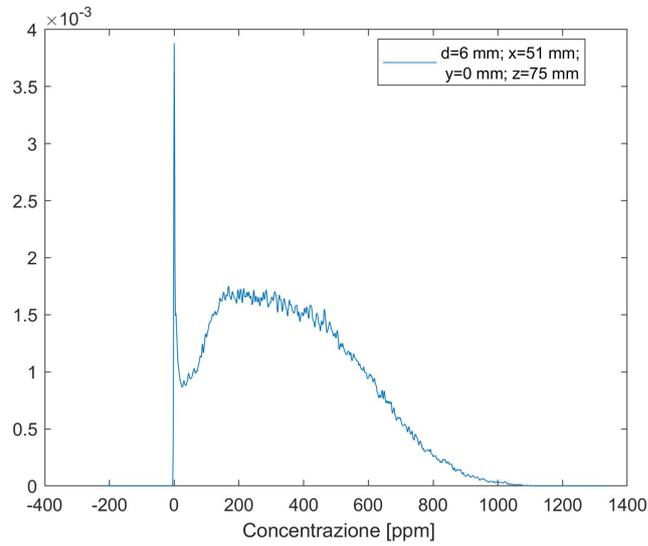


Figura 3.59: Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione `ksdensity` della concentrazione in asse con la sorgente e in prossimità di essa ($d = 6$ mm)

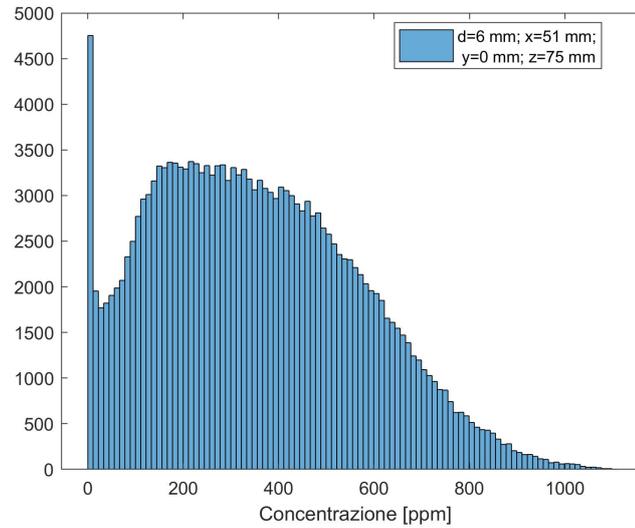


Figura 3.60: Funzione di distribuzione di probabilità stimata con la funzione histogram della concentrazione ($d = 6$ mm)

Per questo motivo, il fattore di intermittenza calcolato per il caso con $d = 6$ mm risulta sempre più elevato rispetto al caso a $d = 3$ mm, in quanto difficilmente la concentrazione è nulla (specialmente alla prima stazione, dove il fattore d'intermittenza raggiunge quasi il valore unitario).

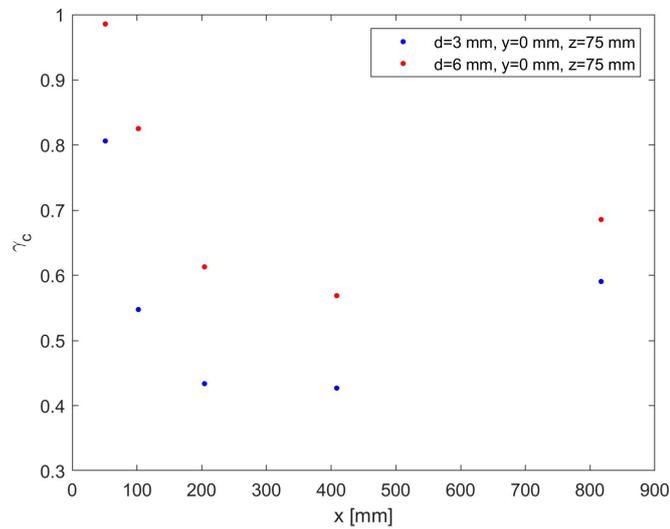
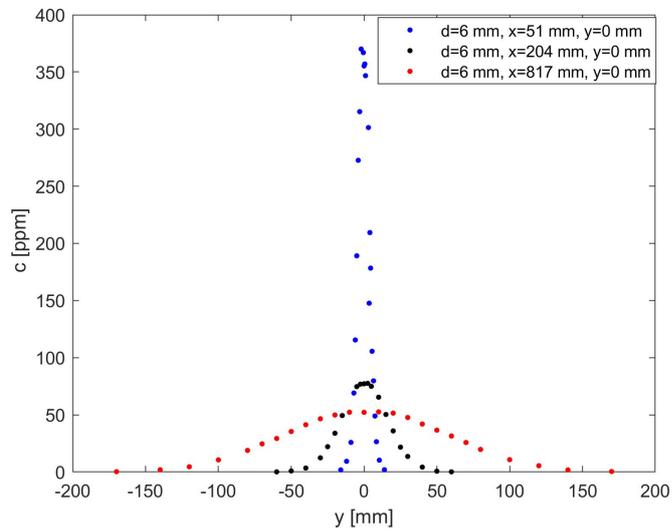
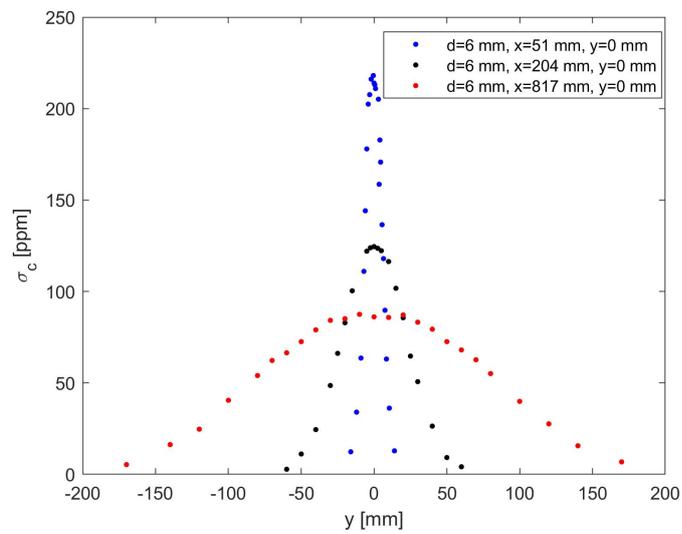


Figura 3.61: Andamento del fattore d'intermittenza in asse con la sorgente ($d = 6$ mm)

Muovendo il rilevatore lungo l'asse y invece che lungo l'asse z si ottengono risultati analoghi per quanto riguarda i momenti statistici.

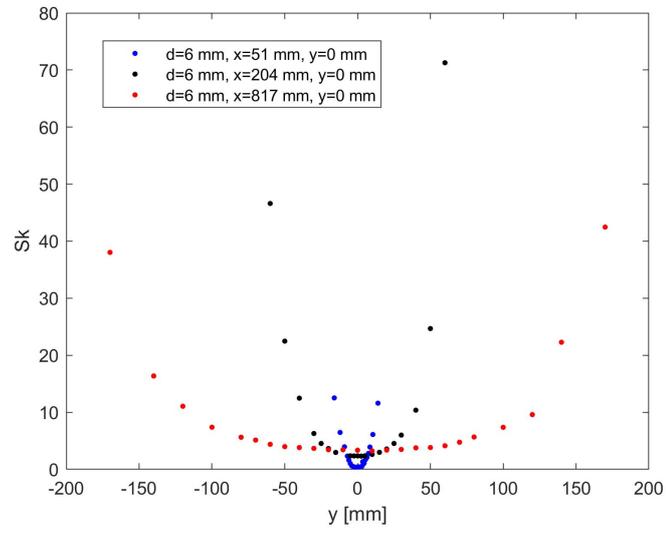


(a)

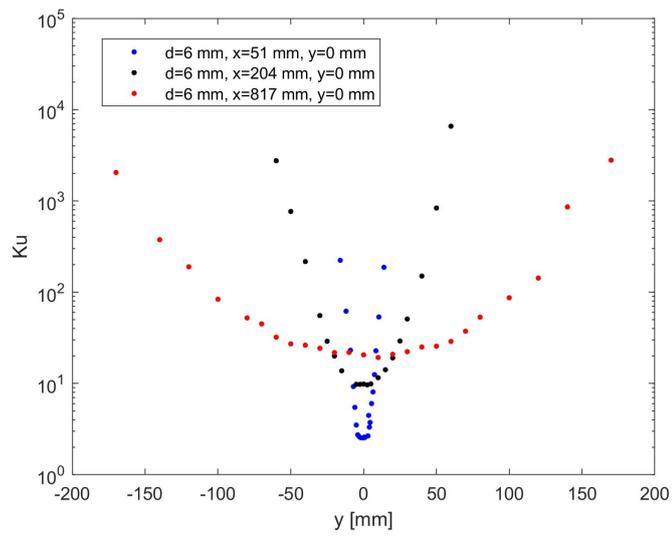


(b)

Figura 3.62: Media (a) e deviazione standard (b) della concentrazione al variare di y ($d = 6$ mm)



(a)



(b)

Figura 3.63: Skewness (a) e curtosi (b) della concentrazione al variare di y ($d = 6 \text{ mm}$)

Calcolando i vari momenti lungo l'asse x , si evidenzia quanto detto in precedenza. La concentrazione media scende insieme alla deviazione standard, anche se questa in maniera più contenuta. Allo stesso tempo skewness e curtosi salgono molto, portando a distribuzioni asimmetriche e più compatte

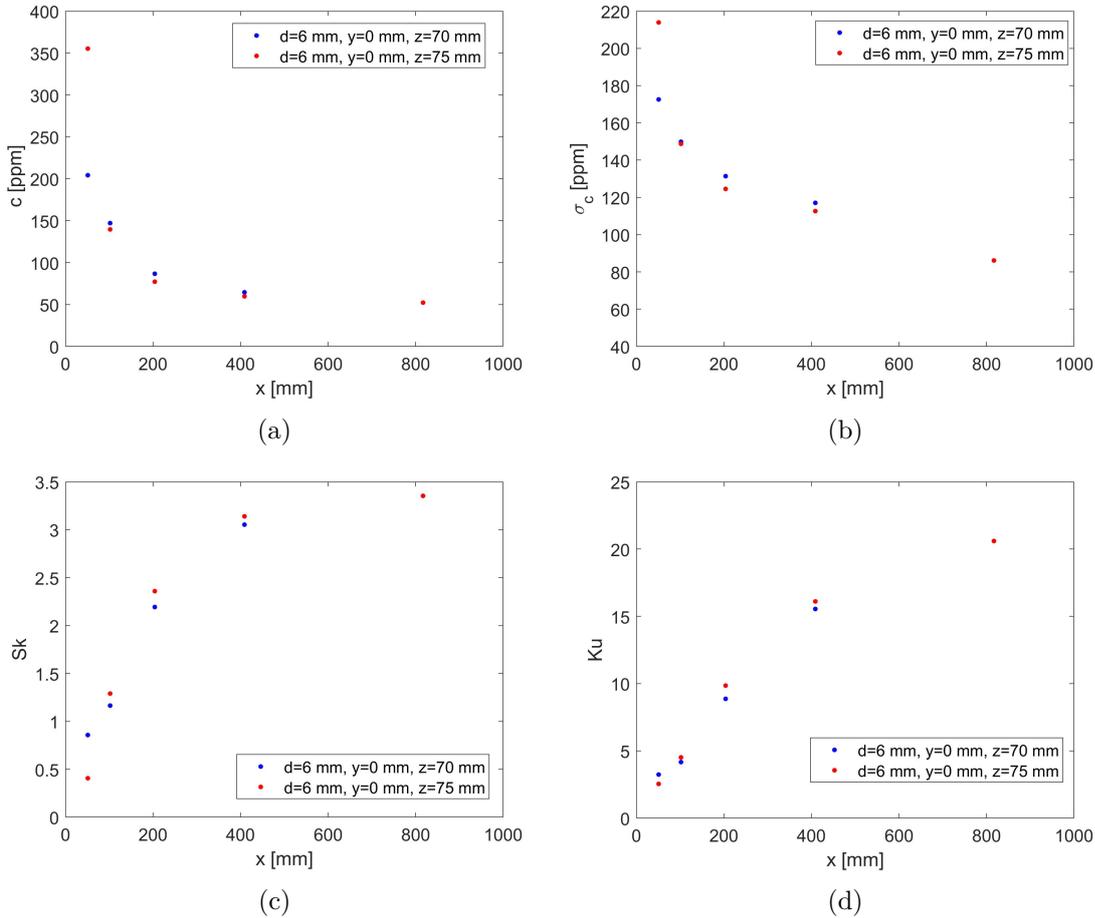


Figura 3.64: Media (a), deviazione standard (b), skewness (c) e curtosi (d) della concentrazione al variare di x ($d = 6$ mm)

3.2.4 Indici di correlazione di Pearson

Come per il caso con $d = 3$ mm, sono stati calcolati gli indici di Pearson per individuare correlazioni tra le varie grandezze misurate. Si è cominciato calcolando gli indici a punto fisso tra 2 grandezze differenti, sfasando progressivamente i 2 segnali. L'indice massimo in valore assoluto si ha quando non si ha sfasamento tra i 2 segnali, calando poi progressivamente a valori molto vicini a 0 man mano che le 2 serie temporali venivano sfasate. Analogamente alla prima configurazione analizzata, il valore dell'indice di correlazione cala molto più rapidamente durante lo sfasamento quando viene calcolato tra w e la concentrazione di

etano, rispetto agli indici tra u e w e tra u e la concentrazione.

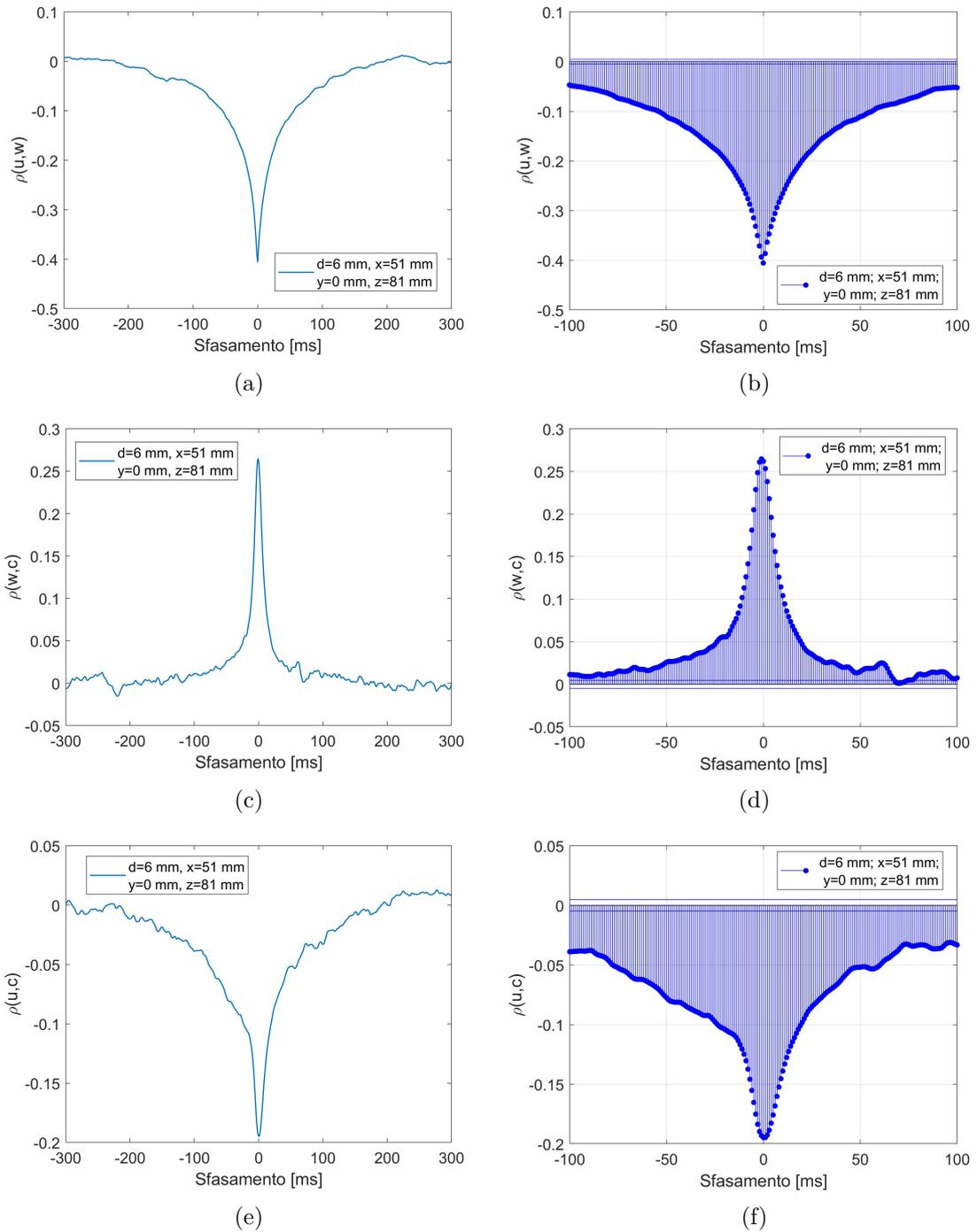


Figura 3.65: Indici di correlazione $\rho(u,w)$ (a-b), $\rho(w,c)$ (c-d) e $\rho(u,c)$ (e-f), al variare dello sfasamento tra le serie temporali, calcolate con le funzioni `coeffcorr` e `crosscorr` ($d=6$ mm)

Facendo il grafico degli indici di correlazione in assenza di sfasamento al variare di z , si ottiene un andamento simile al caso con $d = 3$ mm, legato al gradiente di concentrazione nel punto in cui si effettua la misurazione. Non sono presenti differenze nell'indice di correlazione massimo trovato. Si nota inoltre che vicino al suolo le grandezze sembrano essere meno correlate rispetto alle zone superiori. Nel grafico con gli indici di correlazione tra le 2 componenti del campo è molto evidente l'influenza della sorgente che causa una diminuzione significativa dell'indice di correlazione (questo disturbo svanisce nelle stazioni più lontane).

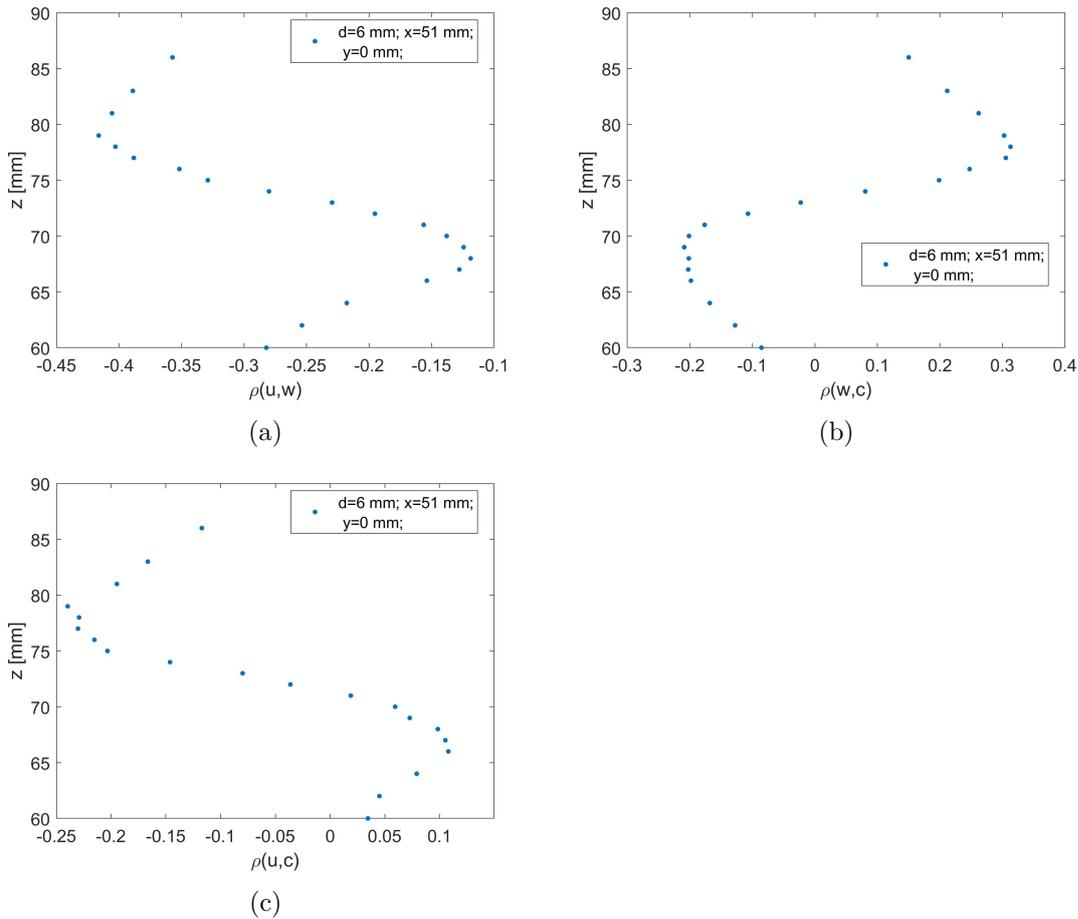


Figura 3.66: Indici di correlazione $\rho(u,w)$ (a), $\rho(w,c)$ (b) e $\rho(u,c)$ (c), al variare di z in assenza di sfasamento tra le serie temporali

L'ultima operazione che è stata fatta è stata calcolare l'indice di correlazione tra le diverse stazioni per una stessa grandezza. Come per il caso con $d = 3 \text{ mm}$, gli indici sono sempre molto vicini a 0.

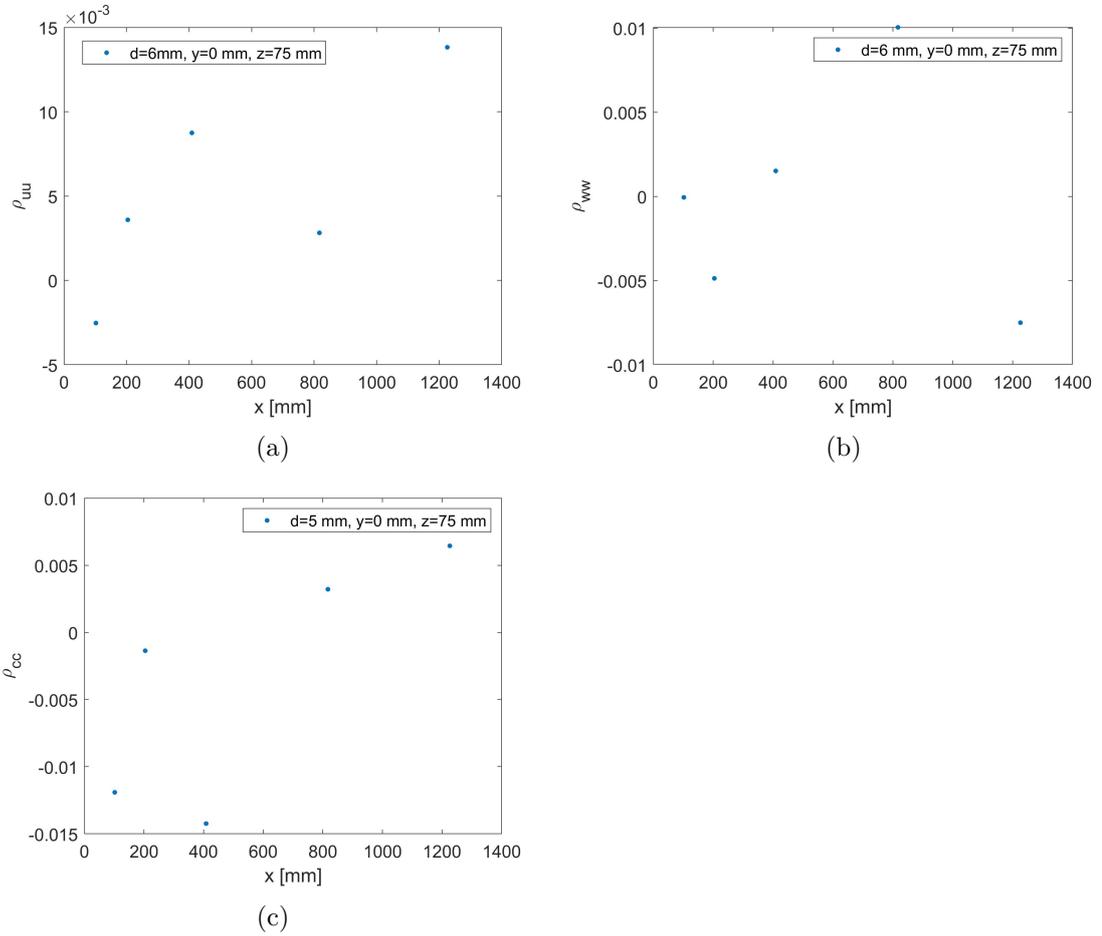


Figura 3.67: Funzioni di autocorrelazione lungo x di u (a), w (b) e della concentrazione (c)

Capitolo 4

Conclusioni

L'analisi statistica riportata precedentemente ha evidenziato alcuni aspetti del campo di velocità e del getto di etano. In primo luogo, i profili di velocità, sia della componente u , sia della componente w sono molto simili nelle 2 configurazioni, come ci si aspettava. L'unica differenza rilevata è il maggiore disturbo introdotto dalla sorgente quando questa è in configurazione $d = 6$ mm. E' inoltre emersa una maggiore intensità dei moti turbolenti vicino al suolo rispetto alle zone esterne dello strato limite in entrambe le configurazioni della sorgente, che causano una maggiore variabilità delle componenti di velocità. I momenti di ordine superiore sono anch'essi molto simili tra le 2 configurazioni del getto.

Per quanto riguarda gli andamenti della concentrazione media dell'inquinante, si sono riscontrate le maggiori differenze tra le 2 configurazioni della sorgente nelle stazioni immediatamente a valle della stessa. L'influenza della dimensione della sorgente tende a diminuire muovendosi a valle, tanto da rendere i profili di concentrazione media quasi sovrapponibili nella stazione più lontana. Il getto nel caso a $d = 3$ mm rimane meno stabile, come evidenziato dall'analisi del fattore d'intermittenza e dalle PDF stimate.

I momenti di ordine superiore della concentrazione per la configurazione a diametro minore sono inoltre ben approssimati dalle equazioni (1.5) e (1.6) proposte da Mole e Clarke e i coefficienti trovati attraverso il metodo dei minimi quadrati sono vicini a quelli teorici per la distribuzione Gamma (1.7) con $d = 3$ mm. I coefficienti per la configurazione ricavati $d = 6$ mm sono invece meno vicini a quelli ideali. In particolare, si è notato che l'utilizzo di una funzione lineare al posto della (1.6) ha portato a risultati simili come errore commesso nell'approssimazione dei dati (per entrambe le funzioni $R^2 = 0.9819$), ma si sono ottenuti coefficienti più vicini ai valori teorici. E' inoltre emersa una variazione dei coefficienti man mano che ci si allontana dalla sorgente: si ha un andamento crescente dei 2 coefficienti a_1 e b_1 e del termine noto b_3 , mentre gli esponenti a_2 e b_2 tendono a scendere.

Infine l'analisi degli indici di Pearson calcolate tra serie temporali (in assenza di sfasamento) delle varie grandezze misurate a punto fisso ha evidenziato un'anticorrelazione tra le 2 componenti del campo di velocità pressochè costante. Allo stesso tempo, tra componente w e concentrazione esiste una correlazione legata al gradiente di concentrazione in quel dato punto, in quanto i moti verticali sono responsabili del trasporto dell'inquinante da zone più ricche a zone in cui l'agente è più scarso.

Bibliografia

- [1] S. Pope, *Turbulent flows*, Cambridge University Press, 2000.
- [2] F. Gifford, *Statistical properties of a fluctuating plume dispersion model*, *Advances in Geophysics* 6: 117-138, 1959.
- [3] N. Mole, E. Clarke, *Relationships between higher moments of concentration and of dose in turbulent dispersion*, *Boundary-Layer Meteorology* 63: 35-52, 1995.
- [4] E. Villermaux, J. Duplat, *Mixing as an aggregation process*, *Physical Review Letters* 91, 2003.
- [5] E. Yee, J. Skvortsov, *Scalar fluctuations from a point source in a turbulent boundary layer*, *Physical Review E* 84, 2011.
- [6] M. Raupach, P. Coppin, *Turbulent dispersion from an elevated line source: measurements of wind concentration moments and budgets*, *Journal of Fluid Mechanics* 136: 111-137, 1983.
- [7] J.E. Fackrell, A.G. Robins, *The effects of source size on concentration fluctuations in plumes*, *Boundary-Layer Meteorology* 22: 335-350, 1982.
- [8] Nironi et al., *Plume in a turbulent boundary layer. Part I: velocity and concentration measurements*, *Boundary-Layer Meteorology* 156: 415-446, 2015.