



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

Ingegneria Aerospaziale

A.a. 2022/2023

Clustering inerziale nei flussi turbolenti

Relatori:

Prof.essa Stefania Scarsoglio

Ing. Davide Perrone

Candidato:

Loris Giannini

Indice

1 Introduzione	4
2 Parametri descrittivi	5
2.1 Numero di Reynolds	5
2.2 Struttura dei flussi turbolenti	5
2.3 Le scale di Kolmogorov	7
2.4 Numero di Stokes	9
3 Descrizione del Clustering inerziale	11
3.1 Osservazioni iniziali	11
3.1.1 Condizione che quantifica il grado di accumulazione locale	13
3.1.2 Lunghezza caratteristica dell'accumulo di particelle	17
3.2 Distribuzione spaziale delle particelle	17
3.3 Influenza da Re , St e ϕ_v	20
3.4 Ciclo di vita dei clusters	25
4 Meccanismi del clustering	29
4.1 Meccanismo centrifugo	29
4.2 Meccanismo "sweep-stick"	31
5 Ruolo della gravità	33
Conclusioni	36
Bibliografia	37

1 Introduzione

I flussi turbolenti contenenti particelle si verificano molto spesso in situazioni naturali e industriali: dispersione di inquinanti nell'atmosfera, sedimentazione nei fiumi, formazione di nubi, dispersione di plancton nell'oceano, ottimizzazione dei reattori chimici e in vari processi biomedici e industriali. In questi esempi, le particelle sono costituite da polvere, sabbia nell'aria, goccioline liquide o particelle solide nel gas. Esse vengono definite particelle inerziali, particelle con densità maggiore del fluido circostante. Una caratteristica sorprendente dei flussi turbolenti contenenti particelle inerziali è il fenomeno chiamato Clustering inerziale che consiste in raggruppamenti di particelle con disomogeneità molto forti nel campo di moto a qualsiasi scala. Questo fenomeno è stato ampiamente osservato in molte configurazioni sperimentali e numeriche. Un risultato rilevante è che il campo di concentrazione è più pronunciato per le particelle il cui numero di Stokes (definito come il rapporto tra il tempo di risposta delle particelle aerodinamiche e la caratteristica scala temporale del fluido) è vicino all'unità. Il meccanismo è stato tradizionalmente associato alla tendenza delle particelle inerziali a visitare regioni di flusso di una specifica topologia; infatti, numerosi studi numerici hanno confermato che è meno probabile che le particelle si trovino in regioni ad alta vorticità rispetto a quelle ad alta velocità di deformazione.

Il Clustering è realizzato su una moltitudine di scale, dalle scale dissipative alla scala integrale del flusso turbolento, ed in base alle diverse scale le particelle interagiscono in modo diverso con il flusso turbolento. Vedremo come a determinare il Clustering è principalmente la risonanza tra vortici e particelle, ciò implica un'importante dipendenza dal numero di Reynolds e dal numero di Stokes. Verranno presentati diversi meccanismi che provano a descrivere questo fenomeno e differiscono in base all'interazione tra particella e struttura del flusso turbolento a diverse scale. Inoltre, particolare riguardo verrà riservato alla condizione che porta ad una maggiore concentrazione, alla lunghezza caratteristica dei clusters, alla legge di potenza per piccole scale ed esponenziale per grandi scale, al ciclo di vita dei clusters e all'effetto della gravità.

Il moto delle particelle pesanti in un flusso turbolento è la condizione fisica nella quale si verifica il Clustering inerziale. Per questo motivo nel *Capitolo 2* verranno descritte le principali caratteristiche dei flussi turbolenti sottolineando il concetto di "cascata di energia" e la scala di Kolmogorov. Inoltre, saranno discussi gli effetti della turbolenza sulle particelle e le forze che agiscono su essa. In questo capitolo viene anche sottolineata l'importanza del numero di Reynolds e del numero di Stokes per la comprensione dell'argomento descritto nel *Capitolo 3* dove vengono discusse le principali scoperte dei ricercatori che ci permettono di avere una visione generale della tendenza delle particelle ad accumularsi. Nel *Capitolo 4* verranno descritti i vari meccanismi proposti per spiegare il Clustering inerziale e le condizioni in cui possono essere applicati e infine nel *Capitolo 5* vengono considerati gli effetti della gravità.

2 Parametri descrittivi

Prima di discutere gli aspetti principali del Clustering inerziale concentriamoci sulla descrizione dei flussi turbolenti e sui parametri adimensionali che sono necessari per studiare e comprendere questo fenomeno. Queste grandezze adimensionali hanno un ruolo importante nell'analisi del comportamento dei fluidi perché descrivono le caratteristiche fisiche del sistema, come pressione, densità, temperatura, viscosità e velocità del flusso.

In questo capitolo vengono descritte le principali caratteristiche dei flussi turbolenti, la loro struttura, il modo con cui le particelle interagiscono con la turbolenza e le forze a cui sono soggette. Inoltre, viene evidenziata l'importanza del numero di Reynolds e del numero di Stokes per descrivere i flussi turbolenti contenenti particelle.

2.1 Numero di Reynolds

Il numero di Reynolds è definito come il rapporto tra la forza di inerzia e le forze viscosi.

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu}$$

dove ρ è la densità del fluido, V è la velocità del fluido, L è una dimensione lineare caratteristica, μ è la viscosità dinamica del fluido e ν è la viscosità cinematica del fluido. Il numero di Reynolds, indicato come Re , viene utilizzato per determinare se il flusso è laminare o turbolento. Le forze inerziali resistono a un cambiamento nella velocità di un oggetto e sono la causa del movimento fluido. Queste forze sono dominanti nei flussi turbolenti (alto numero di Reynolds). Altrimenti, se le forze viscosi, definite come la resistenza al flusso, sono dominanti, il flusso è laminare (basso numero di Reynolds). Quindi le forze viscosi in un flusso laminare tendono ad essere grandi rispetto alla forza inerziale. Un aumento del numero di Reynolds fa sì che il flusso passi da laminare a turbolento ed è caratterizzato dalla presenza di fluttuazioni, sia spaziali che temporali, di vorticità, di alti livelli di dissipazione e diffusività, e l'estrema non linearità del moto [1].

2.2 Struttura dei flussi turbolenti

In fluidodinamica, un flusso turbolento è un flusso irregolare in cui si verificano fluttuazioni, vortici e instabilità. La quasi totalità delle correnti esistenti in natura è turbolenta. Sono un esempio il fumo di una sigaretta, il flusso d'acqua di un torrente e le correnti atmosferiche. La turbolenza si osserva anche in campi ingegneristici, basti pensare allo scorrimento di olio in un condotto idraulico, ai processi di combustione, agli strati limite su ali o corpi tozzi oppure ad un fluido che attraversa le pale di una turbina o di un compressore. Nei processi industriali il controllo della turbolenza riveste grande importanza, in ambito fluidodinamico l'obiettivo tecnologico può essere la riduzione di attrito in un condotto, oppure l'aumento di miscelamento. In ambito aeronautico gli obiettivi possono essere l'aumento di portanza, la riduzione di rumore e, soprattutto, la diminuzione di resistenza.

Le caratteristiche dei flussi turbolenti sono:

- **irregolarità o casualità:** I flussi turbolenti sono caratterizzati dal movimento irregolare e caotico delle particelle del fluido. Per questo motivo, i flussi turbolenti vengono normalmente trattati statisticamente piuttosto che deterministicamente.
- **Rotazionalità:** il flusso turbolento è caratterizzato da un forte meccanismo di generazione di vortici tridimensionali.
- **La diffusività:** il moto turbolento è altamente diffusivo in quanto la presenza di grandi fluttuazioni implica un tasso di mescolamento (diffusione) di quantità di moto, massa ed energia termica molto più alto rispetto al caso laminare dove la diffusione è solo dovuta all'agitazione molecolare.
- **Dissipazione:** L'energia cinetica viene convertita in calore per effetto delle azioni viscosi.

Nel 1920, Lewis Fry Richardson riassunse i suoi lavori sulla struttura della turbolenza per applicazioni meteorologiche attraverso una celebre rima pubblicata in *Weather Prediction by Numerical Process* [2]

“I grandi vortici hanno piccoli vortici che si nutrono della loro velocità, e piccoli vortici hanno vortici minori e così via fino alla viscosità.”

Questo principio è motivato da considerazioni energetiche; i grandi vortici sono altamente inerziali e tendono ad essere instabili. Il loro moto alimenta vortici più piccoli grazie a un trasferimento locale di energia cinetica. Questi vortici più piccoli subiscono lo stesso processo, dando origine a vortici ancora più piccoli che ereditano l'energia del loro vortice genitore, e così via.

Questo trasferimento di energia è solitamente chiamato "cascata di energia" ed è principalmente inerziale; quindi, non si verifica quasi alcuna dissipazione di energia fino a quando non si raggiunge una scala di lunghezza sufficientemente piccola tale che la viscosità del fluido possa effettivamente dissipare l'energia cinetica. Questo processo è stato rappresentato nella Figura 1.

Gli studi di Richardson evidenziano una caratteristica essenziale dei flussi turbolenti: richiedono energia. Un flusso turbolento dissiperà energia e decadrà in un flusso laminare alle scale più piccole a meno che non sia alimentato da una fonte esterna di energia.

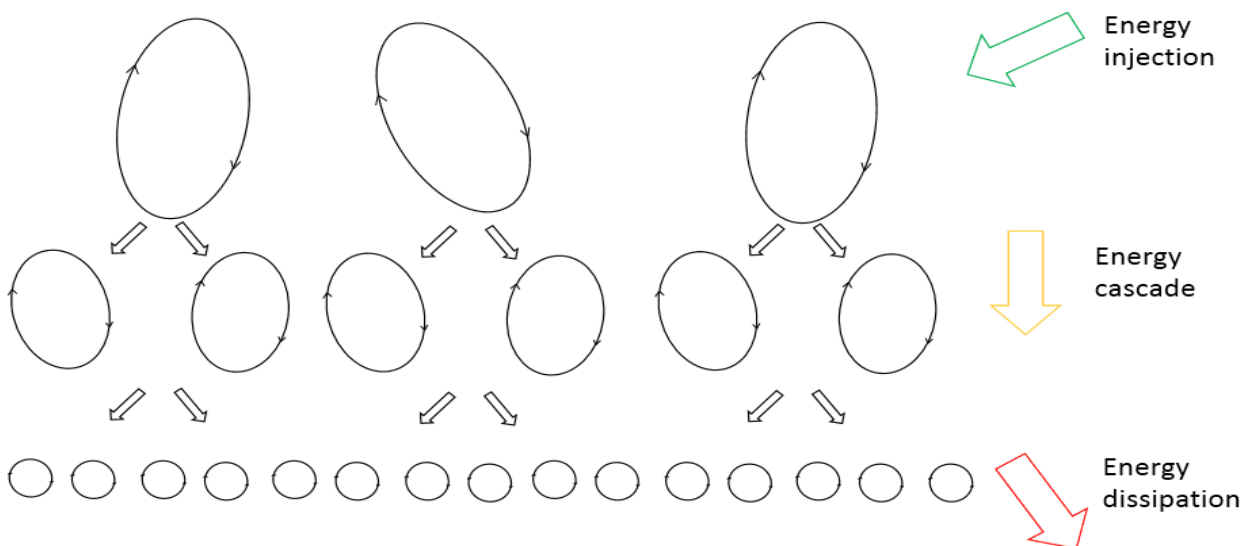


Figure 1: La cascata di energia di Richardson mostra la disintegrazione dei vortici genitori in successivi vortici più piccoli finché non si verifica la dissipazione di energia.

Le particelle inerziali disperse in flussi turbolenti interagiscono con la struttura turbolenta sia a piccole scale che a grandi scale ed è proprio la risonanza tra particella e vortice a determinare il clustering. L'interazione tra particelle e turbolenza dipende da vari fattori, tra cui il numero di Reynolds, il numero di Stokes e la concentrazione volumetrica $\phi_v = NV_p/V$, dove N è il numero di particelle, V_p il volume di una singola particella e V il volume occupato dal fluido. Per bassi valori di ϕ_v ($<10^{-6}$) e quindi per bassi valori di concentrazione, le particelle disperse hanno un effetto trascurabile sulla turbolenza e l'interazione tra le particelle e la turbolenza è detta, con una terminologia anglosassone, one-way coupling. Questo significa che la dispersione delle particelle, in questo regime, dipende solamente dallo stato della turbolenza ed il trasferimento della quantità di moto dalle particelle alla turbolenza ha un effetto insignificante sul fluido. Nel secondo regime, con $10^{-6} < \phi_v < 10^{-3}$, il trasferimento della quantità di moto dalle particelle al fluido è sufficientemente elevato da alterare le strutture turbolente. Questa interazione è detta two-way coupling.

I flussi nei due regimi appena discussi costituiscono quella che viene chiamata sospensione diluita.

Nel terzo regime, a causa dell'aumento della concentrazione delle particelle, $\phi_v > 10^{-3}$, i fluidi costituiscono la sospensione densa. Qui, in aggiunta all'interazione tra le particelle e la turbolenza, si verificano anche collisioni tra particella e particella e la regione è nota come four-way coupling.

2.3 Le scale di Kolmogorov

Nel 1941 Kolmogorov pubblicò, in un lavoro fondamentale, la sua teoria sulla turbolenza omogenea e isotropa. Consideriamo le tre ipotesi fondamentali alla base di tale teoria:

- **Ipotesi di isotropia locale:** per numeri di Reynolds sufficientemente alti, i moti turbolenti di piccola scala sono statisticamente isotropi, ossia non dipendono da una particolare direzione.
- **Prima ipotesi di similarità:** in ogni flusso turbolento, a numero di Reynolds sufficientemente elevato, le statistiche dei moti di piccola scala sono universali e determinate unicamente dalla viscosità ν e dalla velocità di dissipazione per unità di massa ϵ .
- **seconda ipotesi di similarità:** le scale con lunghezza caratteristica l , tale che $\eta \ll l \ll L$, hanno un comportamento universale che dipende solo da ϵ , indipendentemente da ν . Questo intervallo di scale viene chiamato range inerziale.

Sotto queste ipotesi è possibile legare la scala delle lunghezze η in modo univoco a ν e ϵ . Considerando che le dimensioni di ν sono quelle di una lunghezza al quadrato diviso per un tempo ($[\nu] = L^2T^{-1}$) e quelle della dissipazione energetica sono una potenza per unità di massa ovvero una velocità al quadrato diviso per un tempo ($[\epsilon] = L^2T^{-3}$), imponendo che η si possa esprimere solo tramite ν e ϵ , dall'analisi dimensionale si ricava:

$$[\eta] = [\nu]^\alpha [\epsilon]^\beta = (L^2T^{-1})^\alpha (L^2T^{-3})^\beta = L^{2\alpha} T^{-\alpha} L^{2\beta} T^{-3\beta} = L^{2\alpha+2\beta} T^{-\alpha-3\beta} .$$

Tuttavia, essendo η una lunghezza, deve essere

$$L^{2\alpha+2\beta} T^{-\alpha-3\beta} = L \quad \Rightarrow \quad \alpha = 3/4, \beta = -1/4$$

Quindi vengono definite:

- Scala di lunghezza di Kolmogorov $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4}$
- Scala di tempo di Kolmogorov $\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2}$
- Scala di velocità di Kolmogorov $u_\eta = (\nu\epsilon)^{1/4}$
-

Osservando che il numero di Reynolds basato su queste scale risulta:

$$Re_\eta = \frac{u_\eta \eta}{\nu} \sim \frac{(\epsilon\nu)^{1/4} \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4}}{\nu} = 1,$$

afferma che la scala di Komogorov rappresenta la scala dissipativa più piccola in accordo con il fatto che la cascata di energia procede verso scale sempre più piccole finché il Reynolds non risulta essere così piccolo da rendere effettiva la dissipazione, ovvero quando termini viscosi non possono più essere trascurati.

Come possiamo vedere la dimensione del vortice più piccolo nel flusso è determinata dalla viscosità. La scala di lunghezza di Kolmogorov diminuisce al diminuire della viscosità. Per flussi con un numero di Reynolds molto elevato, le forze viscosi sono minori rispetto alle forze inerziali. Vengono quindi necessariamente generati movimenti su scala minore fino a quando gli effetti della viscosità diventano importanti e l'energia viene dissipata. Il rapporto tra la scala di lunghezza più grande e più piccola nel flusso turbolento è proporzionale al numero di Reynolds (aumenta con la potenza di tre quarti).

Infatti:
$$\frac{L}{\eta} \approx \left(\frac{UL}{\nu}\right)^{3/4} = Re^{3/4}$$

Ciò rende praticamente impossibili le simulazioni numeriche dirette di flussi turbolenti a numeri di Reynolds tipici di applicazioni industriali. Ad esempio, si consideri un flusso con un numero di Reynolds pari a 10^6 . In questo caso il rapporto L/η è proporzionale a $10^{18/4}$. Poiché dobbiamo analizzare un problema tridimensionale, dobbiamo calcolare una griglia composta da almeno 10^{14} punti. Questo supera di gran lunga la capacità e le possibilità dei computer esistenti.

2.4 Numero di Stokes

Il numero di Stokes, dal nome del matematico irlandese George Gabriel Stokes, è un numero adimensionale che descrive il comportamento delle particelle sospese in un flusso di fluido. Rappresenta il rapporto tra il tempo di risposta delle particelle e la scala temporale caratteristica del flusso del fluido.

Più specificatamente il numero di Stokes (St) è definito come:

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_f}$$

Dove τ_p può essere definito in due modi: Il tempo caratteristico per seguire un cambiamento graduale della velocità del fluido circostante, $\rho_p D_p^2 / (18\mu)$; o il tempo per raggiungere la velocità terminale quando viene rilasciato in un fluido quiescente, $(\rho_p - \rho_f) D_p^2 / (18\mu)$. Le due definizioni convergono per $\rho_p / \rho_f \gg 1$.

Mentre τ_f è la scala temporale caratteristica del flusso del fluido, che consideriamo essere la scala di tempo di Kolmogorov.

Il numero di Stokes viene spesso utilizzato per classificare le particelle in diversi regimi di comportamento in un flusso fluido. Ad esempio, quando $St \ll 1$, il tempo di risposta delle particelle è molto più breve della scala temporale caratteristica del flusso e le particelle tendono a seguire da vicino le linee di flusso del fluido. In questo regime il moto delle particelle è dominato dalla turbolenza del fluido e le particelle rispondono a tutti i vortici del flusso.

D'altra parte, quando $St \gg 1$, il tempo di risposta delle particelle è molto più lungo della scala temporale caratteristica del flusso, e le particelle tendono a muoversi indipendentemente dal moto del fluido. In questo regime il loro moto è dominato da forze come la gravità o l'elettrostatica e le particelle rispondono ai grandi vortici ma non ai vortici più piccoli.

Mentre se il tempo di risposta delle particelle è maggiore del tempo integrale di turbolenza (la scala temporale più lunga) non rispondono più a nessun vortice.

Per studiare il moto di una particella sospesa in un flusso turbolento è necessario esplicitare l'espressione della forza che agisce sulla particella stessa. In letteratura si considera una particella inerziale, rigida, sferica, piccola rispetto alla più piccola scala del flusso, la scala di Kolmogorov, e con velocità relativa rispetto al flusso anch'essa piccola. Da queste considerazioni si può dedurre che anche il numero di Reynolds della particella sia piccolo, ossia il flusso in prossimità della particella può essere approssimato a laminare, dominato principalmente dalle condizioni al contorno sulla superficie della particella.

Viene definito numero di Reynolds della particella $Re = r_p W / \nu$ dove r_p è il raggio della particella e W è la velocità relativa del flusso attorno la sfera.

Le forze agenti su una particella con queste caratteristiche dispersa in un flusso non stazionario disomogeneo possono essere considerate come la somma di cinque distinti contributi:

- la forza di galleggiamento, risultante tra la spinta archimedeica con la forza peso;
- l'accelerazione del fluido calcolata nella posizione della particella. Questa forza è spesso chiamata forza del gradiente di pressione, poiché il termine viscoso è stato trascurato;
- la forza di massa aggiunta, che rappresenta l'inerzia aggiunta al sistema dovuta a un corpo che accelerando o decelerando muove il fluido circostante in cui questo è immerso;
- la resistenza di Stokes, dovuta alla differenza di velocità tra la particella e il fluido indisturbato;
- la forza di Basset, che include la media pesata nel tempo della forza sulle particelle;

Nella maggior parte dei casi i termini più importanti sono la resistenza lineare di Stokes, la forza inerziale della particella e l'accelerazione di gravità, gli altri contributi possono essere trascurati. Ciò porta alla definizione del modello semplificato di particella puntiforme, le cui equazioni sono:

$$\frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{v}_p$$
$$\frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \frac{\mathbf{u}(\mathbf{x}_p, t)}{\tau_p} + \mathbf{g}$$

dove \mathbf{x}_p è il vettore posizione della particella, \mathbf{v}_p il vettore velocità della particella, \mathbf{u} il vettore velocità del fluido e \mathbf{g} l'accelerazione di gravità.

Queste equazioni rappresentano in buona approssimazione il moto di una particella piccola e pesante, che si muove con una velocità relativa rispetto al fluido bassa. Inoltre, le particelle devono essere ben distanziate in modo da evitare la loro interazione reciproca, ossia la loro distanza deve essere molto maggiore del loro raggio.

Queste equazioni semplificate sono valide solo se la particella ha una dimensione minore della scala di Kolmogorov e il numero di Reynolds della particella è piccolo; infatti, è stato mostrato (Ling et al 2013 [18]) che se la densità delle particelle è molto maggiore della densità del fluido circostante, le forze considerate trascurabili (gradiente di pressione, forza di massa aggiunta e forza di Basset) diventano significanti più il diametro delle particelle (considerate sferiche) è paragonabile a η .

3 Descrizione del Clustering inerziale

Il fenomeno del Clustering inerziale è stato ampiamente documentato in numerosi esperimenti di laboratorio e simulazioni numeriche osservando la tendenza delle particelle inerziali a visitare regioni di una specifica topologia. In questo capitolo verranno passati in rassegna molti lavori di vari ricercatori che negli ultimi vent'anni contribuirono ad aumentare la conoscenza di questo particolare fenomeno, ci si soffermerà sulle principali scoperte e più importanti caratteristiche osservate che descrivono il comportamento inerziale di queste particelle.

Poiché la distribuzione delle particelle in un flusso turbolento è realizzata su una moltitudine di scale, una caratterizzazione completa di questa concentrazione preferenziale non è semplice, e una varietà di metodi sono stati utilizzati.

3.1 Osservazioni iniziali

Come riportato sopra questo fenomeno è stato approfondito molto in questi ultimi anni, ma è stato studiato per la prima volta intorno al 1960. Alcune delle prime osservazioni numeriche, e di maggior rilievo, riguardo questo argomento sono dovute a Wang & Maxey nel 1993 [3]: nel loro studio è stato considerato il moto di particelle sferiche pesanti in un flusso turbolento uniforme, isotropo, stazionario e omogeneo. Si assume che la particella sia piccola in confronto con la scala di Kolmogorov della turbolenza e la frazione volumetrica sia tale che la presenza delle particelle non modifichi la struttura della turbolenza. Scelsero di simulare l'evoluzione dinamica della turbolenza con il DNS (direct numerical simulation), anche se è limitato a un numero di Reynolds moderato a causa dei requisiti di risoluzione. Altri metodi come LES (large-eddy simulations) possono consentire numeri di Reynolds più alti ma non sono adeguati in questo caso poiché non forniscono i dettagli necessari della dinamica del flusso alle scale più piccole.

Lo scopo nella simulazione è stato quello di ottenere una rappresentazione visiva della distribuzione spaziale istantanea delle posizioni delle particelle.

In figura 2 è rappresentata l'evoluzione del campo di concentrazione normalizzato, $C/\langle C \rangle$, e del campo scalare di vorticità ottenuta dalla simulazione in cinque intervalli di tempo consecutivi durante il periodo di sviluppo iniziale. La concentrazione C in ogni punto della griglia è qui definita come il numero di particelle che si trovano all'interno di un piccolo cubo con il centro nel punto della griglia e il lato uguale alla spaziatura della griglia mentre la vorticità scalare normalizzata Ω è definita come $(\omega_i \omega_i)^{1/2} / \langle (\omega_i \omega_i)^{1/2} \rangle$, dove ω_i è la vorticità del flusso.

La scala presente a destra è definita in modo tale che il colore nero indichi almeno il doppio della media del campo corrispondente e il bianco rappresenta un valore locale zero.

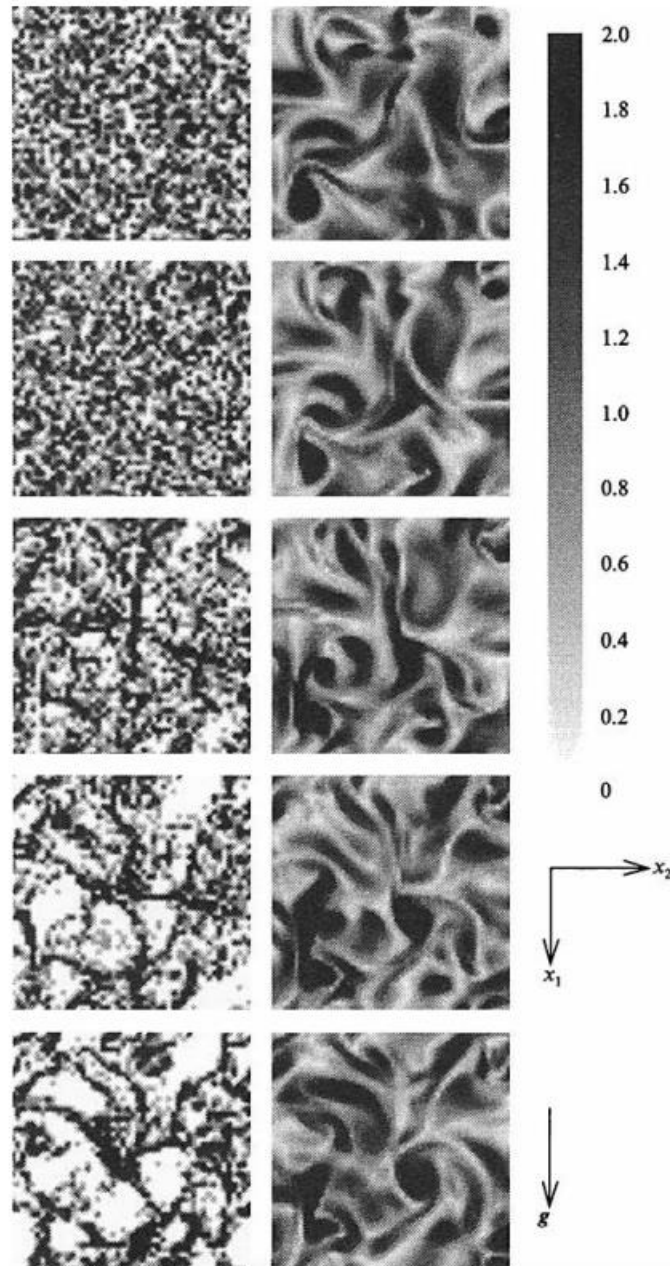


Figura 2; Concentrazione di particelle normalizzate (lato sinistro) e campo scalare di vorticità del flusso (lato destro) a 5 intervalli di tempo consecutivi. Il primo fotogramma è a $t = 0$ quando la concentrazione è uniforme. L'intervallo di tempo è 0,018, circa il doppio della scala temporale di Kolmogorov. Il numero di Stokes è pari a 1.

Come possiamo vedere, partendo da una distribuzione uniforme di particelle, si osservano delle concentrazioni superiori alla media ed il paragone tra il campo di concentrazione ed il campo scalare di vorticità dimostra che le regioni ad alta vorticità si correlano bene con quelle a bassa concentrazione di particelle.

Nel loro lavoro Wang & Maxey, tramite i dati ottenuti dalla simulazione, realizzarono il grafico in figura 3 che mostra la correlazione tra la concentrazione media e la vorticità o la velocità di deformazione del flusso dove $S = (\mathbf{s}_{ij} \cdot \mathbf{s}_{ij})^{1/2} / \langle (\mathbf{s}_{ij} \cdot \mathbf{s}_{ij})^{1/2} \rangle$, con $\mathbf{s}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$.

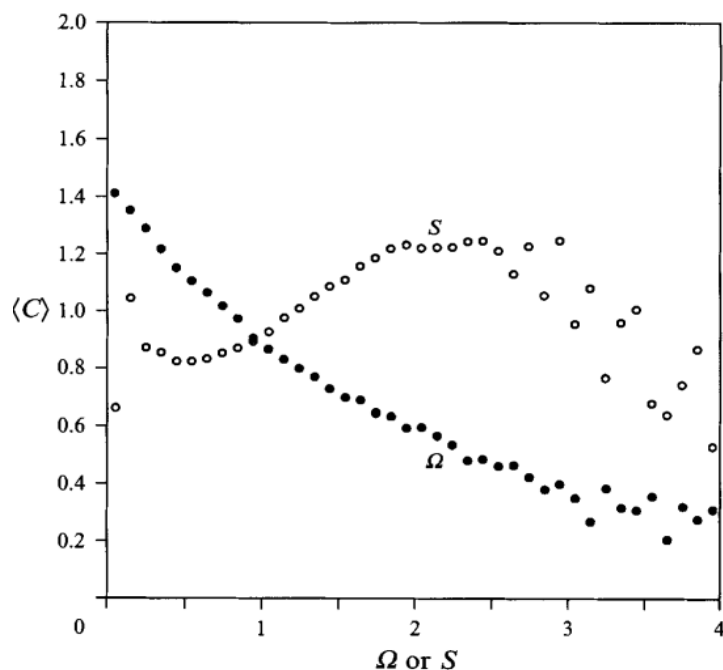


Figura 3. Concentrazione media C in funzione del flusso di vorticità Ω o della velocità di deformazione S

La figura 3 evidenzia quanto appena descritto e mostra anche come la regione di alta concentrazione è correlata con la regione di alta velocità di deformazione con $0.5 < S < 2.5$. Per maggiori valori di S la correlazione tra la concentrazione e la velocità di deformazione sembra diminuire, questo può essere relazionato al fatto che regioni di questa topologia tendono a circondare i tubi vorticosi che caratterizzano la regione di alta intensità di vortici.

Il meccanismo qui accennato verrà discusso in seguito e, come abbiamo visto, si basa sul fatto che le particelle immerse in un flusso turbolento tendono ad accumularsi in regioni a bassa vorticità ed alta velocità di deformazione a causa dell'effetto centrifugo dei vortici.

3.1.1 Condizione che quantifica il grado di accumulazione locale

Il Clustering inerziale è legato quindi all'interazione tra le particelle e i vortici del flusso turbolento. Poiché le intense regioni vorticosi sono caratterizzate da dinamiche del flusso su piccola scala, il grado di questa concentrazione inerziale è probabile che sia massimizzato quando il tempo di risposta delle particelle è paragonabile alla scala dell'intervallo di dissipazione, vale a dire la scala temporale di Kolmogorov.

Wang & Maxey, tramite i dati ottenuti dalla simulazione numerica, cercarono di scoprire sotto quale condizione si verifica il più forte accumulo locale. Essi considerarono due diverse funzioni di probabilità:

- $P_c(C,t)$ la probabilità di trovare la concentrazione su una griglia di punti uguale a un particolare valore C
- $P_n(C,t)$ la percentuale delle particelle che si trovano in quella griglia di punti in cui la concentrazione è a un dato valore C

Queste due funzioni sono in relazione tramite la seguente equazione:

$$P_n(C, t) = \frac{N_g}{N_p} P_c(C, t) C$$

dove N_g è il numero di punti di griglia e N_p è il numero di particelle considerate nella simulazione.

Dai dati ottenuti dalla simulazione, all'istante $t=0.216$ nel caso di particelle con $St= 1$, la probabilità di trovare una regione vuota senza particelle, $P_c(C = 0)$, è 0.5824, quasi il doppio del valore per il caso all'istante $t=0$, dove la distribuzione delle particelle è uniforme. Inoltre, P_c è minore del valore di P_c^u (la funzione con l'apice "u" corrisponde alla funzione di probabilità considerata all'istante iniziale) per concentrazioni intermedie $C = 1, 2, 3$, ma maggiore per $C > 4$.

Questo indica che la maggior parte delle particelle è localizzata in una piccola porzione dello spazio, dove la concentrazione è molto maggiore della media.

Chiaramente le differenze tra le funzioni di probabilità ed i rispettivi valori per il caso di distribuzione casuale sono ciò che realmente misura l'accumulazione locale.

Pertanto, Wang & Maxey introdussero una misura globale dell'accumulazione locale per ogni funzione di probabilità:

$$D_c = \sum_{C=0}^{N_p} (P_c(C) - P_c^u(C))^2$$

$$D_n = \sum_{C=0}^{N_p} (P_n(C) - P_n^u(C))^2$$

Ognuna di queste due equazioni fornisce un unico numero che quantifica l'accumulo locale.

La figura 4 mostra come le misure globali definite variano col tempo, considerando la simulazione con particelle aventi numero di Stokes pari a 1, notando che crescono entrambe. Per $t/ \tau_k < 4$ si osservano piccoli cambiamenti, ciò indica che un determinato tempo è necessario in modo che le particelle cambino la loro iniziale velocità rispetto al campo di moto locale. Mentre si verifica un rapido cambiamento per l'intervallo $3,8 < t/ \tau_k < 9,5$ quando le particelle rispondono in modo efficiente alla dinamica delle strutture di flusso. In sintesi, le particelle inerziali hanno bisogno di un determinato intervallo di tempo per reagire rispetto al moto del fluido considerato.

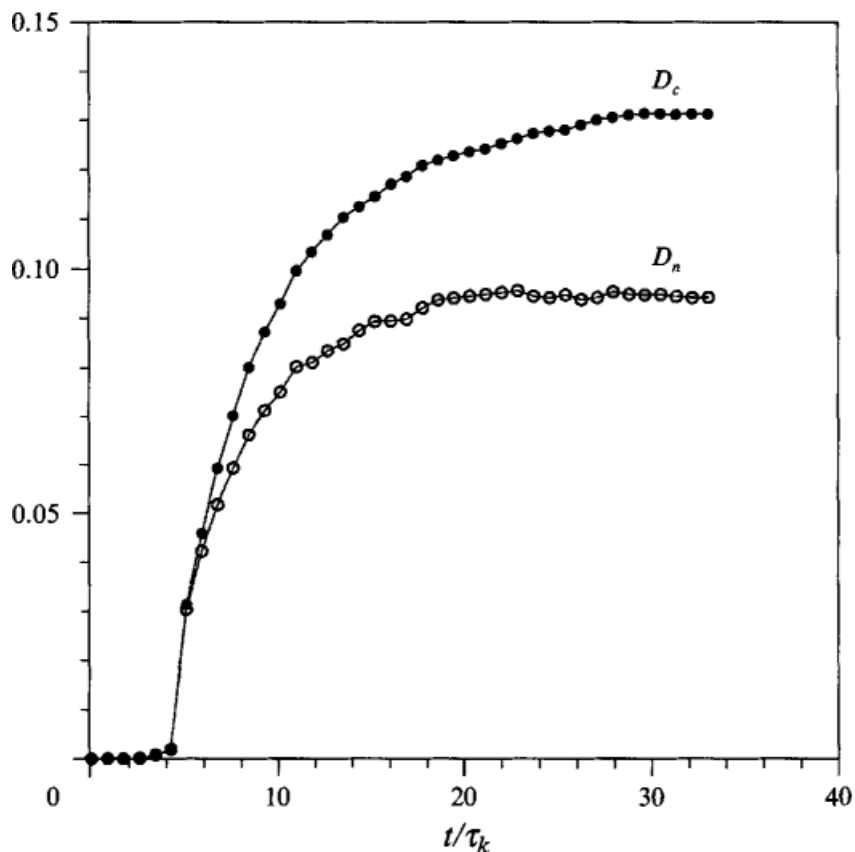


Figura 4. le due variabili globali D_c e D_n in funzione del tempo considerando $St=1$

Nella figura 5, D_c e D_n sono rappresentati graficamente in funzione del tempo di risposta delle particelle, quindi in funzione del numero di Stokes, in tempi diversi. Le particelle hanno le stesse distribuzioni iniziali. Significativo è il fatto che sia D_c , sia D_n , raggiungono un massimo intorno a $St=O(1)$, una caratteristica che diventa molto chiara a lungo termine quando il campo di concentrazione è approssimativamente statisticamente stazionario.

In questo lavoro viene confermato che il clustering inerziale è più una caratteristica dei processi di turbolenza su piccola scala che su larga scala e si arriva alla conclusione che l'accumulo più significativo si verifica quando il tempo di risposta delle particelle è paragonabile alla scala temporale di Kolmogorov. Ciò indica che la dinamica del flusso su piccola scala gioca un ruolo significativo sul trasporto di particelle in flussi in cui la turbolenza è completamente sviluppata.

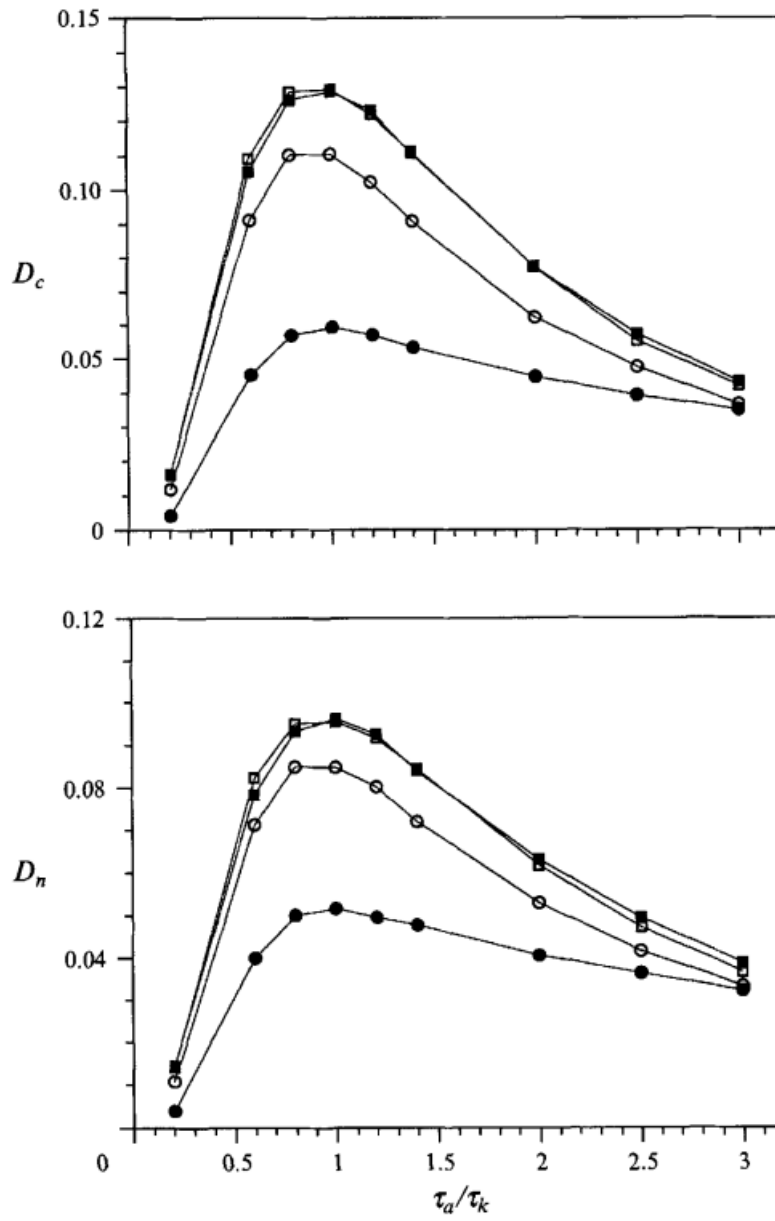


Figura 5. Le due variabili globali D_c e D_n in funzione del numero di stokes considerando quattro diversi istanti temporali

3.1.2 Lunghezza caratteristica dell'accumulo di particelle

Le osservazioni numeriche di Wang e Maxey sono state confermate in lavori successivi, come quello di Aliseda [4] nel 2002 basato su un esperimento dove il flusso turbolento era completamente sviluppato in un tunnel. È stato studiato il campo di concentrazione delle particelle nel flusso mediante elaborazione delle immagini, esse sono state prese e analizzate per caratterizzare la geometria del campo di concentrazione. Oltre a convalidare le osservazioni descritte in precedenza, vengono esposte nuove caratteristiche riguardo questo fenomeno.

L'autore definisce "cluster" regioni di concentrazione relativamente alta che si formano quando le particelle si accumulano in regioni di bassa vorticità e alta deformazione. Man mano che un numero di particelle si avvicina abbastanza, iniziano ad interagire attraverso il fluido circostante, e non reagiscono più alla turbolenza in modo indipendente.

Il confronto della distribuzione del numero di particelle e la distribuzione in un processo casuale, tramite il metodo "box counting", ha svelato una scala di lunghezza dove la concentrazione è maggiormente correlata. Questa è stata determinata come $O(10\eta)$ e può essere interpretata come una lunghezza caratteristica del cluster. Infatti, è stato osservato che circa il 50% di tutte le particelle si trova in regioni con uno spessore caratteristico compreso tra 7η e 16η , dove la concentrazione è compresa tra 1 e 2,5 volte la media. Queste informazioni supportano fortemente la scoperta che lo spessore significativo per le regioni di accumulo di particelle è dell'ordine di 10η .

Nelle pagine seguenti verranno considerati lavori più recenti che definiscono meglio gli argomenti illustrati in questo capitolo e aiutano a capire maggiormente il fenomeno.

3.2 Distribuzione spaziale delle particelle

In questa sezione esploriamo la struttura spaziale dei campi di particelle inerziali e delle scale di lunghezza su cui si verifica il raggruppamento. Consideriamo l'esperimento condotto da Petersen et al 2019 [5], dove si è considerato un flusso turbolento con $Re \approx 200-500$ e particelle con un numero di Stokes che varia tra $St = O(1)$ e $O(10)$.

Questo concetto è stato studiato utilizzando vari strumenti, tra cui la funzione di distribuzione radiale (RDF). L'RDF descrive la concentrazione scala per scala nello spazio circostante a una particella generica, rispetto a una distribuzione uniforme.

Per una distribuzione 2D è definita come:

$$g(r) = \frac{N_r/A_r}{N/A_{Tot}}$$

dove N_r rappresenta il numero di particelle all'interno di un anello di area A_r , mentre N è il numero totale di particelle all'interno del dominio planare dell'area A_{Tot} .

In presenza di clustering, l'RDF dovrebbe aumentare al diminuire della scala r , e l'intervallo su cui rimane maggiore dell'unità indica la scala di lunghezza su cui si verifica il raggruppamento.

A piccole scale, diversi autori hanno trovato un adattamento soddisfacente ai dati utilizzando una legge di potenza che quindi definisce il comportamento dell'RDF.

$$g\left(\frac{r}{\eta}\right) = c_0 \left(\frac{r}{\eta}\right)^{-c_1}$$

Dove c_0 e c_1 sono coefficienti dipendenti dal numero di Stokes. Questa formulazione è strettamente applicabile per scale dissipative.

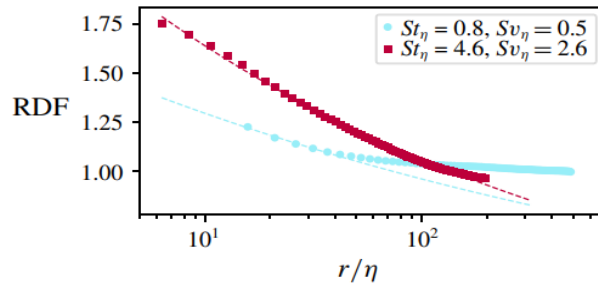


Figura 6. nella figura i simboli rappresentano il valore calcolato della funzione di distribuzione radiale (RDF) e linee tratteggiate i loro adattamenti secondo la formula esposta in precedenza, Sv è un parametro che tiene conto dell'accelerazione di gravità.

I risultati dell'esperimento di Petersen mostrano in figura 6 che i valori dell'RDF seguono strettamente la legge di potenza fino a $r/\eta \approx 40$ per St prossimo all'unità. L'allontanamento dalla legge di potenza a scale più grandi indica che l'insieme di particelle ($St=O(1)$) non è auto-simile a quelle scale.

Un oggetto è auto-simile se è esattamente o approssimativamente simile ad una sua parte ed è una proprietà tipica dei frattali, oggetti geometrici che si ripetono nella loro forma allo stesso modo su scale diverse. L'invarianza di scala è una forma di auto-similarità ed è una caratteristica di una legge fisica che non cambia forma se si scalano le lunghezze di un fattore comune. Nel nostro caso l'invarianza di scala per la legge di potenza vale solo per scale piccole e questa natura multiscale auto-simile del raggruppamento di particelle può essere spiegata come riflesso della natura multiscale autosimile dei vortici coerenti.

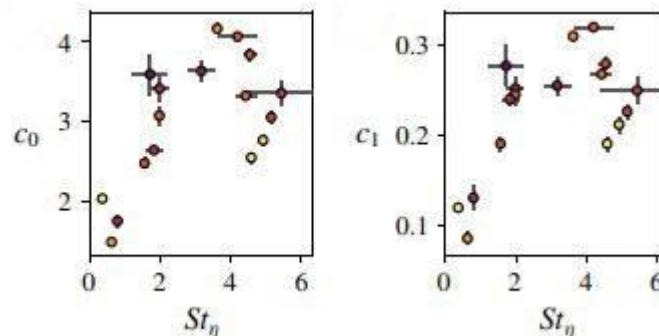


Figura 7. coefficienti della legge di potenza in funzione del numero di stokes

La figura 7 rappresenta i coefficienti della legge di potenza c_0 e c_1 su un range $10 < r/\eta < 30$ in funzione del numero di stokes.

Come possiamo vedere dal grafico, valori alti dei coefficienti si visualizzano per valori del numero di Stokes $1.5 < St < 4$. Questo conferma che le particelle con numero di Stokes $O(1)$ mostrano il grado più forte di raggruppamento nell'intorno dell'intervallo dissipativo.

Tuttavia, il clustering più intenso si verifica per $St > 1$, forse a causa dell'effetto significativo dell'assestamento gravitazionale (discusso nel capitolo 5). Aumentando l'inerzia delle particelle, ci si aspetta una perdita di correlazione spaziale man mano che il tempo di risposta delle particelle cresce oltre le scale turbolente. Recenti studi numerici a confronto hanno concluso che la gravità ostacola il raggruppamento per $St < 1$ ma lo migliora per $St > 1$, risultando in un raggruppamento significativo su un'ampia gamma di numeri di Stokes.

Essendo la legge descritta in precedenza non valida per le scale più grandi, si valutò il seguente modello della legge di potenza per grandi scale:

$$g\left(\frac{r}{\eta}\right) - 1 = c_0^* \left(\frac{r}{\eta}\right)^{-c_1^*} e^{-c_2^* r/\eta}$$

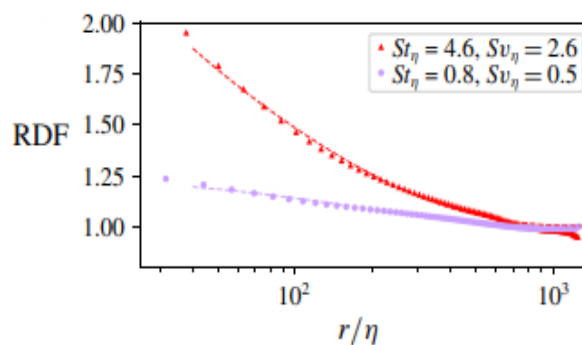


Figura 8. nella figura i simboli rappresentano il valore calcolato della funzione di distribuzione radiale (RDF) e linee tratteggiate i loro adattamenti secondo la formula esposta in precedenza.

Come dimostra la figura 8 l'ottimo adattamento ai dati sull'intera finestra conferma l'osservazione che l'RDF delle particelle ha una legge di potenza di decadimento a piccole scale e una coda esponenziale a grandi scale.

Si è mostrato che il coefficiente c_2^* diminuisce al crescere di St , implicando una maggiore estensione spaziale del raggruppamento per le particelle più inerziali. Ciò, come abbiamo detto, può essere dovuto alle particelle più inerziali che rispondono a più ampie scale temporali della turbolenza, e all'influenza dell'assestamento gravitazionale descritto sopra. La scala di lunghezza del raggruppamento su larga scala può essere stimata dalla legge esponenziale, e per $St > 1$ è approssimativamente $300\eta - 400\eta$. Presi insieme, questi risultati confermano che il clustering può estendersi a scale più grandi per particelle più pesanti.

Il lavoro di Petersen perfeziona le osservazioni ottenute da Wang e Maxey: conferma che il Clustering è più intenso per $St \approx 1$, ma rimane significativo anche per particelle più inerziali, che si raggruppano su regioni più grandi. Ciò è dovuto in parte al loro tempo di risposta paragonabile alle scale temporali di vortici più grandi, e in parte all'effetto della gravità.

Da queste osservazioni possiamo affermare che non solo i vortici delle scale più piccole contribuiscono al clustering ma anche quelli più grandi giocano un ruolo importante.

Quindi viene confermato che il Clustering inerziale è presente su qualsiasi scala della turbolenza e tenendo presente l'esistenza delle diverse leggi che regolano il raggruppamento in base alla loro inerzia, variano i meccanismi che portano alla formazione di raggruppamenti.

3.3 Influenza da Re , St e ϕ_v

Nel 2010 Monchaux [6] fu tra i primi che introdusse l'uso dei diagrammi di Voronoi per lo studio del Clustering inerziale. Nei diagrammi di Voronoi, si considera il campo di moto diviso in celle e l'area A di una cella è l'inverso della concentrazione 2D locale delle particelle. Pertanto, l'indagine sul campo dell'area di Voronoi è equivalente a quella del campo di concentrazione locale. Questo metodo è molto più efficace rispetto al "box counting methods" usato anche da Aliseda nel suo studio.

I diagrammi di Voronoi sono stati anche utilizzati da Sumbekova nel 2017 [7] che nel suo lavoro dà una descrizione generale e più dettagliata sui parametri che influenzano il fenomeno.

Per quantificare la concentrazione preferenziale, è stato confrontato per ciascun esperimento la funzione di densità di probabilità PDF delle aree di Voronoi misurate con quella prevista per un RPP (Particelle sono distribuite casualmente seguendo la distribuzione casuale del processo di Poisson).

La funzione di densità di probabilità PDF di una variabile casuale discreta continua X è una funzione di variabile reale che assegna ad ogni valore possibile di X la probabilità dell'evento elementare.

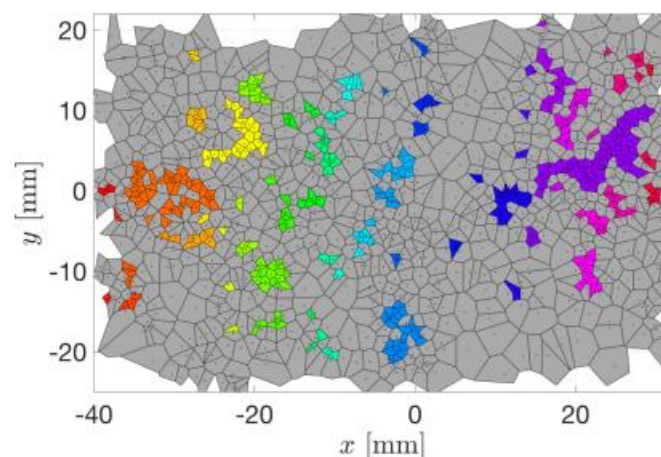


Figura 9. tipico esempio di diagramma di Voronoi tratto dall'esperimento di Sumbekova et al. Regioni colorate individuano i clusters

La figura 9 rappresenta un tipico diagramma di Voronoi, dove le regioni colorate rappresentano i clusters, definiti a pagina 23.

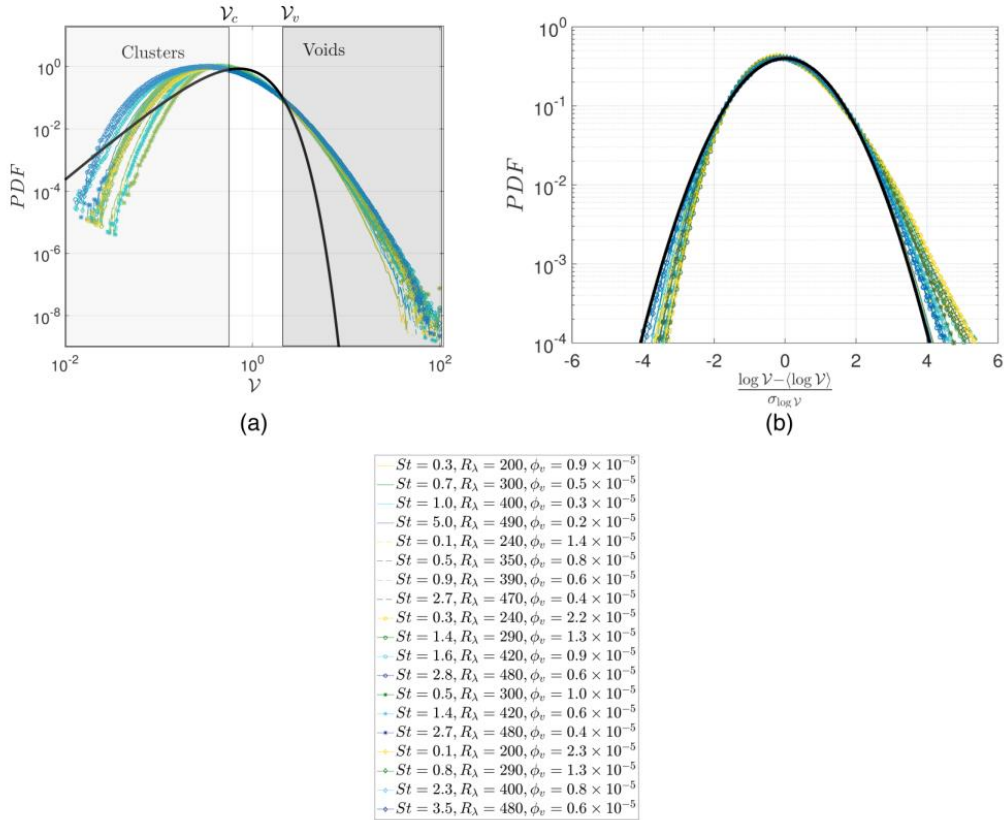


Figura 10. (a) PDF delle aree Voronoi normalizzate corrette V per tutti gli esperimenti. La linea nera continua mostra la distribuzione RPP, (b) PDF normalizzato centrato di $\log(V)$ (logaritmo decimale). La linea nera continua mostra una distribuzione Gaussiana con varianza 1

Mentre sono mostrate in figura 10(a), per tutti gli esperimenti condotti da Sumbenkova, le funzioni di distribuzione delle aree di Voronoi normalizzate dove si può osservare chiaramente l'allontanamento dal caso RPP a causa del Clustering. Qui $V = A/[A]$ rappresenta l'area di Voronoi normalizzata ed $[A]$ è la media delle aree. Come possiamo vedere le code delle PDF associate a grandi aree di Voronoi, cioè a regioni di bassa concentrazione di particelle, collassano con incertezze sulle misurazioni, mentre le code associate a piccole aree di Voronoi, cioè le regioni ad alta concentrazione di particelle, mostrano una dipendenza molto più forte con le condizioni sperimentali considerate, e in particolare con il numero di Stokes. Mentre è più difficile da questo grafico definire le dipendenze della PDF dal numero di Reynolds.

La figura 10(b) mostra il PDF di $\ln(V)$ (logaritmo decimale, centrato dalla media e normalizzato dalla deviazione standard), sottolineando la distribuzione quasi-log-normale delle statistiche delle aree di Voronoi. Questa distribuzione giustifica l'idea che le statistiche di V possano essere descritte da un unico parametro, generalmente la deviazione standard di V , σ_V , per quantificare lo scostamento dalla distribuzione RPP. La deviazione standard è un indice di dispersione statistico, vale a dire una stima della variabilità di una variabile casuale.

Mediante questo metodo si cerca di trovare delle forti dipendenze del clustering dal numero di Stokes, dal numero di Reynold e dalla frazione di volume ϕ_v (frazione di volume occupato dalle particelle).

Infatti, La Figura 11 rappresenta la differenza tra il σ_V sperimentale e il valore RPP in funzione del numero di Stokes, Re e ϕ_V .

$$\sigma_{REL} = (\sigma_V - \sigma_V^{RPP})/\sigma_V^{RPP}$$

Si osserva che la deviazione standard delle aree di Voronoi per un RPP è analiticamente definita $\sigma_V^{RPP} = 0.53$. Una deviazione standard σ_V significativamente superiore a 0.53 rivela l'esistenza di eventi di alta e bassa concentrazione in confronto al caso RPP. Al contrario, una deviazione standard σ_V sotto questo valore di riferimento evidenzerebbe la tendenza delle particelle a distribuirsi in modo più organizzato. Quindi per ogni esperimento $\sigma_{REL} > 0$ è consistente con l'esistenza del clustering.

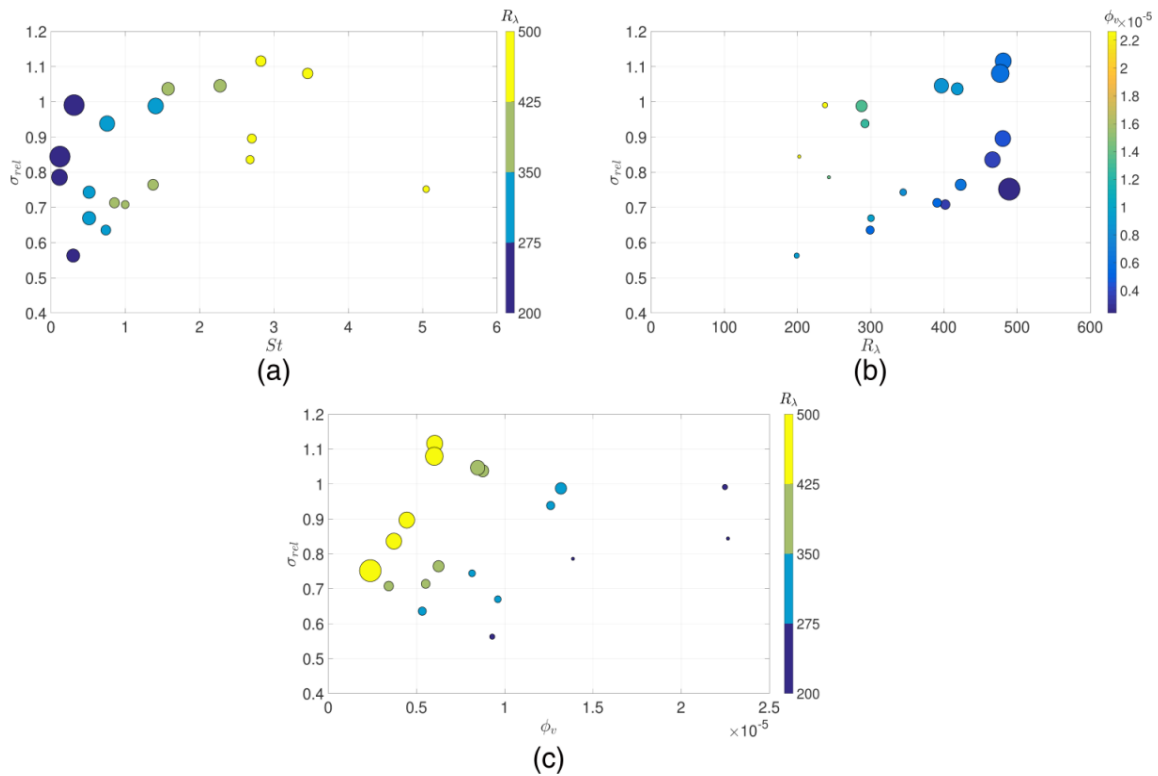


Figura 11. (a) Deviazione standard σ_{REL} in funzione di St . I colori dei simboli rappresentano il numero di Reynolds, mentre la dimensione dei simboli codifica la frazione di volume (i simboli più grandi corrispondono a esperimenti con frazione di volume maggiore). (b) Deviazione standard σ_{REL} in funzione di Re . I colori dei simboli indicano la frazione di volume, mentre la dimensione dei simboli codifica il numero di Stokes (i simboli più grandi corrispondono a esperimenti con numeri di Stokes più grandi). (c) Deviazione standard σ_{REL} rispetto a ϕ_V . I colori dei simboli riflettono il numero di Reynolds, mentre la dimensione dei simboli codifica il numero di Stokes (i simboli più grandi corrispondono a esperimenti con particelle con numero di Stokes più grande)

La caratteristica più rilevante ottenuta grazie a queste figure è la chiara dipendenza di σ_{REL} rispetto la frazione di volume, osservata in figura 9(c), dove per tutti i numeri di Reynolds considerati σ_{REL} cresce quasi linearmente con ϕ_V . Tendenze con il numero di Reynolds e il numero di Stokes sono invece più difficili da estrarre da questi grafici.

Per quantificare ulteriormente la dipendenza di σ_{REL} rispetto i tre parametri di controllo (St , Re , ϕ_V), viene considerata la seguente legge di potenza.

$$\sigma_{REL} = K St^\alpha Re^\beta \phi_V^\gamma$$

Basandosi sui grafici di figura 10, prima si determinarono β e γ considerando la deviazione standard relativa in funzione di Re e ϕ_v , trascurando al momento la dipendenza dal numero di Stokes. I risultati sono riportati in figura 11(a). Infine, si considerò la funzione $\frac{\sigma_{REL}}{Re^\beta \phi_v^\gamma}$ in funzione di St in figura 11(b).

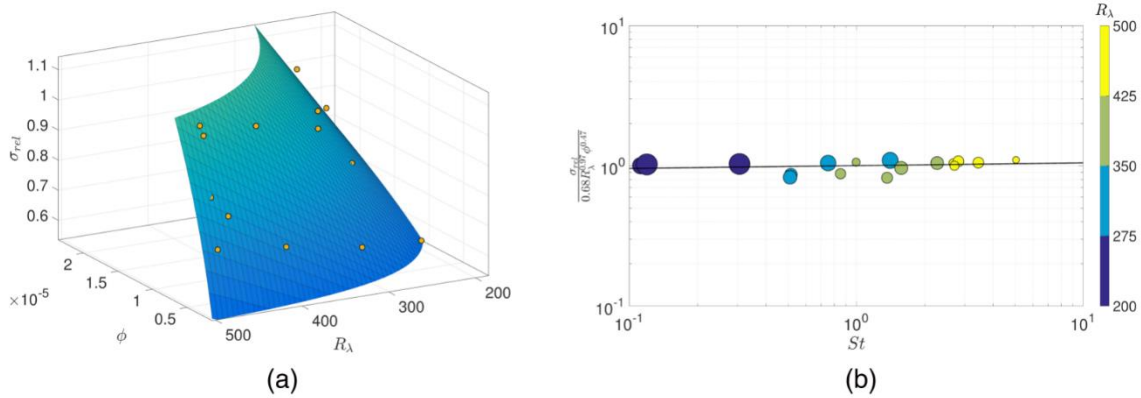


Figura 12. (a) deviazione standard relativa in funzione di Re e ϕ_v . (b) $\frac{\sigma_{REL}}{Re^\beta \phi_v^\gamma}$ in funzione di S .

Nel complesso, la dipendenza della deviazione standard relativa della distribuzione dell'area di Voronoi sui tre parametri di controllo (St , Re , ϕ_v) segue la seguente legge:

$$\sigma_{REL} = 0.68 St^{0.02} Re^{0.97} \phi_v^{0.47}$$

Questa relazione mostra una dominante dipendenza di σ_{REL} dal numero di Reynolds, un'intermedia dipendenza dalla frazione di volume e trascurabile dipendenza dal numero di Stokes.

Infine, si cercò di definire in che modo i parametri influenzano la dimensione dei clusters.

Definiamo cluster e voids in figura 10(a), in base a V_c e V_v , corrispondenti ai punti in cui il PDF dell'area sperimentale di Voronoi è al di sopra dell'RPP. I cluster sono definiti come insiemi di particelle con celle di Voronoi adiacenti la cui area $V < V_c$, mentre i voids sono identificati come celle la cui area $V > V_v$.

Utilizzando il procedimento appena descritto riguardo la dipendenza della deviazione standard relativa rispetto i tre parametri si può arrivare anche in questo caso ad una legge di potenza che descrivere la dipendenza della dimensione della geometria dei clusters rispetto St , Re e ϕ_v .

Essa mostra anche in questo caso il ruolo dominante del numero di Reynolds, una dipendenza lineare dalla frazione di volume e una dipendenza trascurabile dal numero di Stokes. Ciò suggerisce che la dimensione del cluster è controllata principalmente dalla turbolenza del flusso piuttosto che dalle proprietà della fase dispersa.

In sintesi, sia la deviazione standard σ_{REL} della distribuzione delle aree di Voronoi, sia le scale di lunghezza dei clusters e dei voids, hanno una forte dipendenza dal numero di Reynolds, una dipendenza intermedia dalla frazione volumetrica e una non significativa dipendenza dal numero di Stokes. Questa forte dipendenza del clustering dal Re rivela il ruolo dominante della turbolenza del flusso portante nel processo di raggruppamento, coerente con l'ipotesi che le strutture turbolente siano quelle responsabili della formazione degli ammassi di particelle.

Inoltre, appare rilevante la debole dipendenza, quasi inesistente, del Clustering e della geometria dell'ammasso dal numero di Stokes. Come abbiamo riportato in precedenza, vari studi evidenziarono che il clustering è massimo per il numero di Stokes di ordine unitario, invocando una migliore risonanza tra il tempo di risposta delle particelle e piccoli vortici turbolenti. Ma la maggior parte delle metriche utilizzate per caratterizzare il livello di raggruppamento si basano su quantità su piccola scala; quindi, tali metriche sono rilevanti solo per quantificare clustering a scale dissipative. L'analisi condotta in questo esperimento è molto diversa da quella usata in esperimenti con metriche che si concentrano su scale dissipative. I risultati sperimentali qui ottenuti definiscono il raggruppamento di particelle inerziali come non solo un fenomeno su piccola scala, ma un fenomeno che si verifica su tutte le scale di turbolenza.

Importante è il fatto che, a causa dell'intreccio di tutti e tre i parametri di controllo St , Re , e ϕ_v , la separazione della loro influenza sul raggruppamento è un compito estremamente difficile.

Attraverso le scoperte di questi due ultimi esperimenti descritti vengono modificate alcune osservazioni iniziali (Wang e Maxey, Aliseda) e il fenomeno viene revisionato in una chiave più generale. Come abbiamo visto il Clustering è un fenomeno multiscala e in base alle diverse scale le particelle interagiscono in modo differente con i vortici del flusso turbolento. Quindi, essendo presente su qualsiasi scala della turbolenza rimane significativo non solo per particelle con $St=1$, ma anche per particelle con un inerzia maggiore che rispondono alle scale temporali più ampie e si raggruppano su regioni più grandi. Ciò è dovuto sia al loro tempo di risposta paragonabile alle scale temporali di vortici più grandi, e in parte all'effetto della gravità. Inoltre, come mostrato nell'ultimo esperimento, il Clustering e le dimensioni dei clusters dipendono fortemente dal numero di Reynolds, ciò conferma che la struttura dei flussi turbolenti è la causa principale per la formazione delle concentrazioni inerziali, mentre per quanto riguarda il numero di Stokes, esso appare rilevante per bassi numeri di Reynolds, dove è evidente una maggiore concentrazione per $St = O(1)$, mentre per alti numeri di Reynolds il clustering è quasi indipendente dal numero di Stokes.

3.4 Ciclo di vita dei clusters.

In questa sezione verrà discussa la persistenza temporale dei clusters tenendo conto della loro dimensione e del numero di Stokes. Faremo riferimento all'esperimento di Liu nel 2020 [8] che utilizzo il metodo di Voronoi per tracciare le particelle inerziali (con numero di Stokes maggiore di 1) prima, durante e dopo la vita dei clusters.

Per iniziare l'analisi si considera la figura 13 che presenta la funzione di densità di probabilità della vita dei clusters per i vari casi.

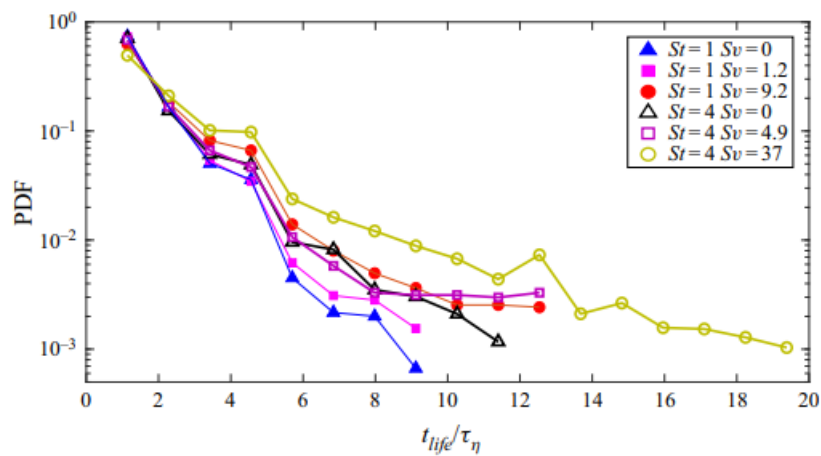


Figura 13. Funzione di densità di probabilità della vita dei clusters variando St e Sv

I risultati mostrano che la vita dei clusters aumenta all'aumentare del numero di Stokes ed anche il parametro Sv , che tiene conto della gravità, contribuisce ad estendere il tempo di vita.

È naturale pensare che la durata di questi ammassi di particelle sia influenzata dalle proprietà di questo fenomeno, in particolare dalla dimensione L_c . La figura 14(a) mostra la PDF della grandezza dei clusters variando il tempo di vita per il caso in cui $St=4$ e $Sv=37$. La relazione tra le due quantità in esame è confermata anche in figura 14(b) dove possiamo confermare che dimensione e tempo di vita crescono all'aumentare dell'inerzia e degli effetti della gravità.

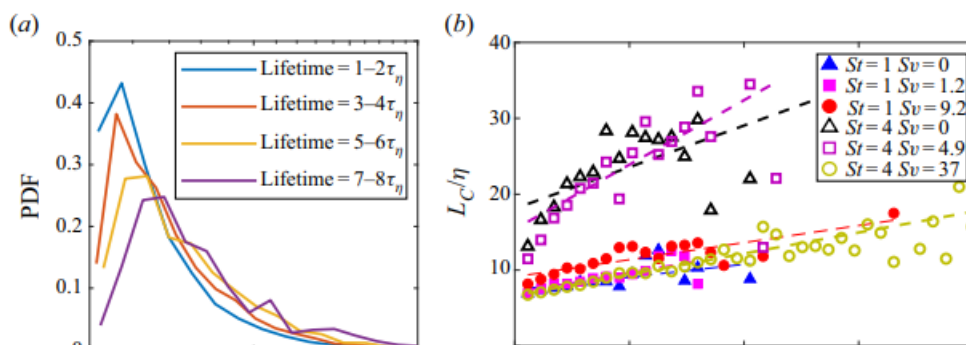


Figura 14 (a) Funzione di densità di probabilità della dimensione dell'ammasso di particelle variando il tempo di vita. (b) dimensione del cluster in funzione della durata per i vari casi

Nel capitolo 5 verrà dedotto che per $St > 1$, la gravità riduce l'impatto relativo della turbolenza sulla dispersione di particelle inerziali, gli effetti gravitazionali portano ad interazioni particella-vortice più brevi e ciò implica una riduzione della dispersione. Quindi la gravità permette la formazione di clusters più grandi e di lunga vita. Un'eccezione è rappresentata dal caso rappresentato in figura 14(b) in cui $St = 4$, $Sv = 37$ che mostra piccoli e durevoli clusters. In questo caso, i grandi effetti gravitazionali non concedono tempo sufficiente perché la turbolenza generi grandi concentrazioni, quindi si formano piccoli gruppi di particelle che viaggiano attraverso il dominio con piccoli cambi nella loro posizione reciproca.

Liu continuò il suo lavoro definendo gli eventi che portano alla formazione e alla distruzione dei clusters. Egli considerò tre diversi eventi che possono originare clusters: coagulazione, separazione e ricombinazione. La coagulazione consiste in clusters nati da una serie di particelle che nella fase precedente alla nascita non appartenevano a nessuna concentrazione. Chiamiamo separazione il caso in cui un cluster "monogenitore" contribuisce più della metà delle particelle dell'ammasso neonato mentre con ricombinazione si intende l'unione di più cluster monogenitori. Le cause della distruzione dei clusters sono classificate in modo analogo: disintegrazione, se la maggior parte delle particelle non appartiene a qualsiasi nuovo cluster nella fase temporale successiva; assorbimento, se un nuovo cluster riceve la maggioranza delle particelle; scissione, negli altri casi.

La figura 15(a) mostra graficamente la probabilità delle diverse combinazioni dei modi di nascita e di morte, mentre le figure 15(b) e 15(c) confrontano la durata e le dimensioni in questi scenari, rispettivamente.

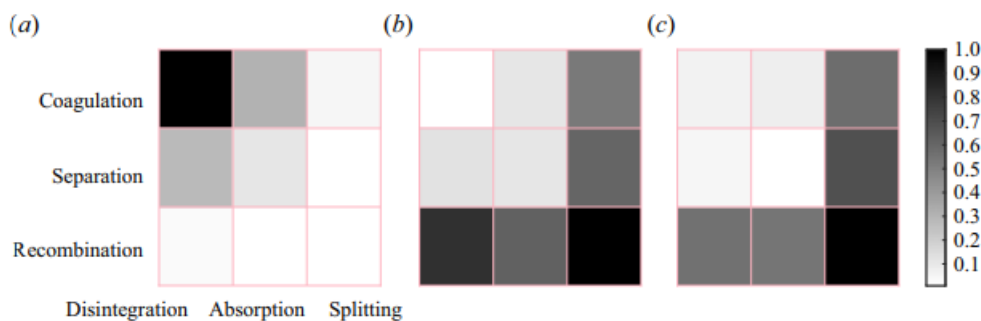


Figura 15(a) Probabilità relativa delle combinazioni dei diversi tipi di nascita e morte per il caso in cui $St=1$, $Sv=1.2$. Per ogni combinazione, la durata media del cluster (b) e la dimensione (c) sono normalizzate dai rispettivi valori massimi.

Come possiamo vedere lo scenario più comune per la nascita è la coagulazione mentre per la morte è la disintegrazione di piccoli e poco durevoli clusters. Mentre ricombinazione e scissione sono rari ma sono associati a grandi clusters e di lunga durata.

Adesso poniamo la nostra attenzione sul processo di formazione e distruzione dei clusters. Consideriamo un insieme di particelle che fa parte di un cluster e definiamo una dimensione caratteristica R_g come la distanza media delle particelle dal centro di massa dell'insieme. In figura 16 viene raffigurato R_g in funzione del tempo prima della nascita e dopo la distruzione.

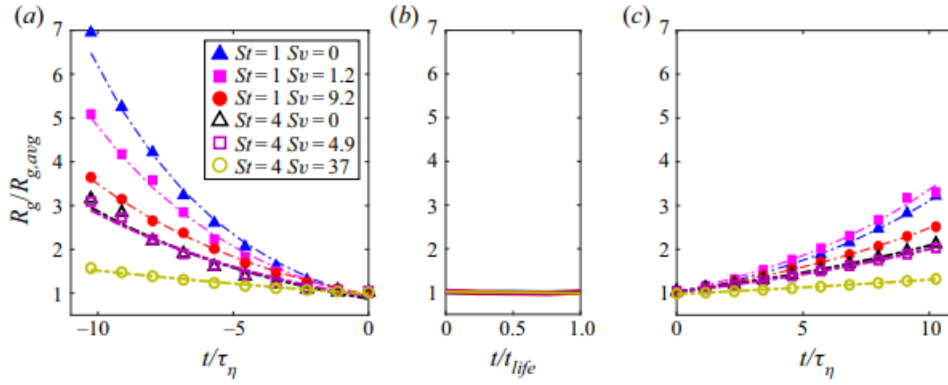


Figura 16. Evoluzione del raggio R_g dei clouds di particelle normalizzato dal suo valore medio durante il tempo di vita: (a) prima della nascita, (b) durante la vita, e (c) dopo la morte.

Da questi grafici riusciamo a ricavare che questi insiemi si contraggono ed espandono esponenzialmente in funzione del tempo rispettivamente prima e dopo il tempo di vita del cluster, inoltre la velocità di contrazione prima della nascita è molto più alta della velocità di espansione dopo la morte. È anche evidente come le due velocità diminuiscono all'aumentare di St e Sv ; quindi, queste osservazioni coincidono con l'affermazione che aumentando l'inerzia e gli effetti della gravità aumenta anche la durata di vita del cluster ma ciò implica anche un maggior tempo per la sua formazione. In aggiunta, come possiamo vedere dalla figura 16 (b), il raggio R_g rimane quasi costante durante la vita del cluster; quindi, la distanza relativa tra le particelle non cambia.

Infine, per stabilire il ruolo della turbolenza nel processo di accumulazione si usa l'estrofia locale ω^2 (definita in fluidodinamica come varianza della vorticità), parametro che caratterizza l'attività delle piccole scale turbolente. In figura 17 è rappresentata l'estrofia locale normalizzata in funzione del tempo prima della nascita (a), durante la vita (b) e dopo la morte (c)

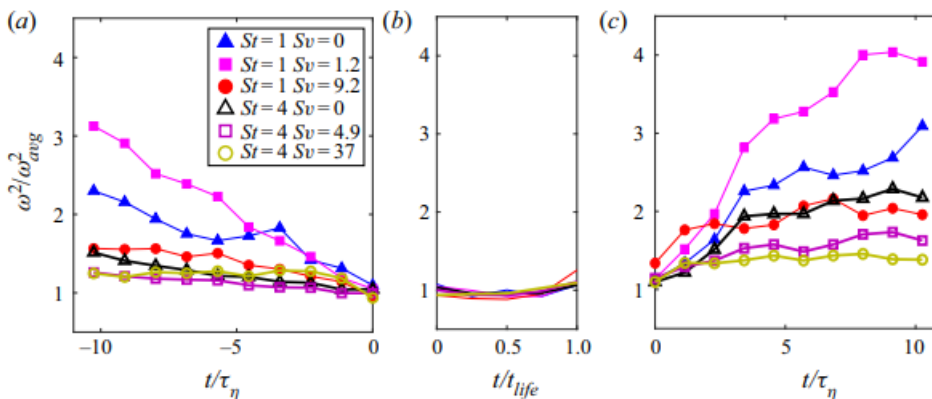


Figura 17. Evoluzione dell'estrofia normalizzata dalla sua media durante la vita: (a) prima della nascita, (b) durante la vita e (c) dopo la morte.

Come possiamo vedere dai grafici l'estrofia locale diminuisce quasi linearmente nel tempo prima della formazione, cresce molto più velocemente dopo la morte e rimane quasi costante durante il tempo di vita. Inoltre, il tasso di cambiamento è più ripido per particelle con St e Sv nell'ordine di uno. Queste affermazioni esprimono una forte influenza dell'attività della turbolenza su piccola

scala, sulla formazione e distruzione dei clusters: essi si formano quando gli insiemi di particelle sentono una diminuzione dell'attività turbolenta, persistono se l'ambiente è relativamente calmo e si distruggono con l'aumentare delle fluttuazioni turbolente.

Grazie a queste informazioni riusciamo a riassumere le caratteristiche più importanti riguardo la formazione, la vita e la distruzione della concentrazione di particelle in un flusso turbolento. I clusters hanno una tipica durata di qualche scala di tempo di Kolmogorov, ciò conferma il fatto che il clustering è guidato dalla turbolenza su piccola scala. La loro vita è strettamente legata alla loro dimensione, infatti è stato scoperto che clusters più grandi hanno una vita maggiore. In aggiunta, la loro durata aumenta con l'incremento dell'inerzia delle particelle e con l'aumento degli effetti di gravità che portano alla riduzione della dispersione turbolenta. È stato scoperto che esistono vari scenari che portano alla nascita e la morte di questi ammassi di particelle, il più probabile è la formazione di piccoli clusters tramite coagulazione di particelle non concentrate seguito velocemente da una disintegrazione in particelle che nella fase successiva non appartengono a concentrazioni. Essendo questo scenario il più probabile viene confermato il fatto che piccoli clusters hanno una breve vita, mentre grandi clusters sono nati più frequentemente tramite ricombinazione di altri clusters e la loro distruzione avviene tramite scissione in altri raggruppamenti che hanno una durata maggiore. Inoltre, è stato analizzato gli insiemi di particelle che fanno parte di un cluster, si contraggono esponenzialmente prima della nascita e si espandono esponenzialmente dopo la morte con una velocità minore, questa asimmetria comporta che la formazione dei clouds è più veloce della distruzione. Analisi sulla estrofia portarono alla scoperta che la formazione del raggruppamento di particelle avviene durante una fase dove l'attività turbolenta su piccola scala decade e la distruzione coincide con il termine di questo stato di "quiete". Quindi, in contrasto col fatto che il clustering è associato ad un'intensa turbolenza, i clusters hanno bisogno di un ambiente calmo per sopravvivere.

4 Meccanismi del clustering

Nel corso degli anni sono stati proposti diversi meccanismi per esporre il fenomeno del clustering inerziale. In questo capitolo verranno discusse le principali teorie che descrivono il fenomeno in base alla natura turbolenta, considerando bassi ed alti Re al variare del numero di Stokes.

4.1 Meccanismo centrifugo

Le strutture vorticosi coerenti sono i meccanismi che causano la concentrazione preferenziale producendo movimenti diretti di particelle [9]. Il meccanismo centrifugo si basa sul fatto che, le particelle più dense del fluido circostante non possono seguire le correnti di flusso istantanee del fluido; quindi, una singola particella non rimane necessariamente con un dato elemento fluido. Per capire come ciò possa comportare una concentrazione consideriamo i due semplici flussi bidimensionali illustrati in figura 18. L'immagine in basso mostra una particella che si muove nelle vicinanze di un vortice bidimensionale. La particella non può seguire le linee di flusso curve e si allontana dal centro del vortice. Pertanto, ci aspettiamo che i nuclei dei vortici siano regioni a bassa concentrazione di particelle; ciò è stato confermato da numerosi esperimenti e simulazioni. L'immagine in alto mostra una regione di flusso convergente. Questa regione è caratterizzata da alta velocità di deformazione e bassa vorticità. Ovviamente, la situazione reale è molto più complicata di quella appena descritta.

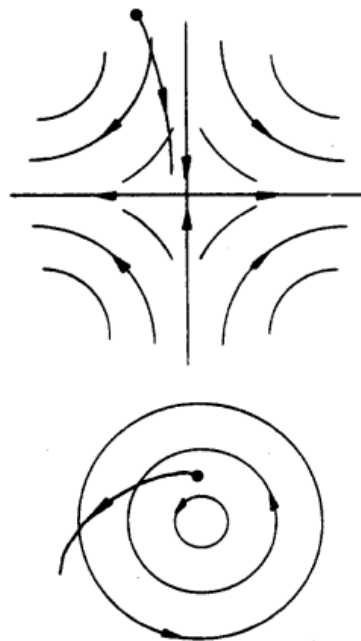


Figura 18 Interazione di una particella con semplici flussi bidimensionali

Il meccanismo centrifugo è fondamentalmente valido per particelle con piccola inerzia; perciò, negli ultimi anni altri meccanismi sono stati proposti per descrivere la condizione del raggruppamento delle particelle con grande inerzia.

Quando il numero di Reynolds in un flusso turbolento è basso non esiste una struttura gerarchica di vortici turbolenti. In tal caso, vortici coerenti della scala di lunghezza di Kolmogorov fanno sì che le particelle formino ammassi quando il τ_p (definito in 2.4) delle particelle è confrontabile con la caratteristica scala temporale della turbolenza. In altre parole, il Clustering delle particelle dovuto agli effetti centrifughi è più pronunciato quando il numero di Stokes è approssimativamente 1 a basso numero di Reynolds (come descritto in 3.1). Ora, per definire meglio questo meccanismo, riassumiamo le caratteristiche del fenomeno esposte nel capitolo precedente tenendo conto della natura delle particelle e del flusso turbolento.

Se consideriamo un flusso con basso numero di Reynolds quando St è molto minore di uno, una particella inerziale si comporta come una particella fluida, e quindi le particelle non possono formare ammassi a causa dell'incomprimibilità del fluido (Oka 2021 [10]).

D'altra parte, quando St è molto maggiore di uno, i moti delle particelle sono quasi indipendenti dal flusso, e quindi non si raggruppano per l'azione dei vortici coerenti, sebbene un altro meccanismo possa portare al raggruppamento di particelle con St grande. Questo meccanismo viene descritto in Wilkinson nel 2005 [11] dove si sostiene che l'inerzia delle particelle porta alla formazione di regioni definite "caustics". Ad un dato istante di tempo, le velocità di due particelle vicine possono differire notevolmente l'una dall'altra. Quindi le curve di velocità delle particelle inerziali possono mostrare discontinuità in alcune regioni del flusso. Tali regioni sono note come "caustics", dove la velocità delle particelle non può essere descritta come un campo a valore singolo. In questo lavoro è stato dimostrato che queste tipologie di regioni possono essere un meccanismo per il raggruppamento di particelle sospese in un flusso turbolento, nei casi in cui l'inerzia delle particelle è significativa.

Mentre nel caso in cui $St \approx 1$, le particelle sono spazzate via dai vortici coerenti a scale dissipative (scale di Kolmogorov) e si accumulano in regioni ad alta deformazione a bassa vorticità per formare ammassi (meccanismo centrifugo). Nonostante sia rilevante il fatto che si ha una maggiore concentrazione per un numero di Stokes prossimo all'unità, vari ricercatori argomentarono che il meccanismo centrifugo è solo dominante per numeri di Stokes molto minori di uno e fuori da questo regime lascia il posto ad un meccanismo chiamato "path-history" (Bragg 2014 [12]). Esso si basa sul fatto che la dinamica delle particelle si disaccoppia dal campo di velocità del fluido locale e le interazioni passate con eventi turbolenti diventano sempre più importanti.

Quindi sembra che questi effetti di centrifugazione siano predominanti a scale dissipative o nei casi in cui lo spettro energetico è per lo più concentrato attorno a una singola scala di lunghezza, come in flussi turbolenti a basso numero di Reynolds.

In sintesi, il meccanismo centrifugo si basa sulla natura dissipativa della dinamica delle particelle inerziali che è responsabile del forte raggruppamento che si sviluppa.

4.2 Meccanismo “sweep-stick”

Nella pagina precedente abbiamo visto come varia il comportamento delle particelle immerse in un flusso turbolento con un basso numero di Reynolds in base al numero di Stokes e sono stati definiti i meccanismi proposti per giustificare questo accumulo.

Ora se consideriamo numeri di Reynolds più alti il clustering non può essere inteso come un fenomeno a singola scala ma piuttosto ha una natura multiscala; quindi, il meccanismo centrifugo non è più valido. A numeri di Reynolds più alti non solo i vortici più piccoli svolgono un ruolo nella concentrazione delle particelle pesanti ma sono presenti anche vortici più grandi che contribuiscono al processo.

Un meccanismo proposto per spiegare questa struttura di clustering multiscala è il cosiddetto meccanismo sweep-stick (SSM) descritto per la prima volta da Chen nel 2006 [13], per cui in un flusso turbolento bidimensionale (2D) omogeneo ed isotropo (HIT), la distribuzione spaziale delle particelle pesanti imita quella del raggruppamento di punti in cui l'accelerazione del fluido è nulla. È stato anche dimostrato che il meccanismo è valido sia per 2D che per 3D HIT (Coleman 2009 [14]).

Il meccanismo sweep-stick spiega questa coincidenza in termini di spazzamento (sweep) di regioni a bassa accelerazione da parte della velocità del fluido locale e il fatto che le particelle sui punti di accelerazione zero si muovano insieme a questi punti (stick), mentre si allontanano da punti di accelerazione diversi da zero. Il meccanismo dello sweep-stick è diverso dagli effetti centrifughi che, come abbiamo detto, sono predominanti nei flussi in cui lo spettro energetico è prevalente concentrato attorno a una singola scala di lunghezza come nella turbolenza a basso numero di Reynolds.

La differenza è duplice: il meccanismo dello sweep-stick tiene conto dello spazzamento di piccoli vortici da quelli più grandi e anche il fatto che vortici di scale di lunghezza molto diverse coesistono in un unico flusso; facendo sì che il raggruppamento di particelle abbia una distribuzione multiscala.

Il meccanismo si basa sul fatto che le particelle si accumulano in punti dove:

$$e^{(1)} \cdot a = 0 \quad e \quad \lambda^{(1)} > 0$$

a è l'accelerazione del fluido, $e^{(1)}$ è l'autovettore associato al più grande autovalore positivo $\lambda^{(1)}$ della parte simmetrica del tensore dell'accelerazione ∇a . La distribuzione spaziale di $e^{(1)} \cdot a = 0$ viene etichettata come A.

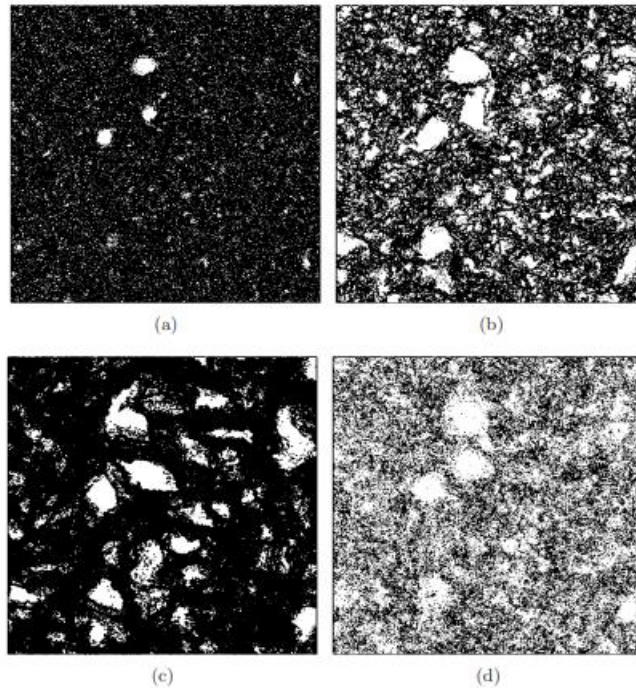


Figura 19. a), b) e c) mostrano la distribuzione spaziale delle particelle pesanti per $St = 0.1$, $St = 1.6$ e $St = 5.2$, in un determinato istante di tempo in 2D HIT. d) mostra la posizione dei punti di accelerazione zero allo stesso tempo.

In figura 19 viene mostrata la distribuzione spaziale delle particelle pesanti, considerando 3 diversi numeri di Stokes, confrontate con la posizione dei punti del fluido con zero accelerazione. Immagini ottenute da Coleman 2009 nel suo studio sul SSM. Il confronto delle distribuzioni di particelle inerziali con la distribuzione dei punti di accelerazione zero del fluido mostra una chiara correlazione visiva tra il raggruppamento di particelle e quella dei punti di accelerazione zero. Chiaramente, dall'ispezione visiva del raggruppamento di particelle pesanti con i punti con accelerazione zero si possono trarre solo conclusioni limitate. Proprio per questo Coleman nel 2009 introdusse due modi per quantificare questa tendenza: una funzione di correlazione e una PDF campionata alle posizioni delle particelle pesanti. Grazie a questi metodi dimostrarono anche che il meccanismo centrifugo, esposto nel paragrafo precedente, vale solo per St minore di uno, a scale dissipative. Furono anche definiti i vantaggi del meccanismo dello sweep-stick rispetto ad altri meccanismi: esso dà una chiara previsione di dove le particelle pesanti si raggrupperanno senza la necessità di un'integrazione lagrangiana e sembra facilmente estendibile a flussi disomogenei.

Ora riassumiamo brevemente la dipendenza dal numero di Stokes del raggruppamento di particelle per un flusso con alto numero di Reynolds. Il clustering è inteso in termini di risonanza tra i coerenti vortici multiscala e le particelle. Quando τ_p è una piccola percentuale di τ_f , solo i vortici su scala più piccola sono risonanti con le particelle, e solo clusters di scala più piccola sono creati. Se τ_p è più grande di τ_f appaiono clusters più grandi perché vortici più grandi di η sono risonanti con le particelle. La dimensione dei clusters aumenta con l'aumentare di τ_p finché τ_p raggiunge il tempo integrale (la scala temporale più lunga) di turbolenza. D'altra parte, al crescere di τ_p , i cluster di particelle su scala più piccola diventano deboli perché come aumenta τ_p , la condizione di risonanza viene violata da vortici di dimensioni minori (goto2008[15]).

Inoltre, è importante notare che il meccanismo sweep-stick suggerisce che l'impatto del numero di Stokes dovrebbe essere più visibile in un flusso turbolento caratterizzato da un numero di Reynolds piccolo. Questo potrebbe spiegare perché, nelle simulazioni a basso numero di Reynolds, e negli esperimenti, una diminuzione del clustering è stata effettivamente osservata quando il numero di Stokes supera l'unità. Terminiamo il capitolo dicendo che, come descritto da Sumbekova, la separazione dell'influenza dei parametri sul clustering, specialmente il numero di Stokes, è un argomento molto complicato e non esiste una teoria assoluta che descriva chiaramente la dipendenza sul fenomeno del clustering inerziale.

5 Ruolo della gravità

In molte simulazioni numeriche che abbiamo considerato non vengono inclusi gli effetti della gravità. Per particelle immerse in un fluido sono tipicamente in gioco due effetti principali: la resistenza viscosa a cui è soggetta la particella rispetto al fluido agitato e una forza esterna, come la gravità, che agisce a causa del contrasto di densità con il fluido. Mentre la resistenza è predominante per piccole particelle, la gravità è di rilievo nella dinamica delle particelle di grandi dimensioni. In questo capitolo vedremo i principali effetti della gravità sul Clustering inerziale dedotte da vari ricercatori che ci porteranno ad avere una visione più chiara anche sugli aspetti descritti nelle pagine precedenti.

Per analizzare gli effetti della gravità usiamo il numero di Froude:

$$Fr = \frac{\epsilon^{\frac{3}{4}}}{(g\nu^{\frac{1}{4}})}$$

definito come il rapporto tra la tipica accelerazione turbolenta η/τ_n^2 e l'accelerazione di gravità. La forza di gravità è trascurabile se il numero di Froude è molto maggiore di uno ma, considerando che nei fenomeni terrestri tipicamente abbiamo un numero di Froude molto piccolo, è importante tenere conto della gravità.

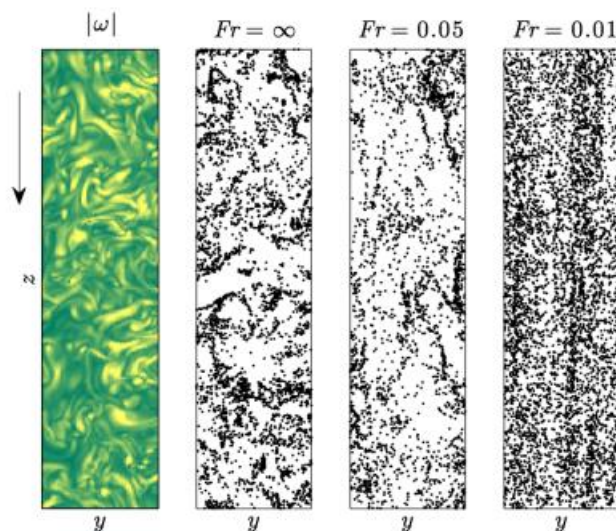


Figura 20. Istantanea del modulo di vorticità (a sinistra; giallo = valori bassi, verde = valori alti) e delle posizioni della particella per $Re = 130$, $St = 1$ e tre diversi valori del Numero di Froude. La freccia verticale indica la gravità

La figura 20 mostra una rappresentazione istantanea del modulo della vorticità in una sottile fetta del flusso tridimensionale preso in considerazione, insieme alla posizione delle particelle con lo stesso Stokes ($St = 1$) ma diversi numeri di Froude Fr . Essa è stata ottenuta dalla simulazione numerica di Bec nel 2014 [16]. Osserviamo che quando la gravità è trascurabile ($Fr = \infty$) la distribuzione delle particelle è correlata alle regioni a bassa vorticità. Aumentare l'effetto della gravità non distrugge istantaneamente gli ammassi di particelle, ma piuttosto dà loro un po' di anisotropia man mano che diventano sempre più allineati con la direzione verticale $e_z = -\mathbf{g}/g$. Questo indica che, come vediamo in figura, il clustering è ancora presente ma i gradienti di concentrazione sono principalmente nelle direzioni orizzontali.

Per definire meglio questo aspetto si definisce velocità di sedimentazione media $V_g = -(\mathbf{V}_p \cdot \mathbf{e}_z)$, dove \mathbf{V}_p è la velocità delle particelle. Si dimostra che essa è uguale alla seguente espressione:

$$V_g = \tau_p g - u_z(X_p, t),$$

dove u è la componente della velocità del fluido lungo z e X_p la posizione della particella.

Il primo termine corrisponde alla velocità terminale (la massima velocità raggiungibile da una particella mentre cade attraverso un fluido) di una particella con risposta tempo τ_p in un fluido fermo.

È stato osservato che le particelle precipitanti in un flusso turbolento è più probabile che campionino regioni dove la velocità del fluido verticale è allineata con la gravità, portando a un miglioramento della loro velocità media di sedimentazione.

Questo effetto è mostrato in Fig. 21, che rappresenta l'aumento relativo della velocità di sedimentazione $\Delta_v = (V_g - \tau_p g) / (\tau_p g)$ in funzione del numero di Stokes e per differenti valori di Fr e Re .

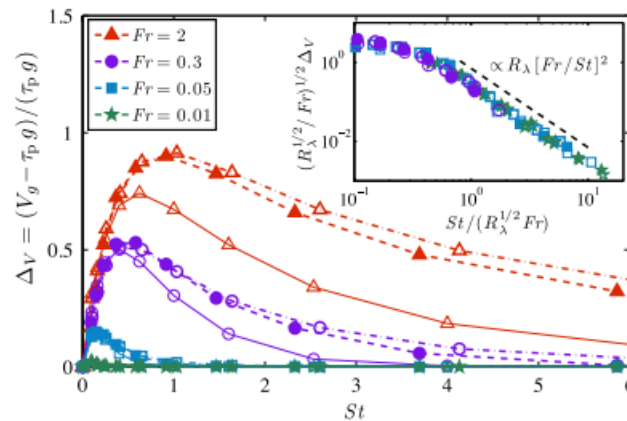


Figura 21. Aumento relativo della velocità di sedimentazione Δ_v in funzione del numero di Stokes St per vari numeri di Froude, come etichettati, e $Re = 130$ (simboli sottili, linee semplici), $Re = 290$ (simboli pieni, linee tratteggiate) e $Re = 460$ (simboli aperti simboli, linee tratteggiate).

Dal grafico possiamo notare che l'effetto è più forte per valori più grandi del numero di Froude (quando le accelerazioni turbolente dominano sulla gravità) e ad inerzia delle particelle sufficientemente grande. Viceversa, per particelle a bassa inerzia ($St \ll 1$), il guadagno Δv è pressoché indipendente sia dal numero di Reynolds che dal numero di Froude.

Inoltre è importante sottolineare che la gravità non agisce in maniera uniforme. È stato osservato (Ireland 2019b [17], Bec et al 2014 [16]) che quando $Fr \ll 1$ (effetti della gravità non trascurabili) il clustering diminuisce se il numero di Stokes è minore o uguale ad uno, mentre aumenta se esso è circa maggiore di uno.

Infatti esperimenti evidenziano che a basso numero di Stokes la gravità riduce il grado di clustering diminuendo il tempo delle particelle per reagire alla struttura del moto turbolento. Aumentando la forza di gravità, la particella precipita più rapidamente attraverso il flusso, avendo minori velocità e maggiori accelerazioni che nel caso senza gravità. Quindi se il numero di Stokes è minore di 1 la gravità agisce principalmente riducendo il clustering portando le particelle a velocità relative a piccole scale ad essere vicine a quelle delle particelle fluide.

Mentre se consideriamo alti numeri di Stokes la gravità riduce la velocità relativa delle particelle diminuendo l'effetto "path-history" in modo da aumentare il clustering.

Inoltre è stato osservato che, tenendo conto della gravità, il clustering è solo debolmente dipendente dal Re per particelle con basso numero di Stokes, mentre diventa sempre più importante ad alto St , ciò conferma la validità delle osservazioni riportate nei capitoli precedenti.

Conclusioni

Particelle inerziali immerse in un flusso turbolento sono di rilevante interesse in molti sistemi naturali o industriali, è evidente quindi l'importanza di comprendere il fenomeno del Clustering inerziale. Esso è stato ampiamente studiato e documentato in numerosi esperimenti e simulazioni numeriche e descrive la tendenza di queste particelle ad accumularsi in determinate regioni del campo di moto, principalmente a causa della struttura dei flussi turbolenti e dell'inerzia di queste particelle. Il Clustering è un fenomeno multiscala, ciò indica che è realizzato su una moltitudine di scale e una caratterizzazione completa di questo fenomeno non è semplice. In base alle diverse scale le particelle interagiscono in modo differente con la struttura del flusso turbolento, infatti, abbiamo presentato diversi meccanismi che provano a descrivere questa tendenza e differiscono per la natura turbolenta del flusso e per le caratteristiche delle particelle, quindi per la risonanza tra vortici e particelle. Ciò è espresso anche dalle diverse leggi che si adattano alla funzione di distribuzione radiale, legge di potenza per piccole scale ed esponenziale per grandi scale. Inoltre appare estremamente complicato cercare di trovare una separazione dell'influenza dei parametri come il numero di Stokes e il numero di Reynolds dal Clustering inerziale. Vari ricercatori tentarono questo compito e si osservò che il Clustering e le dimensioni dei clusters dipendono fortemente dal numero di Reynolds, moderatamente dalla frazione di volume delle particelle e sono quasi indipendenti dal numero di Stokes, altri ricercatori osservarono inoltre che le dimensioni dei raggruppamenti aumentano con l'aumento dell'inerzia. La forte dipendenza dal numero di Reynolds conferma che la struttura dei flussi turbolenti è la causa principale per la formazione dei clusters, mentre per quanto riguarda il numero di Stokes, esso appare rilevante per bassi numeri di Reynolds, dove è evidente una maggiore concentrazione per $St = O(1)$, mentre per alti numeri di Reynolds il clustering è quasi indipendente dal numero di Stokes. Si scoprì inoltre che i clusters hanno una durata tipica di qualche scala di tempo di Kolmogorov e la loro vita è strettamente legata alla loro dimensione, fu scoperto infatti che clusters più grandi hanno una vita maggiore; inoltre sono stati osservati vari metodi di formazione e distruzione dei raggruppamenti e sono stati messi in relazione con la durata e la dimensione dei clusters. È stato osservato che la formazione dei clusters avviene durante una fase in cui l'attività turbolenta su piccola scala decade e la distruzione corrisponde con la fine questa inattività. Il classico meccanismo considerato per descrivere il Clustering inerziale è il meccanismo centrifugo che consiste nell'effetto centrifugo dei vortici coerenti che allontanano le particelle facendole accumulare in zone caratterizzate da bassa vorticità, tuttavia esso risulta valido solo per particelle con bassa inerzia e per numeri di Reynolds piccoli. Questo meccanismo appare dominante quando lo spettro energetico risulta per lo più concentrato attorno a una singola scala di lunghezza e si basa sulla natura dissipativa della dinamica delle particelle inerziali. Altri metodi per rappresentare il clustering con basso numero di Reynolds e per vari numeri di Stokes sono stati esposti, come il meccanismo "path history" e il meccanismo che riguarda le regioni "caustics". Considerando invece numeri di Reynolds alti, il Clustering deve essere considerato completamente come un fenomeno multiscala dove anche i grandi vortici contribuiscono al raggruppamento. Un meccanismo proposto per spiegare il Clustering in questo caso è il meccanismo "sweep stick" che si basa sul fatto che la distribuzione spaziale delle particelle pesanti imita quella del raggruppamento dei punti in cui l'accelerazione del fluido è nulla. Essendo le particelle più pesanti del fluido circostante è importante tenere conto della gravità, la principale osservazione riscontrata è che la gravità non agisce in maniera uniforme, infatti, quando essa non è trascurabile, diminuisce il clustering se il numero di Stokes è minore di uno mentre lo amplifica se esso è maggiore di uno.

Bibliografia

- [1] R. Arina, *Fondamenti di Aerodinamica*, Levrotto & Bella, Seconda Edizione, 2019
- [2] Richardson, Lewis Fry. *Weather prediction by numerical process*. University Press, 1922.
- [3] Wang, Lian-Ping, and Martin R. Maxey. "Settling velocity and concentration distribution of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence." *Journal of fluid mechanics* 256 (1993): 27-68.
- [4] Aliseda, Alberto, et al. "Effect of preferential concentration on the settling velocity of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence." *Journal of Fluid Mechanics* 468 (2002): 77-105.
- [5] Petersen, Alec J., Lucia Baker, and Filippo Coletti. "Experimental study of inertial particles clustering and settling in homogeneous turbulence." *Journal of Fluid Mechanics* 864 (2019): 925-970.
- [6] Monchaux, Romain, Mickaël Bourgoïn, and Alain Cartellier. "Preferential concentration of heavy particles: a Voronoï analysis." *Physics of Fluids* 22.10 (2010): 103304.
- [7] Sumbekova, Sholpan, et al. "Preferential concentration of inertial sub-Kolmogorov particles: the roles of mass loading of particles, Stokes numbers, and Reynolds numbers." *Physical Review Fluids* 2.2 (2017): 024302.
- [8] Liu, Yuanqing, et al. "Life and death of inertial particle clusters in turbulence." *Journal of Fluid Mechanics* 902 (2020): R1.
- [9] Maxey, Martin R. "The gravitational settling of aerosol particles in homogeneous turbulence and random flow fields." *Journal of fluid mechanics* 174 (1987): 441-465.
- [10] Oka, Sunao, and Susumu Goto. "Generalized sweep-stick mechanism of inertial-particle clustering in turbulence." *Physical Review Fluids* 6.4 (2021): 044605.
- [11] Wilkinson, M., and Bernhard Mehlig. "Caustics in turbulent aerosols." *Europhysics Letters* 71.2 (2005): 186.
- [12] Bragg, Andrew D., and Lance R. Collins. "New insights from comparing statistical theories for inertial particles in turbulence: I. Spatial distribution of particles." *New Journal of Physics* 16.5 (2014): 055013.

- [13] Chen, L., S. Goto, and J. C. Vassilicos. "Turbulent clustering of stagnation points and inertial particles." *Journal of Fluid Mechanics* 553 (2006): 143-154.
- [14] Coleman, S. W., and J. C. Vassilicos. "A unified sweep-stick mechanism to explain particle clustering in two-and three-dimensional homogeneous, isotropic turbulence." *Physics of Fluids* 21.11 (2009): 113301.
- [15] Goto, Susumu, and J. C. Vassilicos. "Sweep-stick mechanism of heavy particle clustering in fluid turbulence." *Physical review letters* 100.5 (2008): 054503.
- [16] Bec, Jérémie, Holger Homann, and Samriddhi Sankar Ray. "Gravity-driven enhancement of heavy particle clustering in turbulent flow." *Physical review letters* 112.18 (2014): 184501.
- [17] Ireland, Peter J., Andrew D. Bragg, and Lance R. Collins. "The effect of Reynolds number on inertial particle dynamics in isotropic turbulence. Part 2. Simulations with gravitational effects." *Journal of Fluid Mechanics* 796 (2016): 659-711.
- [18] Ling, Y., M. Parmar, and S. Balachandar. "A scaling analysis of added-mass and history forces and their coupling in dispersed multiphase flows." *International journal of multiphase flow* 57 (2013): 102-114.