

# Indice

Introduzione.....	3
Chapter 1 Principi di aerodinamica.....	5
1.1 Profilo alare e ala in pianta .....	5
1.2 Azioni aerodinamiche sui profili alari.....	7
1.3 Coefficienti adimensionali.....	8
1.4 Curva $C_L$ - $\alpha$ .....	9
1.5 Equazioni di Navier-Stokes.....	10
1.6 Velocità e pressioni attorno ad un profilo alare.....	11
1.7 Viscosità, strato limite e numero di Reynolds.....	12
Chapter 2 Resistenza aerodinamica.....	15
2.1 Resistenza di attrito viscoso .....	15
2.2 Resistenza di forma.....	15
2.3 Resistenza d'onda.....	16
Chapter 3 Resistenza indotta.....	17
3.1 Teoria vorticoso dell'ala.....	18
3.2 $C_D$ per la distribuzione ellittica e per una distribuzione qualsiasi.....	19
Chapter 4 Riduzione della resistenza indotta.....	21
4.1 Apertura alare.....	22
4.2 Ala in pianta.....	22
4.3 Superfici multiple.....	23
4.3.1 Teoremi di Munk .....	23
4.3.2 Biplano.....	23
4.3.3 Canard.....	24
4.3.4 Ground effect.....	24
4.3.5 Stormo.....	24

Chapter 5 Dispositivi d'estremità.....	25
5.1 End plates.....	25
5.2 Tip sails.....	26
5.3 Wing grid.....	26
5.4 Altri dispositivi.....	27
Chapter 6 Winglet.....	28
6.1 Caratteristiche e geometria della winglet.....	29
6.1.1 Posizionamento.....	30
6.1.2 Numero di Mach della corrente indisturbata.....	30
6.1.3 Lunghezza.....	30
6.1.4 Area e rastremazione.....	31
6.1.5 Freccia del bordo d'attacco della winglet.....	31
6.1.6 Freccia del bordo d'attacco dell'ala.....	31
6.1.7 Angolo di cant.....	31
6.1.8 Washout.....	31
6.1.9 Caratteristiche a basse velocità.....	32
6.1.10 Significato del momento flettente.....	33
6.2 Tipi di Winglet.....	34
6.2.1 Blended winglet.....	34
6.2.2 Tip fence.....	35
6.2.3 Vortex diffuser.....	35
Chapter 7 Spiroid winglet.....	35
7.1 Confronto dei vortici di scia.....	36
7.2 Angolo di cant.....	37
7.3 Forward e after spiroid winglet.....	38
7.4 Portanza, resistenza totale ed indotta.....	38
Conclusioni.....	41
Bibliografia.....	42

## Introduzione.

Con questa tesi ci si propone di studiare i meccanismi con cui si genera la resistenza indotta, tipo particolare di resistenza aerodinamica, la storia e le caratteristiche dei dispositivi che nei decenni sono stati creati per ridurla ed in particolare delle winglet, alette quasi verticali montate all'estremità dell'ala.

Negli ultimi decenni si è assistito ad un esponenziale aumento del numero di voli annui, in seguito al quale le compagnie aeree hanno cominciato a interrogarsi sulla possibilità di ridurre il più possibile le spese di ogni genere a cui dovevano fare fronte. Uno di questi costi, il più ingente, è sicuramente quello dovuto al carburante impiegato durante i voli, i quali, inoltre, si sono anche allungati grazie alle innovazioni riguardanti la propulsione e la struttura dell'aereo. Il costo del carburante, oltre a essere il più ingente, è però quello che più si offre a riduzioni dovute al miglioramento dell'efficienza dell'aereo, che quindi ne limita semplicemente la quantità utilizzata.

Con l'aumento dei voli, ci si è inoltre resi conto che, per migliorare il servizio, per ridurre i tempi morti e per far sostare il meno possibile gli aerei negli aeroporti, i decolli dovevano essere separati da tempi sempre più brevi. Tuttavia, esiste un limite a questa brevità, poiché quando gli aerei decollano lasciano dietro di sé, e presenti sulla pista per i successivi 2/3 minuti circa, i vortici di scia che dipartono in particolare dalle estremità alari. Se un aereo in coda per il decollo dovesse entrare in questi vortici, nel migliore dei casi il decollo verrebbe abortito, altrimenti il velivolo non sarebbe più controllabile e rischierebbe di schiantarsi.

La risposta a questi due principali problemi risiede proprio nello studio della resistenza indotta, causata dai vortici appena nominati. Essa si è dimostrata essere pari a circa il 40 % della resistenza totale in crociera e addirittura al 90 % al decollo, con conseguenti spiacevoli rumori per l'ambiente aeroportuale. Per questo motivo si è deciso di esporre in questa tesi l'origine di tale particolare resistenza e i modi per ridurla.

Innanzitutto sarà presentato un breve ripasso dei concetti fondamentali dell'aerodinamica, a partire dalle definizioni di base e le ipotesi sotto cui ci si avvicina agli studi aerodinamici. Verranno descritte inoltre le principali forze in gioco quando si parla di aerei e in particolare di ali e saranno mostrati i più importanti teoremi e formule che descrivono le relazioni delle grandezze coinvolte.

Poiché, si è detto, la resistenza indotta è solo un tipo particolare di resistenza aerodinamica, si procederà con un capitolo dedicato alla suddivisione di quest'ultima in tutte le sue forme, ovviamente collegate a ben determinati fenomeni fisici.

A questo punto allora ci si potrà addentrare nel cuore della tesi: la resistenza indotta. Come si vedrà, essa ha iniziato ad essere studiata ben prima che sorgessero problemi legati al carburante e ai decolli; e si cercarono delle contromisure ancor prima che fosse del tutto compresa la sua natura. Infatti i primi brevetti a riguardo risalgono alla fine del '800, per generiche macchine fluidodinamiche, quando il primo volo a motore non era ancora stato compiuto. Il primo brevetto e le prime scoperte in proposito furono infatti ottenute da Frederick Lanchester, ingegnere e "uomo universale" come il grande Leonardo da Vinci.

A questo pioniere dell'ingegneria aeronautica si aggiunsero i risultati molto più formali e teorici di un altro grande scienziato ed esploratore dell'emergente aerodinamica: Ludwig Prandtl. Egli, durante la prima guerra mondiale e soprattutto negli anni '20 rivoluzionò la fluidodinamica con le sue pubblicazioni riguardanti le innovative teorie dello strato limite e della linea portante, con le quali diede una giustificazione teorica dei vortici che tanto ci preoccupano al giorno d'oggi. Questi risultati verranno dunque presentati e commentati, anche senza bisogno di eccessivi formalismi matematici, e utilizzati per descrivere meglio i passi avanti che sono stati compiuti nello studio di espedienti per ridurre la resistenza indotta.

Fra i tanti modi in cui si è tentato, e a volte riuscito, di raggiungere questo obiettivo, si descriveranno innanzitutto quelli che non fanno uso di dispositivi montati sul velivolo, come saranno appunto le winglet: si descriveranno cioè tutte quelle modifiche che si sono effettuate sulla struttura classica del velivolo, o di un altro corpo aerodinamico, come ad esempio l'incremento della lunghezza alare. Fra questi tentativi verranno quindi considerati anche tutti quegli esperimenti che riguardano ali multiple o lo sfruttamento di fenomeni fisici particolari, come ad esempio il raggruppamento in stormo, che vengono semplicemente copiati da chi per volare ci è semplicemente nato: gli uccelli.

Sempre ispirati al mondo dei volatili saranno i dispositivi analizzati di seguito, e cioè tutte quelle aggiunte alla struttura alare classica che, posizionate principalmente alle estremità, andranno ad influenzare direttamente la struttura vorticoso che genera la resistenza indotta. Se ne farà dunque un discreto elenco con relative spiegazioni riguardanti i meccanismi di funzionamento, ma il lavoro dovrà finalmente vertere sull'invenzione, sul dispositivo che tutt'oggi equipaggia la maggior parte dei velivoli commerciali: la winglet.

Le winglet sono alette quasi verticali, simili per forma all'ala dell'aereo, che vengono montate all'estremità di quest'ultima con una ben determinata inclinazione, affinché interferiscano con il sistema vorticoso presente. Il loro inventore fu Richard T. Whitcomb, ingegnere aerospaziale al Langley Research Center, che per primo ne descrisse una possibile geometria e le testò nei laboratori Langley. Egli dimostrò che le riduzioni di resistenza indotta erano notevoli e si propose di descriverne anche l'effettivo posizionamento e montaggio su aerei già esistenti, considerando anche gli eventuali svantaggi.

Infine, come si era già fatto in precedenza, dopo una breve analisi dei modelli più disparati di winglet, tra cui è necessario notare le cosiddette blended winglet, ci si concentrerà sulla descrizione di uno degli ultimi e più innovativi esemplari: la spiroid winglet. Essa fu sviluppata nei primi anni '90 da una piccola azienda di Seattle, la Aviation Partners Inc., la quale era già conosciuta per le diffuse blended winglet prima citate. La spiroid winglet, la cui forma è di nuovo ispirata ai volatili, è appunto costituita da una spirale che si estende all'estremità dell'ala. Questa loro forma non comune e i risultati che fin dai primi studi hanno offerto, hanno reso la spiroid winglet il più interessante tipo di winglet su cui lavorare per il futuro.

Bisogna poi ricordare che negli anni le possibilità offerte dalla sempre crescente potenza di calcolo hanno permesso di ottimizzare sempre più ogni parte dell'aereo tramite simulazioni. Infatti, un fatto che negli ultimi anni tutti gli ingegneri e gli aerodinamici del settore hanno più volte sottolineato è che l'equipaggiamento dell'estremità alari con le winglet, la scelta delle caratteristiche dell'ala, della fusoliera e del tipo di aereo e quindi di volo che si vuole affrontare, sono tutti ingredienti di un grande problema multidisciplinare, che vede tanti parametri da poter variare e tanti possibili vantaggi o svantaggi da poter ottenere, tutti dipendenti fra loro e tra cui i più importanti sono ovviamente quelli di natura economica.

# 1 . Principi di aerodinamica.

## 1.1 Profilo alare e ala in pianta.

L'ala è un corpo appiattito che possiede un piano di simmetria, il piano  $(x, z)$ , che la divide in due semiali. L'asse  $x$  è scelto parallelo alla velocità di avanzamento dell'ala e rivolto verso la prua. La proiezione dell'ala sul piano  $(x, y)$  dà luogo ad una superficie piana  $S$ , detta **superficie alare in pianta**, che comprende convenzionalmente anche la parte di ala contenuta all'interno della fusoliera. Le due semiali si estendono dalla radice all'estremità alare. La superficie superiore dell'ala viene detta **dorso** mentre quella inferiore viene detta **ventre**. Se si seziona la superficie estesa dell'ala con un piano parallelo al piano di simmetria  $(x, z)$  si ottiene una curva chiusa detta **profilo alare**. Mentre un'ala investita da una corrente uniforme dà origine ad un campo di moto tridimensionale, un profilo alare investito dalla stessa corrente origina un campo di moto bidimensionale, molto più facile da studiare. Fra le infinite curve possibili sono state codificate famiglie di curve che si sono imposte per le loro caratteristiche aerodinamiche, anche se nuovi profili vengono continuamente studiati.

Le caratteristiche principali di un profilo alare sono:

- la linea AB, chiamata **linea media** del profilo;
- il punto A, il quale è il primo ad essere investito dall'aria, detto **bordo d'attacco** mentre il punto B viene detto **bordo di fuga**.
- il segmento AB sull'asse  $x$  che viene detto **corda del profilo** e indicato con  $l$ . Il punto Q che dista un quarto di corda  $l/4$ , si chiama **quarto anteriore** del profilo.

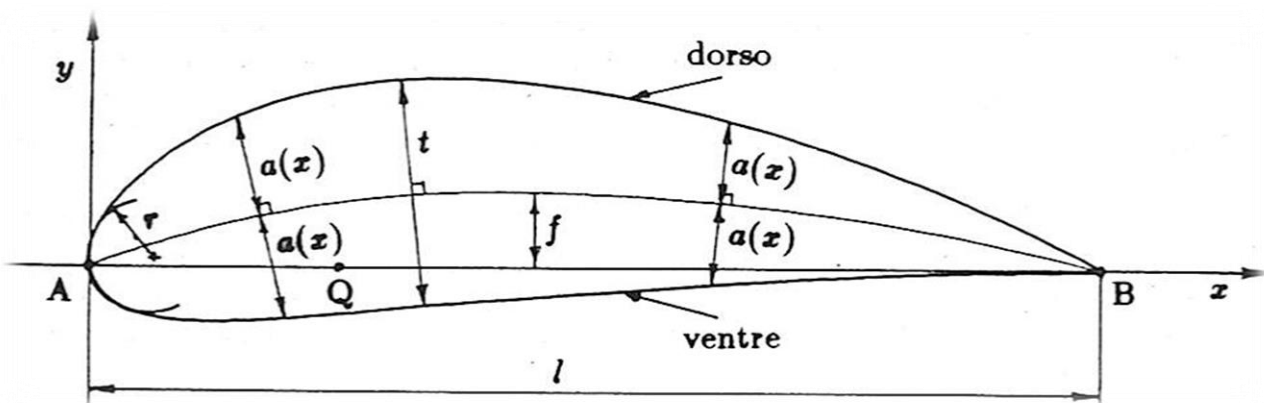


Figura 1 Profilo alare

Un altro parametro molto importante per lo studio delle caratteristiche aerodinamiche dell'ala è l'angolo  $\alpha$  che il vettore  $V_\infty$  della corrente indisturbata all'infinito a monte del profilo forma con la corda e che viene indicato come **incidenza geometrica**. L'incidenza  $\alpha$  è convenzionalmente considerata positiva se il profilo o l'ala mostrano il ventre alla corrente indisturbata. Se la linea media è rettilinea, essa coincide con la corda del profilo e questo risulta **simmetrico** rispetto alla corda. Supponiamo di effettuare diverse sezioni di un'ala con dei piani paralleli al piano  $(x, z)$  di simmetria, in modo da ottenere diversi profili alari. Se le corde dei vari profili risultano tutte parallele fra loro, l'ala è detta **piana**; se invece le corde dei vari profili risultano ruotate una rispetto all'altra, in modo da appartenere ad una superficie rigata elicoidale, l'ala è detta **geometricamente svergolata**. Le ali svergolate hanno di solito una legge di svergolamento geometrico di tipo lineare: l'incidenza varia linearmente con  $y$ . Se i profili alari nelle varie sezioni di un'ala piana o svergolata sono tutti simili, anche se di dimensioni diverse o ruotati uno rispetto all'altro, allora l'ala è detta a **profilo costante**. In caso contrario, l'ala sarà a **profilo variabile**.

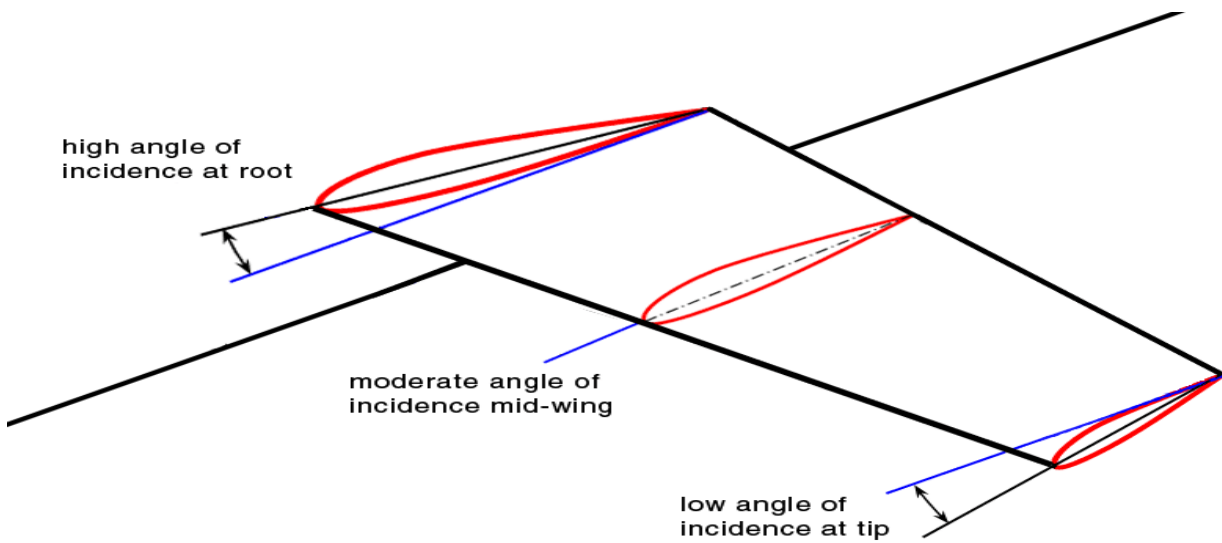


Figura 2 svergolamento

Se la lunghezza delle corde delle due semiali diminuisce dalla radice verso le estremità alari, l'ala è detta **rastremata**. Se le due ali non sono allineate fra loro ma formano ciascuna un angolo  $\Lambda$  con l'asse  $y$ , tale angolo viene detto **angolo di freccia** e l'ala viene detta a freccia. Se l'ala a freccia è anche rastremata si possono distinguere tre angoli di freccia:  $\Lambda_A$  = angolo di freccia del bordo d'attacco;  $\Lambda_Q$  = angolo di freccia della linea dei quarti anteriori;  $\Lambda_F$  = angolo di freccia del bordo di fuga. Se  $\Lambda_Q = 0$  l'ala è detta **diritta**.

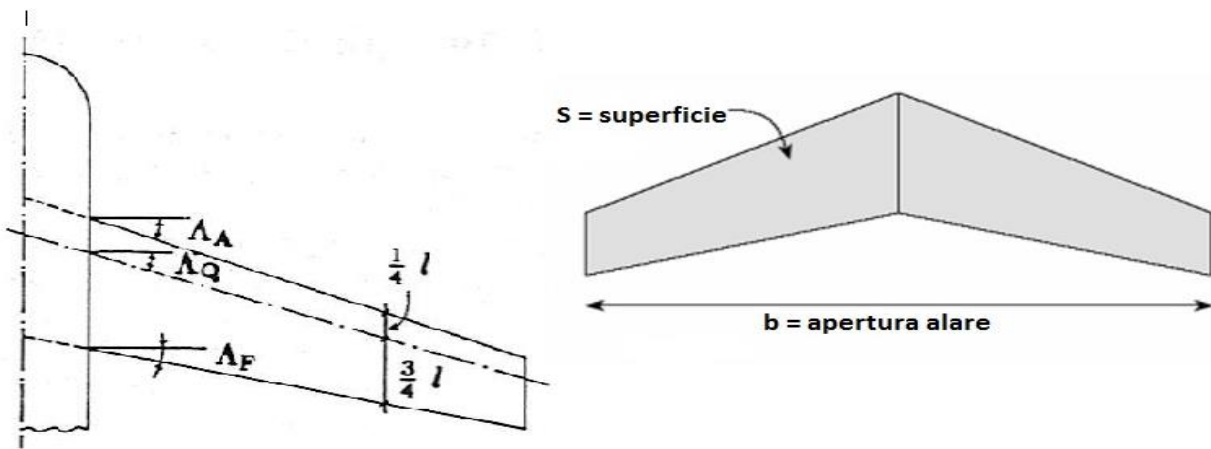


Figura 3 Angolo di freccia e superficie alare

Il rapporto  $\lambda = \frac{b^2}{S}$  fra il quadrato dell'apertura alare  $b$  e la superficie alare in pianta  $S$  viene detto **allungamento alare** (*aspect ratio* in inglese). Altre grandezze caratteristiche che servono per descrivere un'ala sono:

la corda media:  $l_m = \frac{\int_{-b/2}^{b/2} l(y) dy}{\int_{-b/2}^{b/2} dy}$  e la corda media aerodinamica:  $l_{ma} = \frac{\int_{-b/2}^{b/2} l^2(y) dy}{\int_{-b/2}^{b/2} l(y) dy}$ .

Le due semiali possono non giacere entrambe nel piano  $(x, y)$ , ma essere sollevate verso le estremità alari in modo che l'asse di ogni semiala formi un piccolo angolo  $\delta$  con il piano  $(x, y)$ . L'angolo  $\delta$  viene chiamato **angolo diedro** e non ha nessuna importanza dal punto di vista aerodinamico, mentre invece rivela la sua utilità in meccanica del volo.

## 1.2 Azioni aerodinamiche sui profili alari.

In questo paragrafo esamineremo le forze agenti su un profilo alare; più precisamente considereremo le forze agenti su un profilo alare di profondità unitaria nella direzione perpendicolare al piano di moto. Per tale motivo, forze e momenti vanno intesi per unità di lunghezza.

Sia  $(x, y)$  il piano del moto, quindi con  $\omega = 0$  e  $\partial/\partial z = 0$  (velocità e variazione generica su  $z$ ). Le forze di pressione esercitate dal fluido sul profilo risultano tutte parallele al piano del moto, costituendo così un sistema piano di forze, che può essere ridotto ad una sola forza risultante applicata ad una retta e ad un puro momento risultante. Supponendo di conoscere la distribuzione delle pressioni sul dorso e sul ventre del profilo, la forza risultante si ottiene integrando opportunamente le pressioni. Conviene poi supporre che ogni punto del profilo sia soggetto, anziché alla pressione assoluta  $p$  del fluido, alla pressione  $p - p_\infty$  relativa al fluido della corrente indisturbata all'infinita a monte. Diminuendo in ogni punto la pressione assoluta della quantità costante  $p_\infty$  si varia il valore della pressione ma non quello della forza risultante. Infatti, indicando con  $\sigma$  la superficie esterna del profilo e con  $\mathbf{n}$  il versore normale in ogni punto alla superficie  $\sigma$  e diretto verso l'esterno, la risultante delle forze elementari di pressione è:

$$\mathbf{R} = - \int_{\sigma} (p - p_\infty) \mathbf{n} d\sigma = - \int_{\sigma} p \mathbf{n} d\sigma + \int_{\sigma} p_\infty \mathbf{n} d\sigma = - \int_{\sigma} p \mathbf{n} d\sigma$$

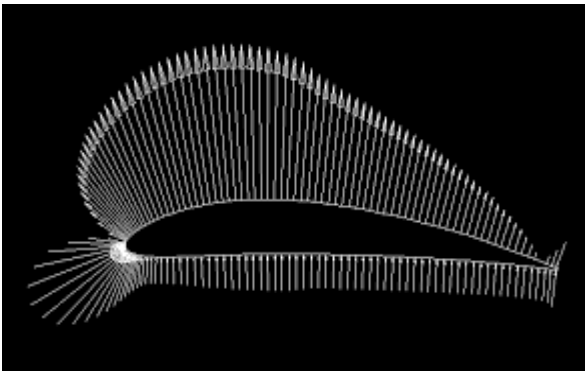


Figura 4 Pressioni attorno ad un profilo

perché  $\int_{\sigma} p_\infty \mathbf{n} d\sigma = 0$  in quanto un corpo soggetto sulla sua superficie esterna ad una pressione costante non è soggetto ad alcuna forza risultante.  $R_x$  ed  $R_y$  sono le componenti della forza risultante e, poiché i profili sono molto schiacciati, risulta  $R_x \ll R_y$ . Per ottenere la resistenza e la portanza si devono ora scomporre le forze  $R_x$  ed  $R_y$  secondo la direzione della velocità  $\mathbf{V}_\infty$  e della perpendicolare.

Si ricava:

$$D = R_y \sin \alpha + R_x \cos \alpha$$

$$L = R_y \cos \alpha - R_x \sin \alpha$$

Tenendo conto che l'incidenza  $\alpha$  è sempre un angolo molto piccolo, per cui risulta  $\sin \alpha \ll \cos \alpha$ , si evince che la resistenza  $D$  è sempre una forza molto più piccola della portanza  $L$ . Se l'incidenza è poi sufficientemente piccola da poter porre  $\cos \alpha \approx 1$ , si ottiene  $L = R_y$ .

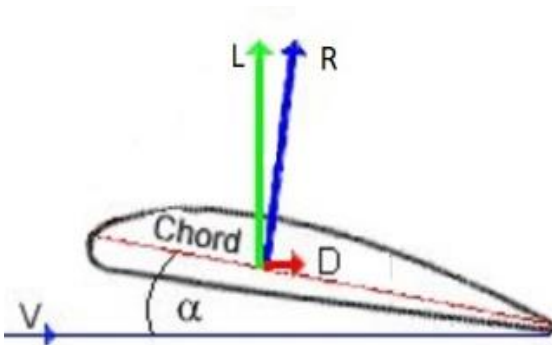


Figura 5 Forze aerodinamiche su un profilo

Abbiamo detto che la resistenza è sempre piccola rispetto alla portanza, ma si può dimostrare che per un fluido ideale non viscoso la resistenza di un profilo alare risulta addirittura nulla. Questo sorprendente risultato, che è noto come paradosso di D'Alembert, è imputabile all'ipotesi che l'aria possa essere considerata un fluido ideale, ipotesi che pertanto non è assolutamente accettabile ai fini del calcolo della resistenza aerodinamica di un profilo alare.

Dalla meccanica sappiamo che la risultante di un sistema piano di forze agenti su un corpo può essere traslata parallelamente a se stessa ed essere applicata in un generico punto A, purchè sul corpo agisca anche un momento puro, pari al momento rispetto al punto A di tutte le forze del sistema. Nello studio dei profili il momento verrà indicato con il simbolo M e si tratta di un momento di beccheggio, che, per convenzione, verrà assunto positivo se tende a fare cabrare il profilo. Le azioni aerodinamiche che un fluido ideale esercita su un profilo possono essere ridotte alla portanza L applicata al bordo d'attacco e al momento  $M_A$  delle forze di pressione, calcolato rispetto al bordo d'attacco. Questa è solo una delle infinite, ma equivalenti, riduzioni possibili: si potrebbe pensare di applicare la portanza L in un qualsiasi punto P del profilo pur di aggiungere il momento  $M_P$  delle forze aerodinamiche calcolato rispetto al punto P.

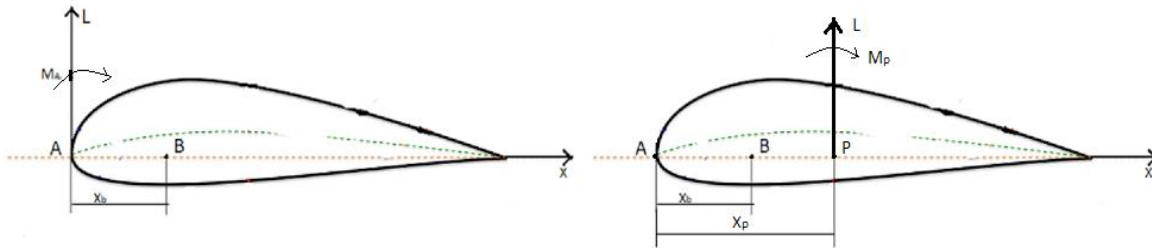


Figura 6 Momento di beccheggio

$$M_B = M_A + Lx_B$$

$$M_B = M_P - L(x_P - x_B)$$

$$M_P = M_A + Lx_P$$

Se P coincide con il punto di intersezione della retta di applicazione della forza di applicazione della forza risultante e della corda del profilo, punto che viene indicato come **centro di pressione** C, deve risultare:

$$M_C = 0; \quad 0 = M_A + Lx_C; \quad x_C = -M_A/L$$

Contrariamente a quanto potrebbe apparire,  $x_C$  è maggiore di zero perché  $M_A$  è generalmente negativo. Tuttavia, se l'incidenza  $\alpha$  viene variata, varia tutta la distribuzione di pressione e di conseguenza variano L,  $M_A$  e  $M_P$ . In ogni profilo esiste però un punto F, detto **fuoco del profilo**, che possiamo ammettere appartenere alla corda e molto vicino al quarto anteriore, tale che il **momento focale**  $M_o$  rispetto a tale punto risulta indipendente dall'incidenza  $\alpha$ .

$$M_o = M_A + Lx_B$$

Al variare dell'incidenza, varierà il valore della portanza L ma non il valore del momento focale  $M_o$ . Inoltre, in condizioni di portanza nulla, si ricava  $M_P = M_A$  per qualsiasi punto P e quindi anche per il fuoco; il momento focale può dunque essere pensato anche come il momento delle forze aerodinamiche calcolato rispetto ad un punto qualsiasi in condizioni di portanza nulla.

### 1.3 Coefficienti adimensionali.

Le azioni aerodinamiche appena considerate dipendono, nel caso di un fluido reale compressibile da vari parametri: geometria del corpo (forma del corpo e anche incidenza con cui viene investito dalla corrente indisturbata), dimensioni del corpo (individuate da una lunghezza caratteristica  $l$ ), velocità  $V_\infty$ , massa volumica  $\rho$ , viscosità  $\mu$  e modulo di compressione adiabatica  $\epsilon$ . In base a considerazioni di natura dimensionale, si dimostra che la portanza L, la resistenza D e il momento M dipendono solo da una funzione K adimensionale dipendente dalla geometria, dal numero di Reynolds  $Re$  e dal numero di Mach  $Ma$ . Conseguentemente si possono definire i seguenti coefficienti adimensionali:



$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S} = K \cdot f(Re) \cdot g(Ma)$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S} = K_1 \cdot f_1(Re) \cdot g_1(Ma)$$

$$C_{M_o} = \frac{M_o}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S l_o} = K_2 \cdot f_2(Re) \cdot g_2(Ma)$$

che prendono rispettivamente i nomi di **coefficiente di portanza**, **coefficiente di resistenza**, **coefficiente di momento focale**. A denominatore del rapporto che definisce  $C_{M_o}$  vi è anche una lunghezza caratteristica  $l_o$ , che non compare negli altri coefficienti e che qui è resa necessaria dal fatto che il momento ha le dimensioni fisiche di una forza per una lunghezza. Se invece di un'ala di allungamento finito si considera un profilo alare una porzione di profilo di profondità unitaria, la superficie in pianta risulta  $l \cdot 1 = l$  ed i coefficienti adimensionali sono definiti come:

$$c_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 l} = K \cdot f(Re) \cdot g(Ma)$$

$$c_d = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 l} = K_1 \cdot f_1(Re) \cdot g_1(Ma)$$

$$c_{m_o} = \frac{M_o}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 l^2} = K_2 \cdot f_2(Re) \cdot g_2(Ma)$$

Un importante vantaggio derivante dall'utilizzo dei coefficienti adimensionali consiste nel fatto che si limita la dipendenza di portanza, resistenza e momento alla sola geometria e ai numeri  $Re$  e  $Ma$ : profili geometricamente simili, investiti alla stessa incidenza, con uguali numeri di Reynolds e Mach, mantengono invariati i coefficienti adimensionali. Questo fa sì che si possano analizzare sperimentalmente i profili senza bisogno di considerarne uno a grandezza naturale (**similitudine fluidodinamica**). Il numero di Reynolds, anch'esso coefficiente adimensionale, verrà chiarito poco più avanti in un paragrafo dedicato.

Anche la pressione in ogni punto del campo di moto dipende dalla geometria e da tutti i parametri elencati per le forze e i momenti. Se vogliamo introdurre un coefficiente adimensionale legato alla pressione che dipenda solamente dalla geometria, da  $Re$  e da  $Ma$ , possiamo ricorrere al **coefficiente di pressione**  $c_p$ :

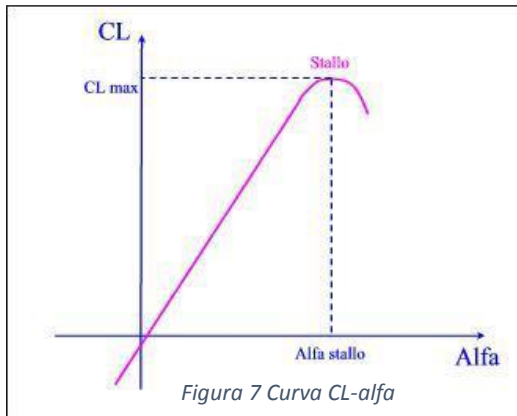
$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2}$$

dove al numeratore abbiamo la pressione relativa a quella della corrente indisturbata e al denominatore la pressione dinamica.

## 1.4 Curva $C_L-\alpha$ .

È una delle relazioni più importanti, anche se molto semplice, per la determinazione dei parametri di volo. In linea di massima è possibile approssimare tutta la curva ad una retta ad eccezione del tratto finale, a causa di fenomeni di separazione, in seguito ai quali, dopo aver raggiunto un punto di massimo per il coefficiente di portanza  $C_{Lmax}$  si avrà una brusca caduta dei valori di portanza. Il punto con  $C_{Lmax}$  corrisponde allo stallo aerodinamico.

Inoltre, se si considera l'espressione della portanza:



$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L S$$

E, sapendo che  $L = W$ , dove  $W$  è il peso del velivolo, che, trascurando la variazione di combustibile, si può considerare costante per tutto il tempo di volo, si può infine trovare una proporzionalità inversa tra la velocità  $V$  e il coefficiente  $C_L$ . Quindi, a parità di portanza, per  $C_{Lmax}$  otterremo la velocità minima di volo  $V_{min}$ . Se decidessimo di diminuire ancora la velocità di volo, sarebbe necessario un  $C_L > C_{Lmax}$  e andando ad aumentare ulteriormente l'incidenza raggiungeremmo lo stallo aerodinamico.

## 1.5 Equazioni di Navier-Stokes.

Le equazioni di Navier-Stokes sono un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali che descrive il comportamento di un fluido dal punto di vista macroscopico. L'ipotesi di base è che il fluido possa essere modellato come un continuo deformabile. Presupponendo quindi la continuità del fluido in esame, esse perdono validità nello studio di un gas rarefatto.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \left[ \mu (\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{I} \right] + \rho \mathbf{f}$$

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot \nabla \epsilon = -p \nabla \cdot \mathbf{V} + \rho \Phi + \nabla \cdot (k \nabla T)$$

Dove  $\rho$  è la densità del fluido,  $\mathbf{V}$  il suo vettore velocità,  $p$  la pressione,  $\mu$  la viscosità dinamica,  $\mathbf{I}$  la matrice identità,  $\mathbf{f}$  il vettore delle forze esterne per unità di massa,  $\epsilon$  l'energia interna del flusso,  $\Phi$  la funzione di dissipazione,  $k$  il coefficiente di conducibilità termica e  $T$  la temperatura.

La prima equazione esprime la conservazione della massa, la seconda la conservazione della quantità di moto, mentre la terza la conservazione dell'energia.

Ad oggi non esiste una soluzione analitica delle equazioni di Navier-Stokes, la quale costituisce uno dei "problemi del millennio", pertanto si utilizzano modelli semplificati che portano a risultati accettabili e soluzioni approssimate mediante metodi numerici, i quali però richiedono una grossa mole di calcoli.

Le equazioni di Eulero rappresentano una delle semplificazioni delle equazioni di Navier-Stokes ottenute nel caso di fluido non viscoso, ma ancora comprimibile.

Il teorema di Bernoulli è un'ulteriore semplificazione, valida per fluido ideale, flusso incompressibile e campo di moto stazionario.

## 1.6 Velocità e pressioni attorno ad un profilo alare.

Consideriamo un profilo alare simmetrico investito da una corrente indisturbata di fluido incompressibile e di velocità  $V_\infty$ . Sia  $(x, y)$  il piano del moto e la corda appartenga all'asse  $x$  ed il profilo sia investito senza incidenza.



Figura 8 Flusso attorno ad un profilo simmetrico

A distanza infinita dal profilo le linee di corrente sono tutte parallele all'asse  $x$  mentre quelle che scorrono in prossimità del profilo devono incurvarsi per aggirare l'ostacolo. Alcune linee di corrente passeranno sopra l'ostacolo, altre sotto; i due tipi di linee sono separati da una linea di corrente, che non passando né sopra né sotto, andrà ad arrestarsi sul bordo d'attacco A. La linea di corrente si divide quindi in due metà, delle quali una percorre il dorso e l'altra il ventre del profilo, fino a ricongiungersi al bordo di fuga F per poi abbandonare il profilo lungo  $x$ . A ed F sono punti di arresto e in essi la pressione raggiunge il valore di arresto  $p_0$ . Le linee di corrente si addensano in prossimità della zona di massimo spessore del profilo senza potersi mai toccare: il fluido compreso fra due linee, che formano quindi un tubo di flusso, non può attraversare le pareti del tubo e se queste si venissero a toccare, chiuderebbero il tubo contravvenendo al principio che ogni tubo di flusso ha portata costante. Il tubo racchiuso fra due linee, procedendo da monte verso valle, si allarga nella zona attorno al punto A, poi si restringe molto in prossimità del massimo spessore del profilo, quindi si allarga nuovamente nella zona circostante il punto F per tendere all'infinito a valle alla stessa larghezza che aveva all'infinito a monte.

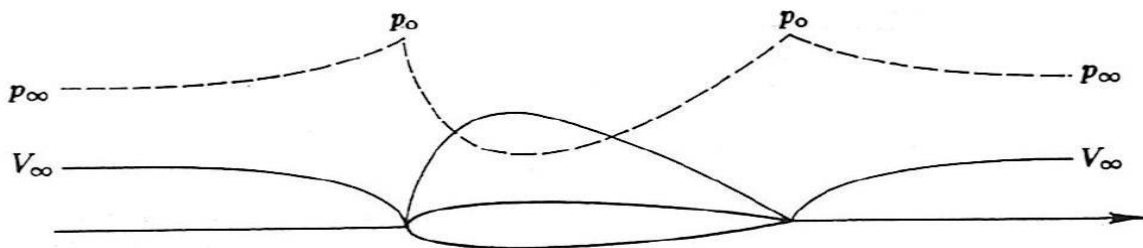


Figura 9 Velocità e pressioni attorno a un profilo simmetrico

Per la **conservazione della portata**, valida per un flusso incompressibile, la velocità diminuisce dove il tubo di flusso si allarga e viceversa, mentre per il **teorema di Bernoulli**, valido per fluido ideale, flusso incompressibile e campo di moto stazionario, la pressione cresce dove la velocità diminuisce e viceversa. Data la simmetria del campo rispetto all'asse  $x$  è evidente che non esiste componente della forza aerodinamica normale all'asse  $x$ : la portanza è nulla. La resistenza è poi sempre nulla quando il fluido è ideale.

$$\rho VS = \text{costante}$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

Se invece di considerare le pressioni assolute  $p$  si considerano le pressioni  $p - p_\infty$  relative alla pressione della corrente indisturbata, nelle zone di alta pressione assoluta attorno ai bordi di attacco e di fuga, dove  $p > p_\infty$  si avrà una sovrappressione positiva, mentre nelle zone sul dorso e sul ventre dove la pressione assoluta è bassa, e quindi  $p < p_\infty$ , si avrà una depressione negativa.

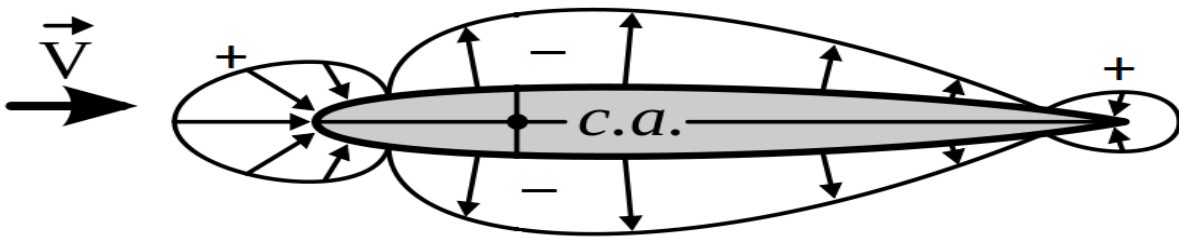


Figura 10 Sovrappressione e depressione attorno ad un profilo simmetrico

Nel caso di incidenza positiva invece, le linee di corrente tenderanno a diventare più fitte nella parte iniziale del dorso e meno fitte nel ventre. Applicando di nuovo la conservazione della portata e il teorema di Bernoulli, si avrà una sovrappressione sul ventre ed una depressione sul dorso. Tutto ciò si traduce quindi in una forza che spinge il profilo verso l'alto: la portanza.

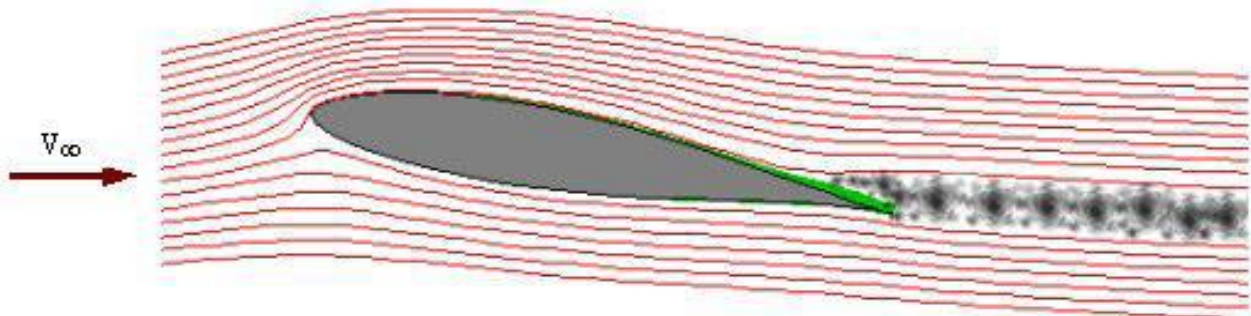


Figura 11 Flusso attorno a un profilo investito con incidenza

## 1.7 Viscosità, strato limite e numero di Reynolds.

Lo strato limite, che stiamo per definire e descrivere, esiste solo per un fluido reale. Mentre per un fluido ideale si impone sui corpi lambiti la **condizione di tangenza** (in ogni punto della superficie lambita il vettore velocità deve essere tangente alla superficie stessa), per un fluido reale si impone la **condizione di aderenza**: le particelle fluide a contatto con una parete rigida non possono avere velocità relativa rispetto alla parete e dunque, se la parete è ferma, ferme sono anche tali particelle. La condizione di aderenza può essere giustificata dal fatto che ogni parete rigida, per quanto liscia, a livello microscopico presenta sempre una rugosità ricca di avvallamenti e sporgenze che trattengono le particelle fluide che vi si insinuano.

Se la velocità del fluido è nulla a parete, allontanandoci lungo una direzione  $y$  assunta in ogni punto perpendicolare alla parete, essa cresce dapprima molto rapidamente e poi sempre più lentamente sino a raggiungere asintoticamente il valore che avrebbe nel caso di fluido ideale. Attorno al corpo si forma uno strato fluido nel quale la componente della velocità  $u$  parallela alla parete varia molto rapidamente con  $y$ .

Dati i valori elevatissimi di  $\frac{\partial u}{\partial y}$ , lo **sforzo tangenziale**, definito, tramite la legge di Newton, come  $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$

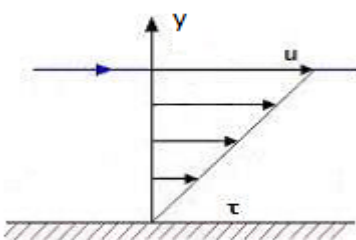


Figura 12 Sforzo tangenziale

diventa apprezzabile. In tale legge  $\mu$  rappresenta la **viscosità dinamica** del fluido preso in esame.

Lo sforzo tangenziale rappresenta in pratica la viscosità del fluido, la quale quantifica la resistenza del fluido allo scorrimento. In linea generale, essa tiene conto dello scambio di quantità di moto fra molecole a differente velocità, dove la molecola a velocità inferiore viene accelerata e quella a velocità maggiore frenata.

Un parametro fondamentale per lo studio degli effetti viscosi è il numero di Reynolds  $Re$ , il quale fornisce il rapporto tra le forze d'inerzia e quelle viscosi. Esso è così definito:

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

dove  $\nu$  è la viscosità cinematica che per l'aria vale  $15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $V$  la velocità caratteristica del flusso e  $L$  la scala spaziale tipica del problema analizzato. Nel caso di un profilo alare  $L$  è la corda e  $V = V_\infty$ .

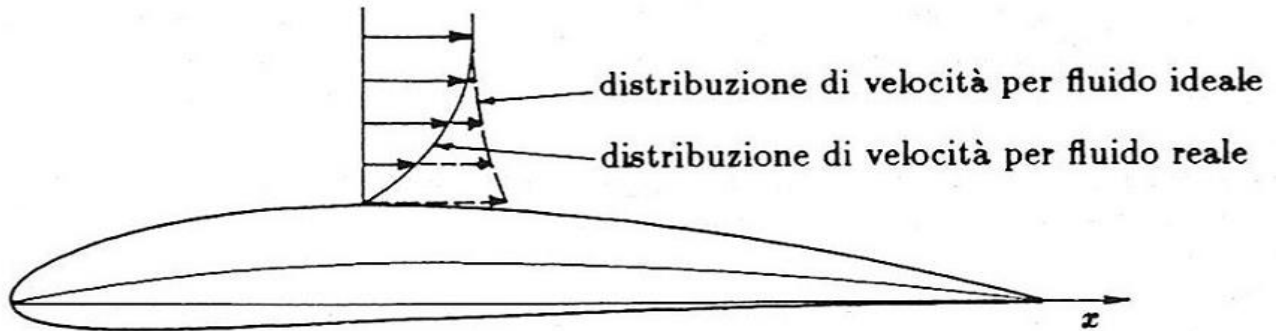


Figura 13 Strato limite per fluido ideale e reale

Lo strato fluido prima descritto, nel quale la velocità varia molto rapidamente, viene detto **strato limite** e il suo spessore viene solitamente indicato con  $\delta$ . Lo strato limite si estende dunque fra la parete ( $y = 0$ ) e il cosiddetto confine esterno dello strato limite ( $y = \delta$ ), assunto per convenzione dove la velocità è pari al 99 % del valore che avrebbe per il fluido ideale. I risultati dell'aerodinamica del fluido non viscoso sono dunque sempre applicabili al "corpo virtuale" formato dal corpo vero in studio e "rivestito" dal suo strato limite.

Il moto all'interno dello strato limite, come già accennato, può essere di due tipi: laminare o turbolento. Nello **strato limite laminare** le interazioni che originano gli sforzi d'attrito e la viscosità sono imputabili all'agitazione molecolare. Tale agitazione comporta scambi di quantità di moto fra molecole a differenti velocità medie in modo tale che ogni strato risulta accelerato dal sovrastante e frenato dal sottostante.

Nello **strato limite turbolento** l'interazione fra i vari strati è molto più energica poiché si ha un'agitazione caotica, non solo di singole molecole, ma di interi gruppi di particelle fluide, che, grazie alla maggior massa, riescono a penetrare in zone molto più lontane di quelle raggiungibili con la sola agitazione molecolare. In queste condizioni non si può più parlare di strati, perché questi non conservano più la loro individualità: il moto avviene con mescolamento continuo esteso a tutto il fluido dello strato limite. Nello strato limite turbolento si assiste dunque a sforzi di attrito molto maggiori che in quello laminare e il profilo di velocità risulterà più "gonfio".

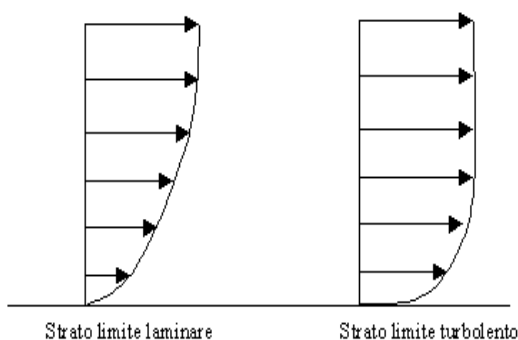


Figura 14 Strato limite laminare e turbolento

Lo spessore  $\delta$  dello strato limite cresce continuamente a partire dal bordo d'attacco del corpo verso il bordo di fuga. La legge di accrescimento dipende dal tipo di moto, laminare o turbolento, e dalla legge di variazione della pressione lungo il corpo, pressione che, si può dimostrare, non varia trasversalmente allo strato limite. Poiché nello strato limite turbolento gli scambi di quantità di moto sono più efficaci, esso si inspessisce più rapidamente di quello laminare. Lo strato limite in genere nasce laminare per poi trasformarsi in turbolento in seguito ad un fenomeno detto **transizione**.

Sulla natura dello strato limite influisce in particolar modo il numero di Reynolds: si può infatti considerare un cilindro immerso in un fluido per valutare come cambia il moto attorno ad esso al variare di  $Re$ .

Per valori di  $Re \ll 1$  le linee di campo si aprono per poi chiudersi simmetricamente oltre il cilindro.

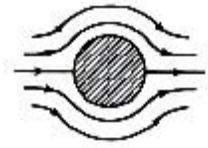
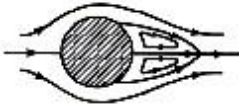


Figura 15  $Re$  compreso fra 1 e 40



In un intervallo tra  $1 \leq Re \leq 40$  si formano vortici controrotanti che rimangono fissi a valle del cilindro.

Figura 16  $Re < 1$

Aumentando ancora Reynolds tra  $40 \leq Re \leq 150$  si ha il distacco di questi vortici sviluppando quella che prende il nome di **scia di Von Karman**.



Figura 17  $Re$  compreso fra 40 e 150

Fino a  $Re = 3 \cdot 10^5$  attorno al cilindro si sviluppa uno strato laminare perché costituito da strati adiacenti di fluido. Essendo però lo strato laminare a bassa energia si ha il problema della **separazione laminare**, per la quale il flusso riesce a rimanere attaccato alla superficie del cilindro solo fino ad un certo punto, sviluppando dopo di esso una zona instabile dove si assiste anche al mescolamento di materia: siamo quindi in una zona turbolenta.

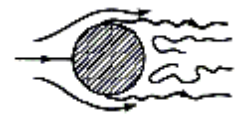
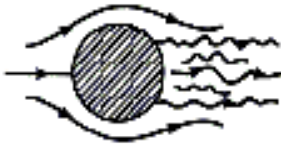


Figura 18  $Re = 3 \cdot 10^5$



Per  $Re \geq 3 \cdot 10^6$  si ha che il flusso è fin da subito turbolento.

Figura 19  $Re > 3 \cdot 10^6$

Nelle applicazioni aeronautiche si cerca di evitare di avere un flusso laminare perché, anche se presenta meno resistenza, separa molto più facilmente. Quindi si preferisce un flusso turbolento capace di acquisire energia dagli strati superiori grazie allo scambio di materia, oltre a quello di quantità di moto ottenuto attraverso gli urti.

## 2. Resistenza aerodinamica.

La resistenza aerodinamica è definita come la forza aerodinamica agente in direzione parallela (e con verso opposto) alla direzione del moto. L'entità della resistenza dipende dalla natura del fluido, dalla velocità e dalla forma geometrica del corpo immerso nel fluido. La resistenza è definita come:

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D$$

dove  $\rho$  è la densità del fluido,  $V$  la velocità del corpo immerso,  $S$  la superficie esposta al fluido e  $C_D$  il coefficiente di resistenza.

Essa è composta fondamentalmente da tre termini:

- resistenza parassita, a sua volta suddivisa in:
  - resistenza di attrito viscoso
  - resistenza di forma
- resistenza d'onda
- resistenza indotta

Ora analizzeremo i primi due tipi di resistenza, concedendo un capitolo a parte alla resistenza indotta.

### 2.1 Resistenza di attrito viscoso.

La resistenza di attrito viscoso è dovuta, come suggerisce il nome stesso, alle forze viscosse che si scambiano il corpo ed il fluido in moto relativo rispetto ad esso, rispettando la condizione di aderenza. E, poiché il corpo esercita un'azione accelerante sulle particelle di fluido, per il principio di azione e reazione, le particelle esercitano un'azione frenante sul corpo, tramite sforzi tangenziali. Dunque il corpo sarà soggetto ad una forza di resistenza che sarà funzione della superficie lambita del corpo stesso, della velocità del corpo e della viscosità del fluido, ma non della forma del corpo.

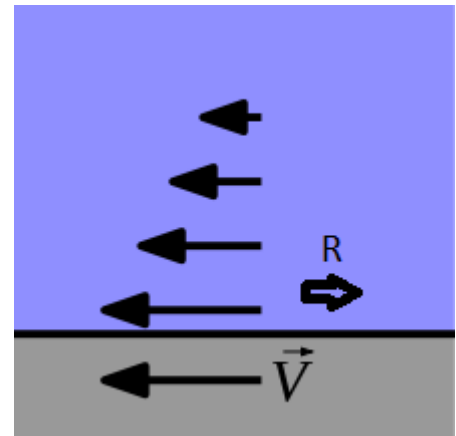


Figura 20 Resistenza di attrito viscoso

### 2.2 Resistenza di forma.

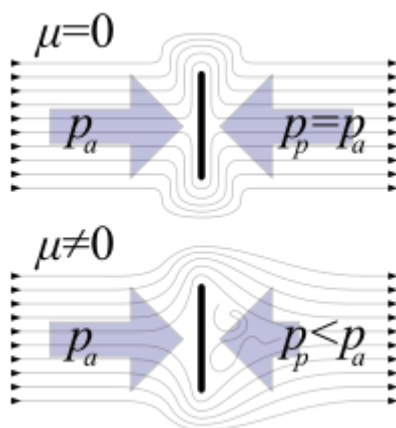


Figura 21 Resistenza di forma

La resistenza di forma è dovuta comunque alla viscosità del fluido, ma attraverso il meccanismo della **separazione delle linee di flusso**. Se il flusso non fosse viscoso le linee di corrente sarebbero simmetriche rispetto al corpo e genererebbero campi di velocità e pressione identici a monte e a valle del corpo. A causa della viscosità, il fluido perde energia aggirando il corpo e ciò genera la separazione delle linee di flusso, fenomeno che formerà inoltre una **zona di ricircolazione** a valle. Poiché aumenta la velocità del flusso separato, dato che questo ha a disposizione una sezione più piccola, la sua pressione sarà minore rispetto alla zona a monte (entrambe queste considerazioni derivano dalle equazioni di Navier-Stokes). Questa differenza di pressione tra monte e valle genera la resistenza di forma.

È significativo che il percorso delle linee di flusso sia determinato dalla forma del corpo che viene lambito. Anche se per tutti i corpi avviene il fenomeno della separazione, più o meno evidente, questo tipo di resistenza è generalmente preponderante nei cosiddetti corpi “tozzi”, dove cioè le dimensioni perpendicolari al moto sono significative rispetto alle altre. I corpi affusolati come ali, eliche, fusoliere, invece, possiedono una resistenza di forma più bassa se considerati singolarmente.

### 2.3 Resistenza d’onda.

Nel caso aeronautico, un altro tipo di resistenza che potrebbe essere definita come resistenza di forma, in quanto resistenza dovuta alle forze di pressione, è la resistenza d’onda. Essa si genera nel caso di moto transonico (cioè con velocità nel campo fluidodinamico che possono essere in alcuni punti superiori alla velocità del suono e in altri inferiori), o supersonico, a causa delle onde d’urto. Esse generano resistenza in ogni caso, ma possono agire sullo stato limite causandone il distacco, aumentando drasticamente la resistenza aerodinamica del profilo (per profili non concepiti per volo transonico o supersonico). Inoltre, a velocità superiori a quella del suono, le particelle d’aria si accumulano su alcune superfici, senza essere in grado di “scansarle”, generando una resistenza molto maggiore che va inoltre ad incrementare notevolmente la temperatura dei bordi d’attacco di tali superfici.



*Figura 22 Barriera del suono*



### 3. Resistenza indotta.

Con il termine profilo alare si può intendere sia la sezione dell'ala con un piano parallelo al piano di simmetria ( $x, z$ ) sia anche, più sovente, la superficie cilindrica indefinita nella direzione dell'asse  $y$  che ha il profilo alare come curva direttrice. In altri termini con profilo alare si intende il più delle volte un'ala di apertura infinita nella direzione  $y$  che offre sempre la stessa sezione con piani perpendicolari ad  $y$ . Mentre un'ala investita da una corrente uniforme dà origine ad un campo di moto tridimensionale, un profilo alare investito dalla stessa corrente origina un campo di moto bidimensionale, poiché nulla varia nella direzione dell'asse  $y$ . Ciò fa sì che quando si studia un profilo alare non si tenga conto degli effetti tridimensionali delle estremità alari.

Le ali di apertura finita sono invece soggette a tali effetti, i quali sono responsabili della resistenza indotta. Immaginiamo di guardare un profilo alare nella direzione di provenienza della velocità indisturbata  $V_\infty$ : le pressioni  $p_+$  e  $p_-$  rispettivamente sul dorso e sul ventre del profilo variano lungo la corda; quando il profilo è portante, il valor medio lungo la corda  $\bar{p}_-$  della pressione sul ventre deve essere maggiore del valore medio  $\bar{p}_+$  sul dorso. Le forze di pressione saranno quindi maggiori sul ventre e daranno luogo alla portanza.

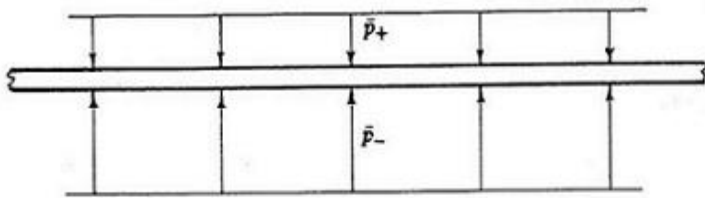
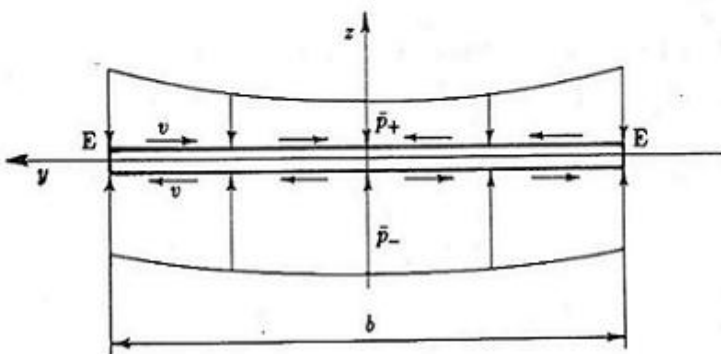


Figura 23 Pressioni sull'ala e velocità indotta



Considerando un'ala di apertura finita  $b$ , sulle due estremità dell'ala, dove i filetti fluidi che lambiscono il dorso e il ventre vengono a contatto, non può esservi differenza di pressione: due porzioni di fluido a contatto non possono trovarsi a pressioni differenti se non sono separati da una superficie rigida in grado di assorbire la forza di pressione che ne risulta. Nelle due estremità le pressioni medie  $\bar{p}_-$  e  $\bar{p}_+$  devono dunque eguagliarsi per cui, rispetto al caso del profilo alare, i valori delle pressioni medie sul dorso e sul ventre dell'ala non sono costanti, ma si avrà la pressione  $\bar{p}_+$  con valori alle estremità maggiori che al centro e  $\bar{p}_-$  con valori alle estremità minori che al centro.

La variazione delle pressioni medie lungo l'apertura alare dà origine a una corrente di velocità media  $v$ , trasversale rispetto a quella dovuta alla velocità  $V_\infty$ , che si sovrappone alla prima e che sul dorso converge verso il centro dell'ala mentre sul ventre è diretta verso le estremità. I filetti fluidi che hanno percorso il dorso e il ventre dell'ala arrivano al bordo di fuga con due velocità uguali in modulo, perché devono avere la stessa pressione, ma con due componenti  $v$  opposte, il che provoca un arrotolamento dei filetti su se stessi con la formazione di quelli che vengono chiamati **vortici di scia**.

Poiché nei moti subsonici i disturbi si propagano anche verso monte, i vortici di scia, influenzano anche il moto attorno all'ala, per cui, ad esempio, la portanza di un'ala rettangolare di apertura  $b$  risulta minore rispetto ad un profilo di larghezza  $b$  da cui l'ala è stata ricavata: su un profilo infatti i vortici di scia sono assenti. Questi vortici sono appunto responsabili della resistenza indotta, assente anch'essa nei profili bidimensionali.

### 3.1 Teoria vorticoso dell'ala.

Una misura delle conseguenze dovute ai vortici di scia la si può ottenere ricorrendo alla **teoria vorticoso dell'ala**, secondo cui si identifica l'ala con una superficie portante priva di spessore, e allo **schema di Prandtl**, valido per  $\lambda \geq 10^\circ$  e  $\Lambda \leq 5^\circ$  (ali di grande allungamento e piccoli angoli di freccia), che semplifica ulteriormente la superficie riducendola ad un segmento coincidente con i quarti anteriori, cioè i fuochi. Per mezzo di queste ipotesi si può infatti trovare la componente  $w_i$  della velocità indotta lungo l'asse  $z$  dai vortici di scia, la resistenza indotta  $D_i$ .

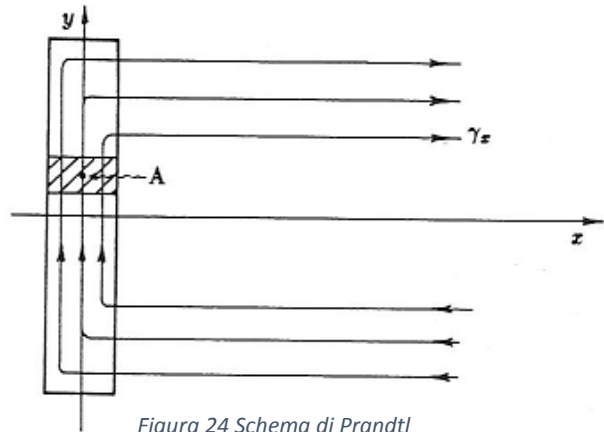


Figura 24 Schema di Prandtl

Componendo la velocità indisturbata  $V_\infty$  diretta lungo l'asse  $x$  con la **velocità indotta**  $w_i$  diretta lungo l'asse  $z$ , si ottiene che tutto avviene come se la sezione alare fosse investita da una velocità risultante  $V_R$  inclinata verso il basso rispetto all'asse  $x$  dell'angolo  $\alpha_i$ . L'angolo  $\alpha_i$ , che risulta molto piccolo se  $w_i \ll V_\infty$ , viene detto **incidenza indotta**, è funzione di  $y$  come anche  $w_i$  ed è definito come:

$$\alpha_i(y) = \tan^{-1} \left( -\frac{w_i(y)}{V_\infty} \right) \approx -\frac{w_i(y)}{V_\infty}$$

dove il segno negativo fa sì che sia  $\alpha_i > 0$  per  $w_i < 0$ , cioè per  $w_i$  rivolta verso il basso. Per la singola sezione vi è dunque un contributo dato alla portanza, pari a quello che darebbe la stessa sezione se fosse investita, anziché all'incidenza geometrica  $\alpha$ , all'incidenza  $(\alpha - \alpha_i)$ , con  $\alpha_i(y)$  variabile da una sezione all'altra. Accanto a questo contributo alla portanza, ve ne è pure uno alla resistenza, pari a:

$$dD_i = dL \tan \alpha_i \approx dL \alpha_i$$

variabile anch'esso da sezione a sezione. Questa è appunto la resistenza indotta.

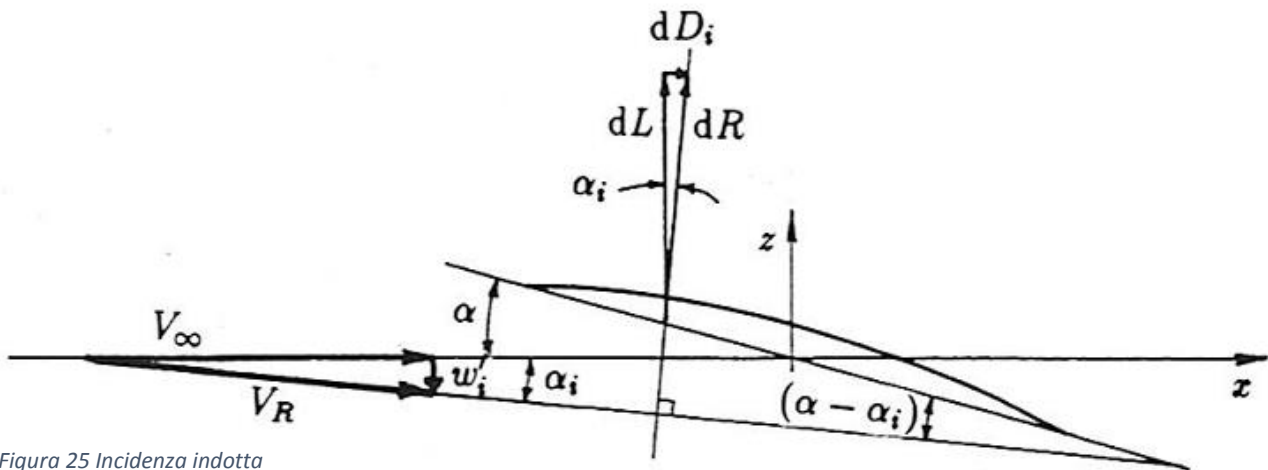


Figura 25 Incidenza indotta

### 3.2 $C_D$ per la distribuzione ellittica di portanza e per una distribuzione qualsiasi.

La configurazione che, a parità di  $C_L$  e  $\lambda$ , presenta il minimo valore di resistenza indotta si dimostra essere la distribuzione ellittica di portanza. Essa, inoltre, risponde anche ai requisiti di simmetria rispetto alla mezzeria e annullamento alle estremità. L'ala con distribuzione ellittica di portanza, e solo questa, ha incidenza indotta costante lungo tutta l'apertura alare per cui integrando l'equazione precedente si ottiene semplicemente:

$$D_i = \alpha_i L \quad \rightarrow \quad C_{Di} = \alpha_i C_L$$

Sfruttando altri risultati derivanti dallo schema di Prandtl, si ottiene inoltre che per l'ala con distribuzione ellittica di portanza l'incidenza indotta vale:

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi\lambda} \quad \rightarrow \quad C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi\lambda}$$

Non è pertanto esatto affermare che la portanza non costa niente perché non assorbe potenza: al crescere della portanza cresce la resistenza indotta. Si può inoltre verificare, almeno per l'ala con distribuzione ellittica di portanza, che l'incidenza indotta è molto piccola, come si è sempre supposto: assunti come ordini di grandezza  $C_L = 1$  e  $\lambda = 10$ , si ottiene infatti  $\alpha_i = 0,032$  radianti.

Per una qualsiasi altra distribuzione di portanza, i risultati appena mostrati variano sempre secondo le equazioni che regolano lo schema di Prandtl, ottenendo un coefficiente di resistenza indotta pari a:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{e\pi\lambda}$$

dove  $e =$  **fattore di Oswald** (tra 0,75 e 0,95). Per un'ala con distribuzione ellittica di portanza  $e = 1$  mentre per tutte le altre ali è sempre  $e < 1$ . Il fattore di Oswald si trova tabulato in funzione della forma in pianta dell'ala e della legge di svergolamento. Essendo  $C_{Di}$  minimo per la distribuzione ellittica, si cerca di realizzare nelle ali una distribuzione il più possibile prossima ad essa, mediante rastremazione e svergolamento, dal momento che la realizzazione di un'ala ellittica in pianta presenterebbe serie difficoltà di ordine strutturale.

Se infine indichiamo con  $C_{D0}$  il coefficiente di resistenza per fluido reale dovuto allo strato limite in condizioni di portanza nulla dell'ala, si può scrivere la forma finale del coefficiente di resistenza di un'ala:

$$C_D = C_{D0} + C_{Di} = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e\pi\lambda}$$

Quest'equazione viene detta **polare dell'ala**.

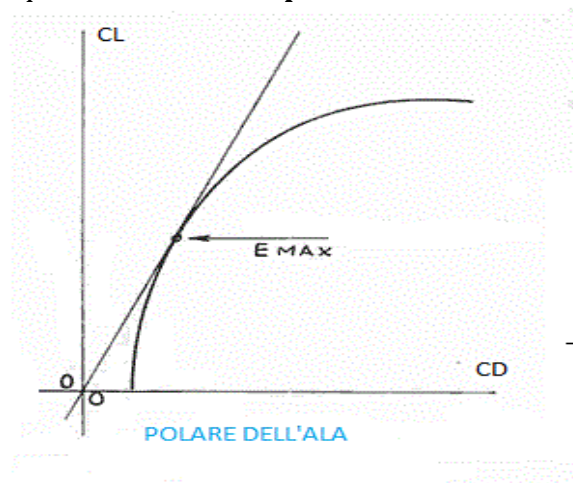
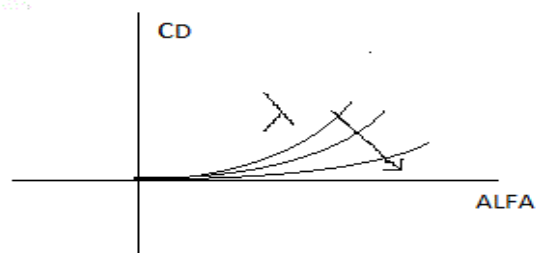


Figura 26 Curve CL-CD e CD-alfa



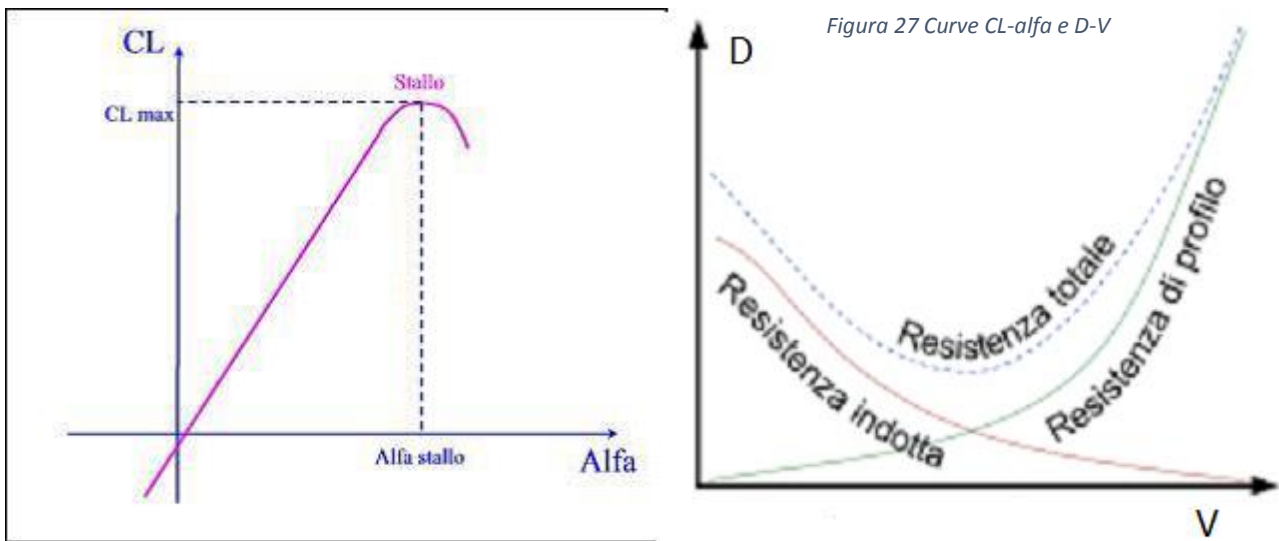


Figura 27 Curve CL-alfa e D-V

Come si può notare dall'ultima figura, la resistenza indotta aumenta al diminuire della velocità. Le velocità fra lo stallo e la resistenza minima sono dette di **secondo regime**, mentre quelle maggiori della resistenza minima sono dette di **primo regime**. Il secondo regime, oltre ad essere poco conveniente, è anche molto rischioso perché più l'aereo rallenta e più tende a rallentare, rischiando lo stallo.

Il fatto che la resistenza indotta aumenti al diminuire della velocità dipende dal fatto che ad alte velocità di volo corrispondono bassi  $C_L$ , mentre a basse velocità corrispondono alti  $C_L$ . Ad esempio, considerando le condizioni di crociera di un tipico aereo da trasporto,  $C_L = 0,5$  e la resistenza indotta costituisce circa il 40 % della resistenza totale; al decollo invece, con  $C_L = 2$ , costituisce addirittura il 90 % della resistenza totale. Perciò, anche se il decollo costituisce solo una piccola frazione del volo, la sua influenza sulla performance e il progetto complessivo del velivolo è davvero notevole, tanto da condizionare anche i parametri di crociera. Inoltre, a causa dei vortici di scia, i decolli vengono separati da un lasso di tempo sufficiente a permettere a tali vortici di decadere, affinché l'aereo in coda non ne venga risucchiato.

## 4. Riduzione della resistenza indotta.

Al giorno d'oggi, le compagnie aeree spendono milioni di dollari per il costo del carburante, e l'impatto ambientale di un aereo è strettamente connesso all'aumento di tale consumo. Dunque una accurata stima e riduzione della resistenza viene tenuta seriamente in conto. Oltre al risparmio di carburante, con una riduzione, ad esempio, dell'1% della resistenza indotta è possibile anche aumentare di circa l'1% il peso al decollo e diminuire il rumore sempre nella fase iniziale di volo: si deduce quindi che la riduzione di resistenza indotta mostra i suoi benefici anche al di fuori di considerazioni puramente aerodinamiche.

Ancor prima che i meccanismi della resistenza indotta fossero totalmente compresi, erano già stati compiuti studi che miravano alla riduzione di questa componente della resistenza. Uno dei primi a richiedere un brevetto (1897)



Figura 29 Ludwig Prandtl

in tal senso fu **Frederick W. Lanchester** (1868-1946), un ingegnere inglese che pochi anni dopo e indipendentemente da Prandtl, si occupò dello stesso problema della **teoria della linea portante**. Tale lavoro, che fu pubblicato definitivamente nel 1907, e quello del fisico tedesco **Ludwig Prandtl** (1875-1953), che fu sviluppato durante la Prima Guerra mondiale in collaborazione con i connazionali **Max Munk** (1890-1986) e **Albert Best**, divennero ampiamente conosciuti negli anni '20. Da quel momento iniziarono a comparire numerose pubblicazioni e brevetti riguardanti la riduzione della resistenza indotta, contenenti anche le prime previsioni numeriche.



Figura 28 Frederick Lanchester

Il termine resistenza indotta fu introdotto solo dopo il completamento dei lavori sulla teoria della linea portante, e venne coniato da Max Munk nel 1917 durante uno scambio di idee con un collega. Da allora il termine venne ampiamente utilizzato da tutti gli addetti ai lavori, compreso Prandtl, e andò a sostituire le più ambigue definizioni di "resistenza di bordo" (edge drag) e "resistenza addizionale" (additional drag) impiegate fino a quel momento.

Sempre durante gli anni '20 iniziarono anche i primi studi teorici riguardanti modifiche all'estremità alari, mentre a partire dagli anni '60 è stato possibile compiere ulteriori passi avanti grazie all'introduzione di metodi numerici appartenenti alla fluidodinamica computazionale, primo fra tutti "VLM", **Medodo Vortex Lattice**, che permette di calcolare il flusso attorno ad un'ala di apertura finita. Con questo metodo, che necessita di un carico computazionale contenuto, è possibile infatti calcolare il campo di velocità attorno all'ala, la distribuzione di pressione e la resistenza indotta.



Figura 30 Max Munk

## 4.1 Apertura alare.

Il metodo forse più veloce per diminuire la resistenza indotta e quindi la resistenza totale è suggerito dalla curva  $C_D - \alpha$  e dall'equazione di Prandtl per l'ala con distribuzione ellittica di portanza:

$$D_i = \frac{L^2}{q\pi b^2} \quad \text{con} \quad q = \frac{1}{2}\rho V^2 = \textit{pressione dinamica}$$

Infatti si potrebbe facilmente ridurre di circa il 10 % la resistenza indotta di un'ala semplicemente aumentando l'apertura del 5 %. Tuttavia, tale espediente è quasi sempre evitato, se non addirittura vietato per motivi di ingombro aeroportuale. Vi è infatti un problema di carattere strutturale derivante dall'aumento dell'apertura alare: insieme ad essa infatti viene incrementato il peso dell'ala e di conseguenza anche il momento flettente. Si può infatti dimostrare che, se la resistenza indotta varia come  $1/b^2$ , il momento varia come  $b^3$ . Ad un certo punto, quindi, i benefici della riduzione di resistenza vengono sovrastati dai problemi strutturali, facendo intuire che la situazione di ottimo risiede in un compromesso fra questi due termini. Tuttavia, considerando tanti altri parametri oltre a resistenza indotta e momento flettente, si nota come tale condizione di ottimo ricada nel range degli aerei già esistenti.

Da alcuni studi di Prandtl (1933) e Jones (1950) è emersa però una cosa sorprendente. Se si pongono dei vincoli al peso strutturale dell'ala e dunque al momento, in pratica considerandoli fissi, si può ottenere una riduzione dell'11% della resistenza indotta tramite incremento di apertura alare, a patto di variare la distribuzione di portanza sull'ala, che consisterà in un minore carico all'estremità. Tuttavia, poiché il problema della resistenza indotta è, come tanti altri, notevolmente multidisciplinare, si è rilevato da studi successivi, che l'apertura addizionale comporta molti più svantaggi, sia in efficienza che in riduzione di resistenza, rispetto alle ipotesi di Prandtl e Jones.

## 4.2 Ala in pianta.

Come indicato dallo schema di Prandtl, per una data apertura, la resistenza indotta è minima per una distribuzione ellittica di portanza. E così per decenni dopo la pubblicazione di questo risultato, i velivoli furono progettati con pianta alare approssimativamente ellittica, che è il modo più semplice per ottenere la distribuzione sopra indicata. Ovviamente col tempo, notando i problemi strutturali di una tale soluzione, si è preferito ricorrere allo svergolamento e alla rastremazione, con i quali, oltre a migliorare le caratteristiche di stallo, si può ottenere una distribuzione ellittica di portanza a partire da qualsiasi pianta alare.

Le ali con una rastremazione lineare sono le più facili da costruire. Tuttavia, durante la storia della progettazione alare, gli ingegneri hanno sperimentato, numericamente e fisicamente, le più disparate forme di pianta alare, in particolare variando la geometria delle estremità le quali influiscono maggiormente sulla resistenza indotta. Tutti questi lavori sono stati semplificati dalle approssimazioni introdotte dalla teoria della linea portante. Trattandosi pur sempre di un'approssimazione teorica, i risultati forniti per le varie forme di pianta alare non combaciano perfettamente con quelli ottenuti dai più sofisticati e moderni metodi numerici, i quali, ad esempio, mostrano che un'ala a pianta ellittica, non svergolata né a freccia, non possiede una distribuzione ellittica di portanza. Difatti, lo schema di Prandtl sovrastimava il carico sulle estremità, le quali, sempre stando ai risultati più recenti, dovrebbero possedere una corda maggiore.

Il tipo di ala necessaria per migliorare le caratteristiche del velivolo (resistenza indotta, efficienza, momento) dipende comunque dalla specifica applicazione. Infatti sui requisiti che deve soddisfare una ala intervengono fattori come distribuzione dello spessore, della corda e dello svergolamento, l'angolo di freccia e le condizioni di volo, nonché considerazioni di aeroelasticità, distribuzione del carburante e performance di atterraggio.

## 4.3 Superfici multiple.

### 4.3.1 Teoremi di Munk.

Prima di analizzare le superfici alari multiple, bisogna fare una precisazione riguardo i risultati ottenuti dallo schema di Prandtl e i successivi miglioramenti apportati dal suo collega Munk. Se si considera la scia vorticoso emanata dal bordo di fuga, si potrebbe notare che essa è il risultato di un'evoluzione lungo tutta la corda del profilo in ogni punto dell'ala. Prandtl, nel lontano 1918, dovette ignorare questo dettaglio per l'impossibilità di calcolare un sistema così complesso e sviluppò quindi la teoria della linea portante.

Basandosi sui risultati di Prandtl, a cui renderà sempre il merito di aver compiuto un lavoro straordinario e corretto, Munk, nel suo classico di aerodinamica "**On the Minimum Induced Drag of Aerfoils**" del 1921, comprende la possibilità di vedere il problema da due diversi punti di vista: il campo di moto prossimo al bordo di fuga (**near-field**) e il campo di moto lontano dal bordo di fuga (**far-field**). Pur senza i potenti strumenti di calcolo moderni, quindi, Munk raggiunse risultati più accurati rispetto a Prandtl per quanto riguardava la resistenza totale delle superfici. I due principali teoremi che si devono a Munk rispecchiano in pieno questa visione far-field del problema.

Il **Munk's stagger theorem** ("stagger" significa sfalsato) afferma che la resistenza indotta totale di un sistema di superfici portanti non cambia quando i singoli elementi vengono spostati nella direzione del flusso.

Questo teorema può essere giustificato empiricamente notando che un movimento nella direzione del flusso delle superfici non induce cambiamenti nel far-field. Esso inoltre implica ad esempio che la resistenza di un'ala senza freccia è la stessa di un'ala con freccia e si rende anche utilissimo per lo studio dei canard. Inoltre grazie a questo risultato si può giungere ad un altro importante e utile teorema:

il **Mutual induced drag theorem** afferma che la resistenza di interferenza causata dal downwash di un'ala su di un'altra è uguale a quello causato dalla seconda sulla prima, quando le due superfici non sono sfalsate.

Sebbene anche queste nuove considerazioni siano derivate da modelli semplificati, sono più facilmente applicabili di quelle di Prandtl.

### 4.3.2 Biplano.

Fatte queste importanti premesse, possiamo analizzare qualche caso di superficie multipla iniziando con il primo esempio di ala non planare: il **biplano**. Assumendo che entrambe le ali possiedano un carico ellittico, Prandtl trovò una semplice espressione per determinare la resistenza indotta del biplano per un'arbitraria distanza verticale e rapporto fra le aperture:

$$D_i = \frac{L_1^2}{q\pi b_1^2} + 2 \frac{L_1^2 \sigma}{q\pi b_1 b_2} + \frac{L_2^2}{q\pi b_2^2} \quad \sigma = \text{fattore di interferenza}$$

con  $\sigma$  funzione solo del rapporto fra le aperture e della distanza verticale fra le due ali. Se le due ali hanno la stessa apertura ( $b_1 = b_2$ ), stessa distribuzione di pressione e sono separate da un gap notevole, la resistenza indotta del sistema è ridotta circa del 50% rispetto ad un monoplano con le stesse caratteristiche. Il risultato interessante riguarda però il fattore di Oswald, che, sia nel caso citato che nel caso di ali con gap nullo, rimane uguale a uno, determinando per entrambi i casi una distribuzione ottima di tipo ellittico. Tuttavia, considerazioni riguardanti il peso, il basso numero di Reynolds e il volume di carburante tendono a sovrastare i benefici della riduzione di resistenza indotta.

Figura 31 Biplano



Figura 32 Canard



### 4.3.3 Canard.

Anche strutture quali combinazioni **ala-tail** coplanari e **canard** possono essere analizzate con l'equazione di Prandtl precedente: nel primo caso, ad esempio, basta considerare il gap nullo, il che porta a  $\sigma = b_1/b_2$ . Nel caso del canard, attraverso l'equazione di Prandtl, si ottiene un grande resistenza indotta, che però non trova riscontro nella realtà. Basta infatti modificare l'equazione affinché si dia conto di una distribuzione ottimale non ellittica, ottenendo un risultato in linea con il teorema di Munk e l'approccio far-field: per superfici coplanari, il minimo di resistenza indotta dipende dall'apertura maggiore e dalla portanza totale.

### 4.3.4 Ground effect.

Un'altra possibilità per ridurre la resistenza di un velivolo, anche se è un espediente utilizzato principalmente dai volatili, è quella di sfruttare il **ground effect**: esso consiste in un aumento della portanza e una diminuzione della resistenza quando l'ala del velivolo è molto vicina ad una superficie fissa, come il suolo o l'acqua. Il ground effect, anche chiamato "cushion effect" (effetto cuscinetto) è dovuto al fatto che la stretta vicinanza con una superficie fissa aumenta la pressione sul ventre dell'ala, la quale è responsabile della portanza. Inoltre a parità di portanza quest'effetto fa sì che si necessiti di un'incidenza minore.



Figura 34 Aereo sfrutta il ground effect



Figura 33 Stormo di uccelli disposto a V

### 4.3.5 Stormo.

Un'ultima configurazione che può essere analizzata come superficie multipla è il volo in **stormo**. È infatti anch'esso un espediente per ridurre la resistenza indotta, riduzione massimizzata nel caso di disposizione planare. Questa riduzione, sempre in accordo con il teorema di Munk, è indipendente dalla disposizione longitudinale dello stormo (cioè nella direzione del moto) e la tipica formazione a V degli uccelli è solo per distribuire equamente la riduzione sui singoli membri dello stormo.



## 5. Dispositivi d'estremità (wing tip devices).

### AIRFOIL AND GEOMETRY SELECTION

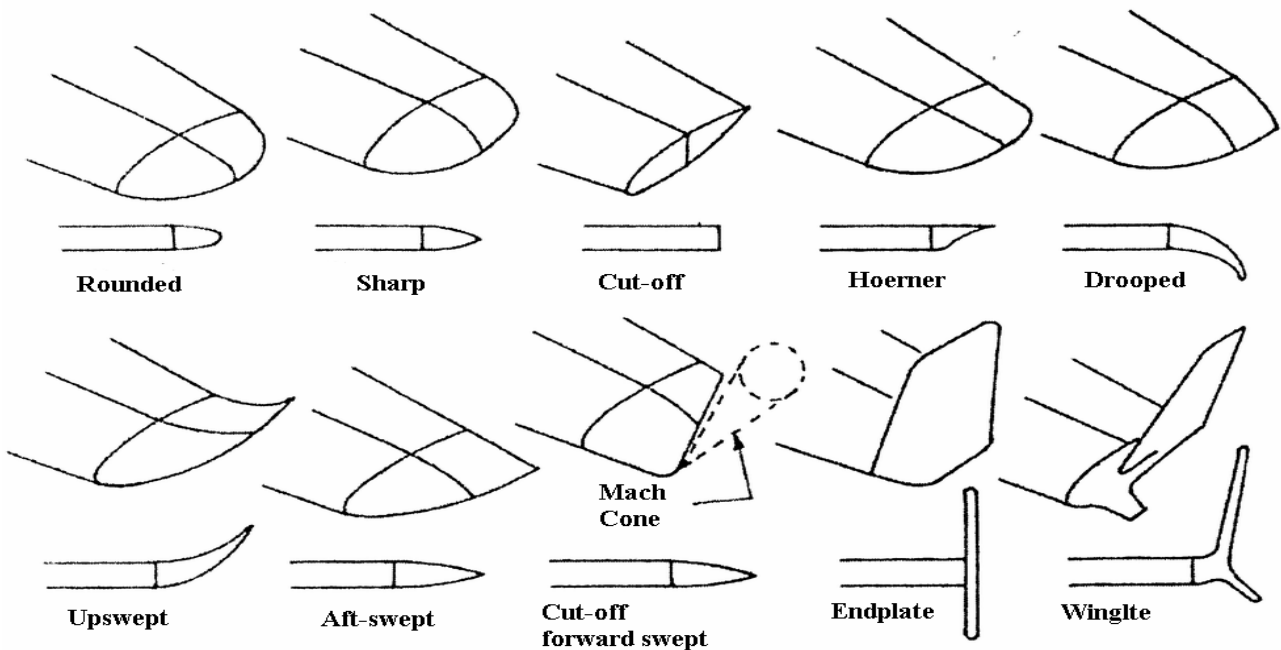


Figura 35 Geometria e sezione delle estremità alari

A causa della concentrazione di vorticità in prossimità delle estremità, appena introdotta la teoria dell'ala di allungamento finito vennero subito studiati dispositivi di estremità per interagire con la scia vorticoso e ridistribuirlo. Grazie ai dispositivi si ottiene un incremento dell'allungamento alare effettivo anche senza aumentare l'apertura alare e, a seguito della riduzione della resistenza, un aumento dell'efficienza aerodinamica, la quale ovviamente influisce sul consumo di carburante.

#### 5. 1 End plates.

Gli **end plates** (letteralmente "piastre terminali") furono i primi di questi dispositivi e vennero introdotti da Lanchester negli ultimi anni dell'800; tuttavia essi non avevano inizialmente la finalità di ridurre la resistenza indotta interagendo con i vortici ma dovevano solo ritardarne la comparsa. In ogni caso, gli end plates sono piastre montate all'estremità dell'ala e perpendicolari ad essa.

Successivamente, quando apparvero le prime pubblicazioni sulla resistenza indotta da parte di Prandtl e Munk, il loro obiettivo divenne quello di operare come barriera per il flusso trasversale che percorreva l'apertura alare le estremità: riducendo questo flusso la sua energia cinetica diminuisce e di conseguenza si riduce la resistenza indotta.

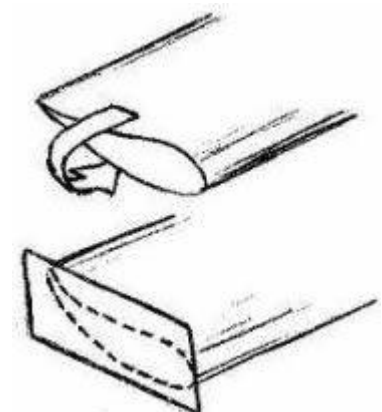


Figura 36 End plates

I primi test furono compiuti da F. Nagel nei laboratori di Gottinga, dove lavorò lo stesso Lanchester, e da E.G. Reid al Langley Memorial Aeronautical Laboratory, dove invece lavorò Whitcomb, e secondo i risultati di tali test la riduzione in resistenza indotta sovrastava le perdite dovute alla maggiore resistenza di attrito causata dalle superfici aggiuntive, tranne che per bassi valori del coefficiente di portanza.

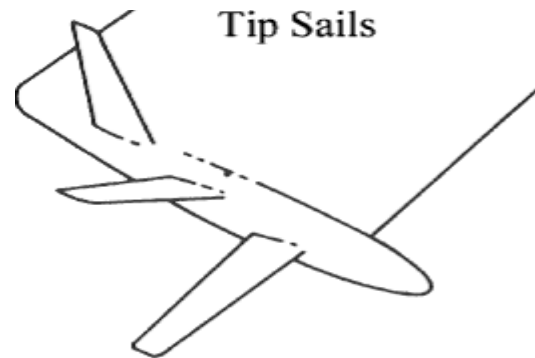
## 5.2 Tip sails.

Un altro dispositivo di notevole interesse è noto come **tip sails** e fu sviluppato da John Spillmann nel 1978. I tip sails consistono in superfici portanti multiple, dall'elevato allungamento alare, montate a diversi angoli diedri alle estremità alari. Sono state sviluppate prendendo spunto dagli uccelli veleggiatori (soaring birds), per i quali riducono la resistenza indotta, migliorano la stabilità longitudinale, rompono i vortici e li diffondono, e, sfruttando il flusso locale, possono fornire anche potenza aggiuntiva. Anche se più complessi, i tip sails appaiono meno efficaci di una winglet di pari apertura e altezza; tuttavia mostrano la loro grande utilità nelle interazioni transoniche e viscosi in prossimità delle intersezioni.

Figura 38 Uccello veleggiatore



Figura 37 Tip sail



## 5.3 Wing grid.

Un ultimo esperimento degno di nota, sviluppato dall'aerodinamico svizzero La Roche nel 1998 è rappresentato dalla **wing grid** (griglia), che può presentarsi in due diverse configurazioni: con end plates a racchiudere la griglia, oppure come piccole ali che si estendono all'estremità e che concentrano su di esse l'allontanamento della scia vorticoso, altrimenti distribuito anche sul resto dell'apertura. Questo dispositivo presenta due possibili regimi di operabilità:

1. al di sotto di un angolo di incidenza critico, e quindi al di sopra di una specifica velocità (condizioni di crociera), viene aumentato notevolmente l'allungamento effettivo, la resistenza indotta può diminuire fino al 60 % e quella totale fino al 50 %.
2. Al di sopra dell'angolo di incidenza critico, e quindi al di sotto di una specifica velocità, i benefici sulla resistenza indotta calano drasticamente e la griglia ha un effetto negativo sulle prestazioni di volo.

Figura 39 Wing grid non racchiuso



Figura 40 Wing grid racchiuso



## 5.4 Altri dispositivi.

Altri dispositivi o espedienti progettati per le estremità alari di cui rendere nota sono:

**Hoerner tips** caratterizzate da:

- estremità a forma crescente
- migliore diffusione dei vortici
- leggero miglioramento rispetto al classico profilo arrotondato

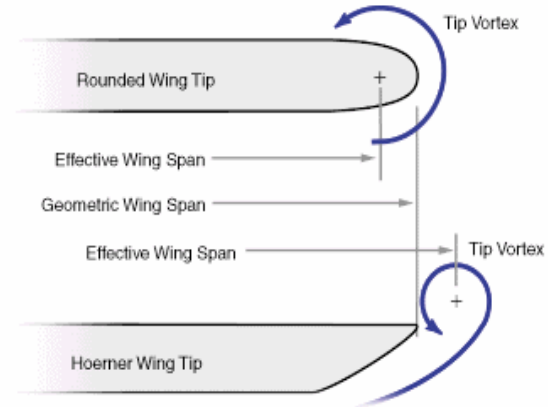


Figura 41 Hoerner tips

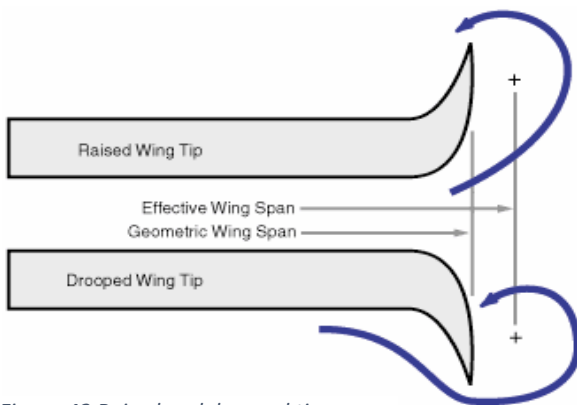


Figura 42 Raised and drooped tips

**Unswept & Drooped tips:**

- molto simili agli Hoerner tips ma incurvati in su o in giù per aumentare l'allungamento effettivo

**Tip turbines:**

- sviluppate da James Patterson (1975)
- riducono la forza dei vortici
- recupero energia (400 hp su B-747)



Figura 43 Aereo dotato di tip turbines

## 6. Winglets.

Come si era già notato in precedenza, il primo, e per lungo tempo più importante, dispositivo atto a diminuire il flusso indotto sull'apertura alare e dunque la resistenza indotta era costituito da piastre montate alle estremità alari dette end plates. Sfortunatamente, perché siano davvero efficaci, gli end plates dovrebbero avere dimensioni tali che l'incremento in resistenza di attrito sovrasterebbe qualsiasi riduzione di resistenza indotta. Per decenni si cercò quindi un modo alternativo per conseguire gli stessi obiettivi e lo si cercò ovviamente fra i numerosi sistemi non planari possibili, che ormai si era accertato fossero molto più efficienti e utili a contrastare la resistenza indotta. Fu così che nel 1976 l'ingegnere aeronautico statunitense **Richard T. Whitcomb** (1921-2009), del Langley Research Center, sviluppò delle piccole e quasi verticali superfici di forma simile ad un'ala, da montare sempre all'estremità di quest'ultima e le denominò **winglets**.



*Figura 44 Richard T. Whitcomb*

Il progetto di Whitcomb prevedeva una prima winglet di dimensioni maggiori sopra l'estremità alare, posizionata sul davanti, e una winglet secondaria al di sotto dell'estremità, posizionata sul retro. Perché fossero davvero efficaci, Whitcomb si proponeva di calcolare anche il momento derivante dall'aggiunta di queste superfici e dai carichi che ovviamente avrebbero dovuto variare lungo l'ala per accogliere la sua winglet. Il momento flettente dell'ala richiede infatti, come già visto, una struttura più pesante, costi maggiori e una possibile perdita di efficienza.

Inoltre, bisogna considerare che col tempo furono trovate distribuzioni di portanza sempre più adatte alle varie modifiche apportate alle estremità e, come notarono sia Whitcomb che i suoi colleghi, ciò rese gli end plates praticamente inutili, in quanto, con un opportuna distribuzione e a parità di momento flettente, i loro stessi benefici potevano essere ottenuti semplicemente aumentando l'apertura alare.

Prima di procedere con le varie caratteristiche e relativi risultati analizzati dai lavori più completi a riguardo, è necessario ribadire un concetto fondamentale: la scelta di equipaggiare o meno l'ala con le winglet o con qualsiasi altro dispositivo dipende da moltissimi fattori ed è sostanzialmente un problema multidisciplinare. Inoltre gli aerodinamici, i progettisti e gli ingegneri del settore non possono prescindere dai costi e dalla fattibilità delle loro scoperte.

L'esempio più lampante riguarda proprio le winglet: le compagnie aeree che promuovono la ricerca per ridurre la resistenza indotta non possono sempre adottare le winglet proposte poiché negli aeroporti spesso gli aerei, per motivi di spazio, vengono parcheggiati sovrapponendo le ali dei più grandi alle ali dei più piccoli e, se questi ultimi montassero le winglet, probabilmente tale "incastro" non sarebbe possibile, incidendo poi sui costi aeroportuali.



Figura 45 Aerei affiancati sulla pista di un aeroporto

Un'altra considerazione che non promuove certo l'adozione indiscriminata delle winglet è che queste necessitano, oltre che di valori ottimali dei propri parametri, valori altrettanto opportuni delle altre grandezze riguardanti il resto dell'aereo e in particolare dell'ala, come ad esempio adeguate apertura, distribuzione di portanza e struttura. Le compagnie che già utilizzano determinati velivoli non possono però accantonarli all'improvviso per comprarne di nuovi perfettamente coniugati con le winglet: devono adattare queste ultime ad aerei già esistenti, cosa che non offre certo gli stessi benefici.

Il modello di winglet sviluppato da Whitcomb nel 1976 prevedeva, come già anticipato, due superfici distinte montate una al disopra dell'estremità alare, la winglet superiore, e una al di sotto, la winglet inferiore. Quella col maggiore effetto sulla resistenza indotta era quella superiore, di dimensioni maggiori, mentre quella inferiore avrebbe dovuto semplicemente migliorare l'efficacia della prima.

## 6.1 Caratteristiche e geometria della winglet.

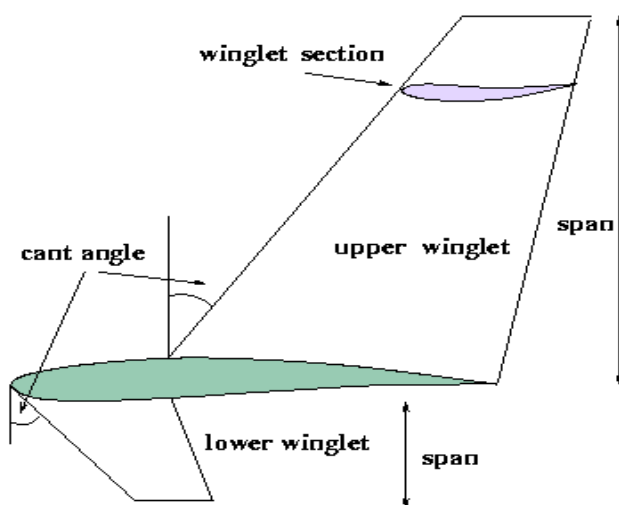


Figura 46 Winglet di Whitcomb

**Cant angle:** è l'angolo di inclinazione (cant) che la winglet assume verso l'interno o verso l'esterno rispetto alla perpendicolare sull'estremità alare, misurato nel piano  $(y, z)$ .

**Washout:** diminuzione dell'incidenza a partire dalla radice dell'ala verso l'estremità, con la quale si può facilmente modificare la distribuzione di portanza lungo l'ala (svergolamento).

**Angolo di freccia:** angolo di inclinazione rispetto alla perpendicolare sull'estremità alare misurato nel piano  $(x, z)$ .

### 6.1.1 Posizionamento.

Innanzitutto bisogna posizionare la winglet superiore sulla parte posteriore dell'estremità, così che la velocità del flusso sulla parte interna della winglet non si sovrapponga alle alte velocità presenti vicino al bordo d'attacco dell'ala. Inoltre il bordo d'attacco della winglet dovrebbe essere posizionato in prossimità del punto più alto della sezione dell'ala all'estremità, altrimenti la winglet subirebbe una perdita di efficacia. Il bordo di fuga dovrebbe invece essere posto vicino al bordo di fuga dell'estremità alare.

La winglet inferiore, invece, è utilizzata principalmente per ridurre ulteriormente le velocità sull'interno della winglet superiore e, per questo motivo, è posizionata sulla parte anteriore dell'estremità (del ventre ovviamente). Tale effetto è quindi molto simile a quello di uno slat (ipersostentatore al bordo d'attacco) posizionato all'estremità dell'ala. Il bordo di fuga della winglet inferiore è circa coincidente col bordo di attacco di quella superiore.

### 6.1.2 Numero di Mach della corrente indisturbata.

L'incremento del numero di Mach influenza negativamente la riduzione di resistenza indotta ottenuta con l'aggiunta delle winglet, soprattutto nel caso di grandi allungamenti alari. Inoltre si assiste ad un incremento del momento flettente alla radice. È ovvio inoltre che ci sono maggiori opportunità per il Mach di creare interferenza sul profilo e causare resistenza dovuta alla compressibilità del fluido con le winglets piuttosto che con un semplice incremento dell'apertura.

Molte scelte riguardanti la progettazione di winglets, come si può notare nel lavoro di R. Whitcomb, sono derivate proprio da tali considerazioni: la corda ridotta, la collocazione posteriore sono scelte infatti per rendere massima la distanza tra le velocità di picco e la regione dei dispositivi di estremità. L'angolo di freccia inoltre minimizza l'interferenza.

### 6.1.3 Lunghezza.

Da alcuni studi compiuti sempre da Whitcomb e colleghi, si è trovato come la riduzione di resistenza indotta aumenti circa linearmente con l'aumentare dell'altezza della winglet; tuttavia, una tale variazione richiede carichi maggiori all'interno dell'aletta, i quali, anche a causa del braccio maggiore, generano momenti flettenti più intensi e di conseguenza i soliti problemi strutturali.

Inoltre, un'eccessiva crescita in altezza anticipa drasticamente la separazione dello strato limite sulla winglet, soprattutto in condizioni di alto  $C_L$ , mentre si vuole che la winglet non stalli mai prima dell'ala; comunque è sempre previsto che la winglet stalli prima alla radice poiché lo stallo alla sua estremità creerebbe forti asimmetrie e altrettanti momenti.

La lunghezza della winglet è infine anche influenzata da vincoli operativi come quelli imposti dagli aeroporti (il parcheggio "ad incastro" già citato). Infine, in caso fosse presente anche la winglet inferiore, questa potrebbe teoricamente essere lunga quanto quella superiore; tuttavia per problemi di distanza da terra la si monta sempre più corta.



Figura 47 Altezza di una winglet rispetto ad un uomo

#### 6.1.4 Area e rastremazione.

Perché una winglet abbia un'alta efficienza aerodinamica, si richiede una rastremazione tale da distribuire equamente le forze normali lungo la sua apertura, cosa che appunto non accadrebbe senza rastremazione. L'area delle winglet è infatti necessaria solo per mantenere livelli di  $c_n$  (coefficiente di forza normale) che evitino lo stallo per la distribuzione desiderata poiché non ha un grande effetto sull'efficienza. L'unica variabile che negli studi teorici è risultata di grande interesse è infatti la lunghezza. Nonostante la rastremazione delle winglets sia vantaggiosa da un punto di vista strutturale, non sembra quindi essere utile alla riduzione della resistenza indotta, anche se su questo argomento sono state presentate opinioni differenti, dipendenti soprattutto dalla distribuzione di carico ipotizzata sulla winglet e l'apertura alare: ad esempio per Whitcomb, che nei suoi primi lavori aveva adottato una distribuzione ellittica, la rastremazione poteva incidere abbastanza, ma per i risultati successivi, tra cui quello di H. Heyson, che adottano carichi inferiori all'estremità, più realistici per velivoli di seconda generazione, non incide.

#### 6.1.5 Freccia del bordo d'attacco della winglet.

La freccia all'indietro della winglet, come osservato da Whitcomb, è stata scelta per ridurre l'interferenza al raccordo e la resistenza dovuta alla compressibilità. Sia con freccia nulla che rivolta in avanti se ne avrebbe infatti un aumento. Inoltre la freccia in avanti tende a creare problemi di aeroelasticità. Per tali motivi e per l'incremento del momento flettente, si può ritenere valida la conclusione raggiunta da Whitcomb che consiglia per le winglet una freccia all'indietro e pari a quella dell'ala.

#### 6.1.6 Freccia del bordo d'attacco dell'ala.

La freccia all'indietro dell'ala tende ad accrescere i carichi esterni; perciò, non adottandola tali carichi vengono ridotti e, di conseguenza, le winglet sono meno efficaci nella riduzione della resistenza indotta. Come sempre, però, aumentando i carichi esterni per compiacere le winglet, ne risente negativamente il momento flettente.

#### 6.1.7 Angolo di cant.

Se la winglet è posizionata verticalmente sull'ala, si comporta esattamente come un end plate: la sua forza normale non dà contributo alla portanza tranne che per gli effetti sulle forze normali dell'ala. Se invece giace sul piano dell'ala si comporta come un'irregolare estensione dell'apertura alare. Nella pratica, le winglets hanno un certo cant angle verso l'esterno.

Se la winglet è inclinata all'interno (canted inward,  $\gamma < 0$ ), è possibile realizzare guadagni significativi nell'efficienza indotta al costo di un aumento davvero piccolo di momento flettente. Sfortunatamente, l'angolo acuto fra l'ala e la winglet aumenta la resistenza di interferenza al tal punto da oscurare il guadagno nell'efficienza indotta.

#### 6.1.8 Washout.

Aggiungendo le winglet ad un'ala non rastremata e non svergolata la riduzione di resistenza indotta può raggiungere addirittura il 40 %; tuttavia, siccome per motivi strutturali è desiderabile diminuire il peso e le forze all'estremità, si è spesso deciso di scaricare queste ultime applicando la rastremazione e soprattutto lo svergolamento (washout). Scaricando la zona delle winglet, però, si perde parte del guadagno prima stimato, quindi in tutti i casi si è sempre dovuto trovare un compromesso tra queste due variazioni. Inoltre vi è una enorme disparità di rendimento delle winglet a seconda delle condizioni di volo e del coefficiente di portanza.

Applicando il washout, la minima riduzione di resistenza indotta si riscontra soprattutto per le condizioni di crociera, cioè per bassi valori di  $C_L$  (0,4). Per di più si nota che il fattore di Oswald, che è massimo ed uguale ad 1 per la distribuzione ellittica, per le altre distribuzioni aumenta con l'aumentare di  $C_L$ : di conseguenza, collegando tutte queste relazioni, se aumenta il coefficiente di portanza aumenta il fattore di Oswald, la distribuzione è molto più simile a quella ellittica, la quale comprende carichi maggiori alle estremità rispetto a quelli ottenuti col washout, e le winglet sono molto più efficaci.

Per questo motivo i jet da trasporto di prima generazione come il Boeing B-707 e il Douglas DC-8 tendevano ad avere ali progettate per una distribuzione ellittica di portanza in crociera così da rendere minima la resistenza indotta. Più recentemente, per i jet di seconda generazione, tipo il DC-10, si progettano invece ali con un'aggiunta di rastremazione e svergolamento, scaricando quindi le estremità per ridurre i momenti flettenti e il peso della struttura, concedendo tuttavia una maggiore resistenza indotta. E quindi, poiché il carico sulle estremità è inferiore per i jet di seconda generazione, è ovvio che i vantaggi di dotarli di winglet risultano anch'essi inferiori.



Figura 48 DC-8

È infine chiaro che il massimo beneficio delle winglets si ottiene quando esse vengono montate su ali che le prevedano sin dalla fase di progettazione. Tale tipo di ali sono pensate per operare con carichi sull'estremità addirittura maggiori di quelli riscontrabili sui jet di prima generazione, cioè maggiori di quelli previsti da una distribuzione ellittica di portanza.

### 6.1.9 Caratteristiche a basse velocità.

Il volo a basse velocità è caratterizzato da grandi coefficienti di portanza ottenuti combinando l'aumento dell'AOA ("angle of attack", cioè angolo di incidenza) con un ampio uso dei flaps, i quali, scaricando leggermente le estremità alari, danno risultati qualitativamente simili a quelli del washout. L'effetto maggiore è però causato dall'aumento dell'AOA. Tale distribuzione supplementare vince infatti l'aumento di washout causato dai flaps e induce notevoli carichi sulle estremità dell'ala. È dunque evidente che, aumentando il volo a bassa velocità il carico sulle estremità, l'efficacia delle winglets è maggiore rispetto alle condizioni di crociera. Migliorano quindi le prestazioni al decollo, nella seconda parte della salita e all'atterraggio, con un'ulteriore riduzione del rumore nei pressi dell'aeroporto.

Il miglior esempio di applicazione delle winglet a basse velocità è sicuramente quello degli alianti. Nel 1987, infatti, l'ingegnere meccanico Peter Masak reclutò un aerodinamico della Pennsylvania State University, il professor **Mark Maughmer**, per migliorare le prestazioni del suo **aliente** da competizione. I due, dopo tentativi ed errori, riuscirono a sviluppare un profilo pensato appositamente per l'utilizzo delle winglet, il quale, con poche modifiche, può essere esteso a tutti i generici voli a bassa velocità.



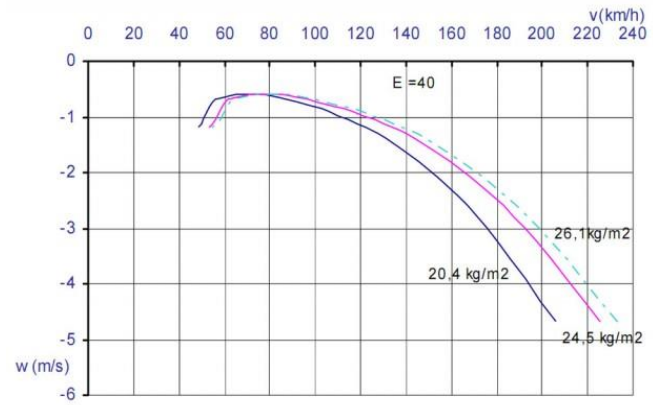


Figura 49 Biplano ed esempio di polare della velocità:  $w$  = velocità verticale

Tutte le caratteristiche geometriche che sono state elencate e descritte prima sono il risultato di un'ottimizzazione, la quale per definizione deve tenere in conto più parametri e trovare il miglior compromesso possibile. Un metodo molto semplice, ed uno dei primi ad essere stati usati proprio per gli alianti e in generale gli aeromobili operanti a basse velocità, fu il **metodo del punto di cross-over**. Tale metodo serve principalmente per trovare la più adeguata velocità di volo per le caratteristiche scelte o viceversa. Poiché l'obiettivo non è ridurre solo una componente della resistenza aerodinamica, ma il totale, non si può considerarne solo una penalizzando le altre. Con gli alianti, infatti, questo metodo è utile per trovare un compromesso fra resistenza di profilo, che varia come  $V^2$ , e resistenza indotta, che varia come  $1/V^2$ , in modo che si coniughi bene alle basse velocità richieste e all'adozione delle winglet. In pratica, si trova il punto in cui le polari delle velocità del velivolo (ottenute tramite la meccanica del volo) con e senza winglet si intersecano e in quel punto i benefici offerti dalle winglet eguagliano gli svantaggi della resistenza di profilo:

$$\Delta D_p + \Delta D_i = 0$$

Al di sotto della velocità trovata, le winglet offrono benefici sul totale della resistenza, al di sopra esse comportano complessivamente degli svantaggi. Spostando il punto di cross-over non si modifica solo il range all'interno del quale si ottengono benefici tramite le winglet, ma anche l'intensità di questi benefici: spostando il punto di cross-over a velocità più alte, si amplia il range in cui conviene utilizzare le winglet, ma i vantaggi sono minori; portandolo invece a velocità inferiori, questi vantaggi sono più significativi, anche se applicabili in un range più ridotto.

### 6.1.10 Significato del momento flettente.

Aggiungere le winglets o altri dispositivi d'estremità altera il diagramma di momento flettente dell'intera apertura alare e non solo il **momento alla radice**, che quindi, anche se più semplice da calcolare, non può descrivere in modo completo lo stato di sollecitazione dell'ala. Tuttavia si può dimostrare che tale momento alla radice è praticamente proporzionale al minimo peso di materiale pendente che è richiesto per resistere ai carichi aerodinamici sopra descritti. Esso è quindi un ottimo parametro per valutare, durante la progettazione, l'impatto dei dispositivi che modificano le estremità dell'ala.

Il momento flettente  $M(y)$  è in generale contrastato dagli sforzi sulle piastre di copertura della struttura dell'ala, il cui peso richiesto per opporsi al momento è proporzionale alla loro area. La sollecitazione consentita è dunque determinata dal materiale scelto. Il peso totale del materiale flettente (bending material) su un'ala rappresenta solo il 5÷7 % del peso massimo al decollo (MTOW), e il 12÷20 % dell'operating empty weight (OEW). In molti casi si è notato inoltre che la riduzione di resistenza dovuta alle winglets riduce il consumo di carburante al punto che il peso massimo al decollo è diminuito nonostante l'aumento del peso strutturale.

## 6.2 Tipi di winglet.

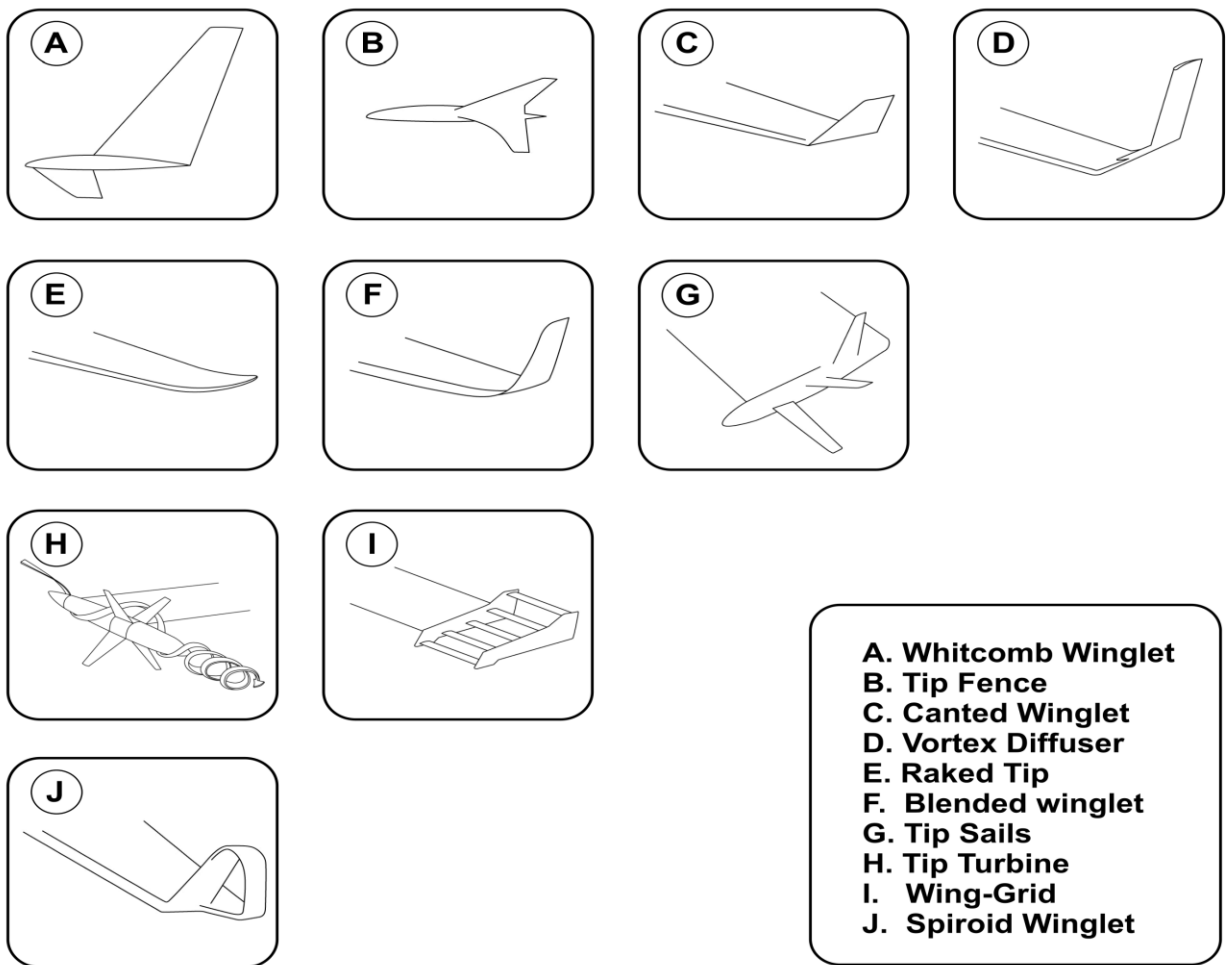


Figura 50 Tipi di winglet

### 6.2.1 Blended winglet.

Le blended winglet sono alette d'estremità che, invece di avere un angolo netto, come quelle ideate da Whitcomb, sono collegate più dolcemente all'estremità dell'ala. Un angolo netto all'intersezione crea infatti una discreta interferenza tra ala e winglet, influenzando notevolmente sullo strato limite presente e riducendo l'efficacia delle winglet. Oltre all'ampio raggio di raccordo fra aletta e ala, è da notare anche come la variazione di corda tra le due superficie sia molto lenta, sempre al fine di creare la minor interferenza possibile. La blended winglet è stata utilizzata principalmente su business jet e aianti, cioè aeromobili per uso privati, in cui le preferenze, anche estetiche, del compratore o cliente sono da tenere fortemente in considerazione.

Le blended winglet sono il fiore all'occhiello di una piccola azienda di Seattle, la Aviation Partners Inc. (API), che le sviluppò nel 1989. Anch'esse, come le winglet normali furono testate sul Gulfstream II e sui principali modelli della Boeing, i quali grazie anche al grande allungamento alare delle blended winglet, ottennero un'efficacia circa 60 % superiore a quella delle winglet normali. Negli ultimi anni anche Airbus ha iniziato a interessarsi maggiormente alle innovative winglet proposte da questa azienda, dopo un iniziale disinteresse.

### 6.2.2 Tip fence.

Una tip fence, da non confondere con la wing fence (paretina antiscorrimento), è un tipo di winglet costituita da due superfici che si estendono una sopra e una sotto l'estremità alare, in modo simile alla prima winglet ipotizzata da Whitcomb. Entrambe le superfici sono più corte oppure di uguale lunghezza rispetto alla winglet normale, e comunque sono uguali fra loro, al fine di offrire gli stessi benefici. Le wingtip fence sono state il dispositivo d'estremità preferito dalla Airbus per molti anni.



Figura 51 Wingtip fence su un Airbus

### 6.2.3 Vortex diffuser.

Il vortex diffuser è un'interessante variante della winglet sviluppata dalla Lockheed negli anni '80 ed è ottenuta scaglionando la classica winglet in due ulteriori superfici a diversa inclinazione. L'obiettivo del vortex diffuser è quello di ricavare energia da quella cinetica rotazionale disponibile nei vortici. Per questo motivo il vortex diffuser è montato in una zona ad alta vorticità, anche se, a causa delle pressioni ridotte dallo strato limite, non si può ottenere la stessa quantità di energia di un flusso uniforme. In ogni caso però, questo dispositivo contribuisce a diramare i vortici riducendone l'intensità. La riduzione di resistenza indotta, stimata nel 19 %, è simile a quella ottenibile con le winglet, a parità anche di momento flettente prodotto.

## 7. Spiroid winglet.

Nell'agosto del 1993 una piccola azienda, la **Aviation Partners Inc.** (API), la stessa che nel 1989 aveva sviluppato nel blended winglets, compì i primi test su un rivoluzionario tipo di aletta, chiamato spiroid winglets, per il quale solo un anno prima **L. B. Gratzner**, capo aerodinamico di Boeing, aveva ottenuto un brevetto. Esso consiste in una estensione orizzontale di parte della winglet ed una più o meno verticale, le quali si riuniscono formando una spirale all'estremità dell'ala.

Questa forma è un'evoluzione dei tip sails sviluppati da Spillman nel 1978, e come essi imita fortemente la struttura alare degli uccelli veleggiatori. **Vance A. Tucker**, del dipartimento di zoologia della Duke University, aveva già notato infatti che senza le fessure che dividevano le penne di questi uccelli, essi perdevano gran parte della stabilità in volo e vedevano incrementata la resistenza indotta. Le spiroid winglet erano quindi un mero sviluppo di concetti già presenti in natura e vennero testate per la prima volta sul business jet Gulfstream II, portando ad una riduzione di circa il 10 % del consumo di carburante in crociera.

L'Aviation Partners Inc., che deve la sua notorietà proprio allo sviluppo di winglet, lavora a stretto contatto con Boeing, la quale ha stimato, per l'utilizzo delle spiroid winglet, un risparmio di circa 23 000 dollari di carburante volando dalla West Coast fino ad Honk Kong. In alternativa, a parità di consumo di carburante, potrebbe imbarcare un payload significativamente maggiore.

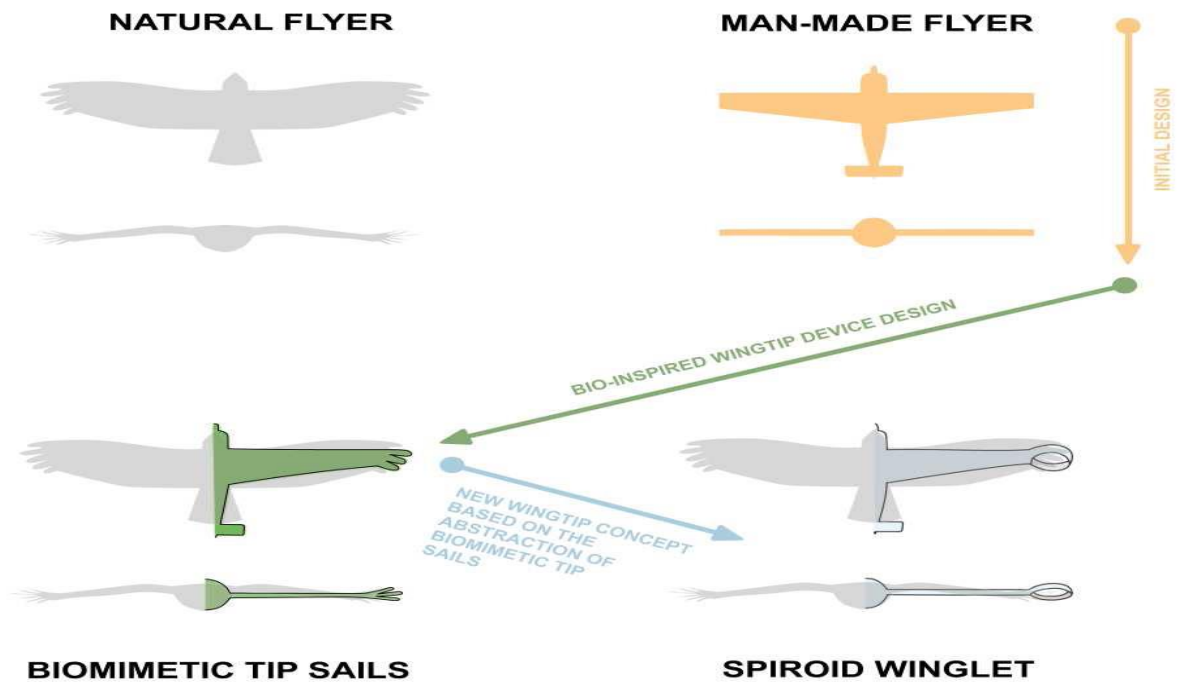


Figura 52 Spiroid winglet ispirate agli uccelli

## 7.1 Confronto dei vortici scia.

L'utilità della spirale è ovviamente quella di ridurre sensibilmente l'effetto dei vortici d'estremità, i quali rappresentano circa metà della resistenza indotta durante la crociera. Confrontando i risultati ottenuti rispettivamente per un'ala senza dispositivi d'estremità, una equipaggiata con le winglet classiche e una con le spiroid winglet, si possono notare alcuni interessanti dettagli riguardanti proprio questi vortici. L'ala base è, come previsto, quella che produce i vortici di maggiore intensità e con il maggior valore di resistenza indotta.



Figura 53 Spiroid winglets su un falcon

La winglet classica produce vortici più deboli già nel near field e quindi in prossimità dell'ala; tuttavia, questi vortici allontanandosi dalle estremità sono diretti in modo obliquo verso l'interno dell'ala, interferendo quindi con la fusoliera nel far field e creando una discreta resistenza di pressione. Questa, infatti, è una delle controindicazioni che si possono imputare alle winglet classiche, cioè quelle derivate dagli studi di Whitcomb.

La spiroid winglet, sorprendentemente, crea invece vortici più intensi nel near field rispetto alla winglet normale, ma comunque più deboli rispetto all'ala base. Questi vortici, però, decadono molto più velocemente nel far field e si allontanano parallelamente alla fusoliera, non generando quindi interferenza. Quest'ultimo risultato è dovuto anche ad un altro fatto sorprendente che caratterizza le spiroid winglet: sul dorso delle ali equipaggiate con esse la velocità indotta invece di andare dall'estremità verso la radice, procede al contrario.

Il vortice generato da una spiroid winglet nel far field è però il risultato di due/tre diversi vortici originari, come già detto più intensi che per una winglet normale. I due vortici, controrotanti, che per la winglet normale si originano all'estremità dell'ala e della winglet, per la spiroid winglet nascono in corrispondenza delle due curvature della spirale, per poi unirsi e decadere molto velocemente.

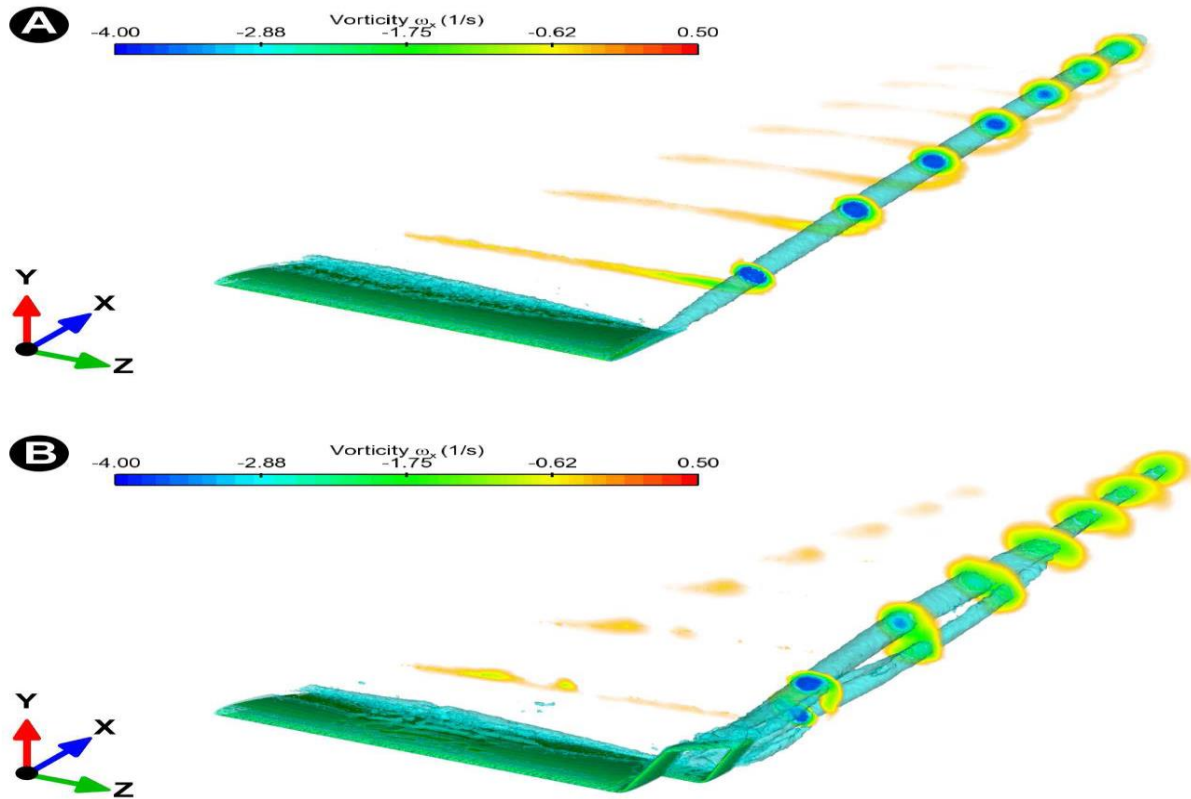


Figura 54 Scia vorticoso della spiroid

## 7.2 Angolo di cant.

Anche l'efficacia delle spiroid winglet, come per quelle classiche, è fortemente influenzata dall'angolo di cant, che, dopo vari studi, si è ritenuto essere ottimo intorno ai 30°. Questo valore è, come spesso accaduto per i parametri descritti prima, un compromesso: aumentando infatti il cant angle, ad esempio ponendolo uguale a 45°, la portanza aumenta discretamente ma la riduzione di resistenza indotta cala drasticamente; diminuendo il suo valore a 15° si nota invece che, pur rimanendo inalterato il coefficiente di resistenza, quello di portanza si riduce sensibilmente.

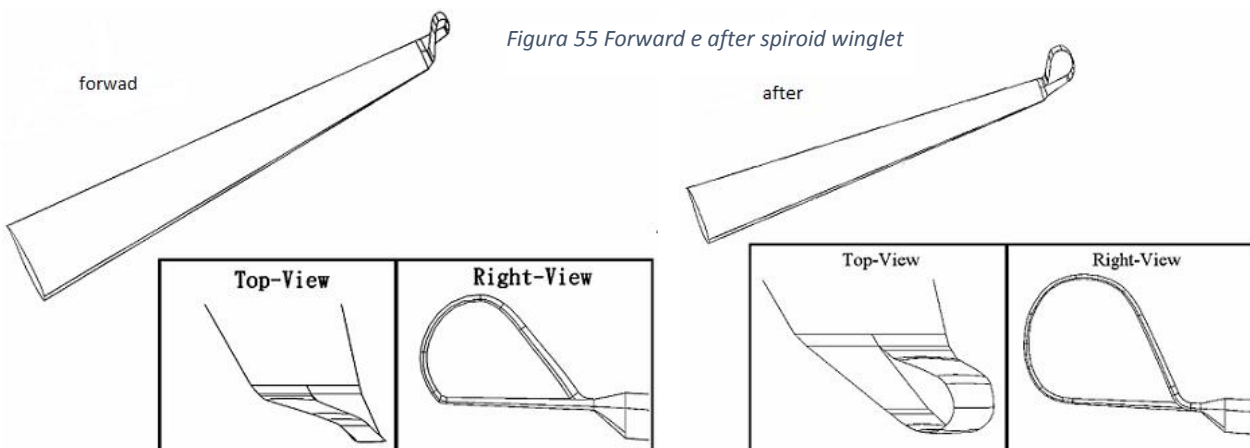


Figura 55 Forward e after spiroid winglet

### 7.3 Forward e after spiroid winglet.

Esistono infine due tipi di spiroid winglet differenziate dal verso della loro spirale: per le forward (FWD) spiroid l'estensione orizzontale condivide il bordo di fuga con l'ala, mentre per le after (AFT) spiroid essa condivide con l'ala il bordo di attacco. La prima diffonde la scia vorticoso verso l'alto, la seconda verso il basso; tuttavia è stato sperimentato che la minore interferenza e la massima velocità di decadimento della scia vorticoso si ottengono per le FWD spiroid winglets.

### 7.4 Portanza, resistenza totale ed indotta.

A differenza delle winglet normali si nota poi un'altra cosa sorprendente per le spiroid: se per le prime l'efficacia maggiore la si otteneva per alte incidenze, cioè per le fasi di decollo o atterraggio, per le spiroid winglets in tali condizioni la scia diventa molto più intensa, andando a creare una resistenza aggiuntiva. Se ne deduce quindi che, nonostante in condizioni di crociera le winglet diano un contributo minore alla portanza rispetto al decollo, queste sono le condizioni più favorevoli per l'utilizzo delle spiroid winglet, che sono dunque ottime per voli molto lunghi, riducendo la resistenza indotta fino al 20 % e aumentando l'efficienza tra il 6% e il 9%.

Di seguito sono riportati i risultati ottenuti progettando una spiroid winglet ispirata alla struttura alare degli uccelli veleggiatori. Sono presentati i diagrammi:

- $C_L - \alpha$
- $C_D - \alpha$
- $C_L - C_D$
- $C_L - C_{Di}$
- $C_L / C_D - \alpha$

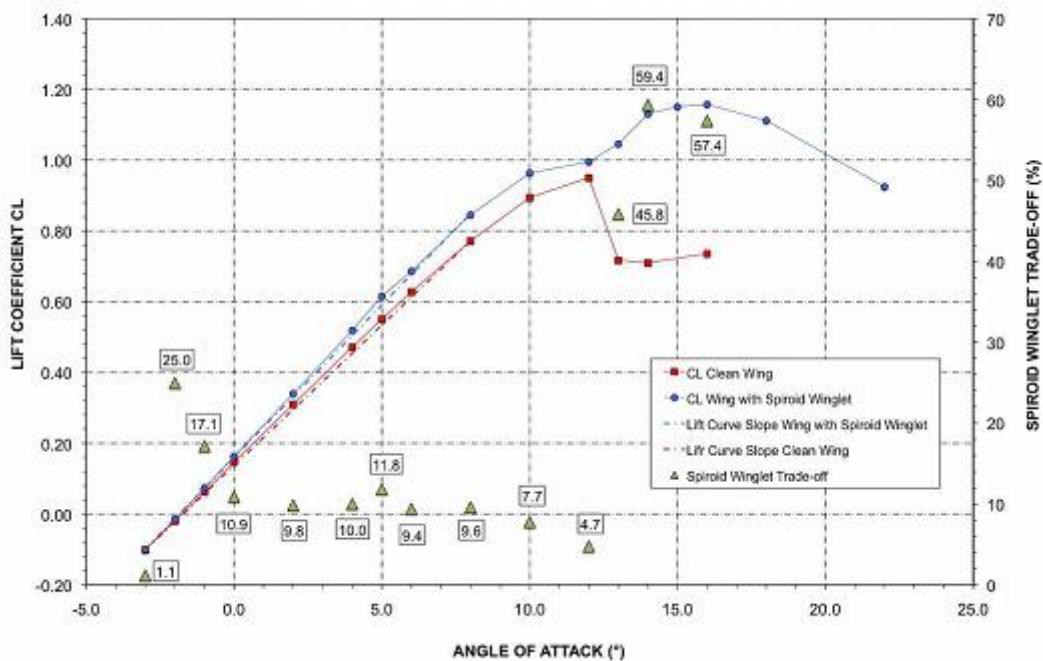


Figura 56 Bio-inspired spiroid CL-alfa

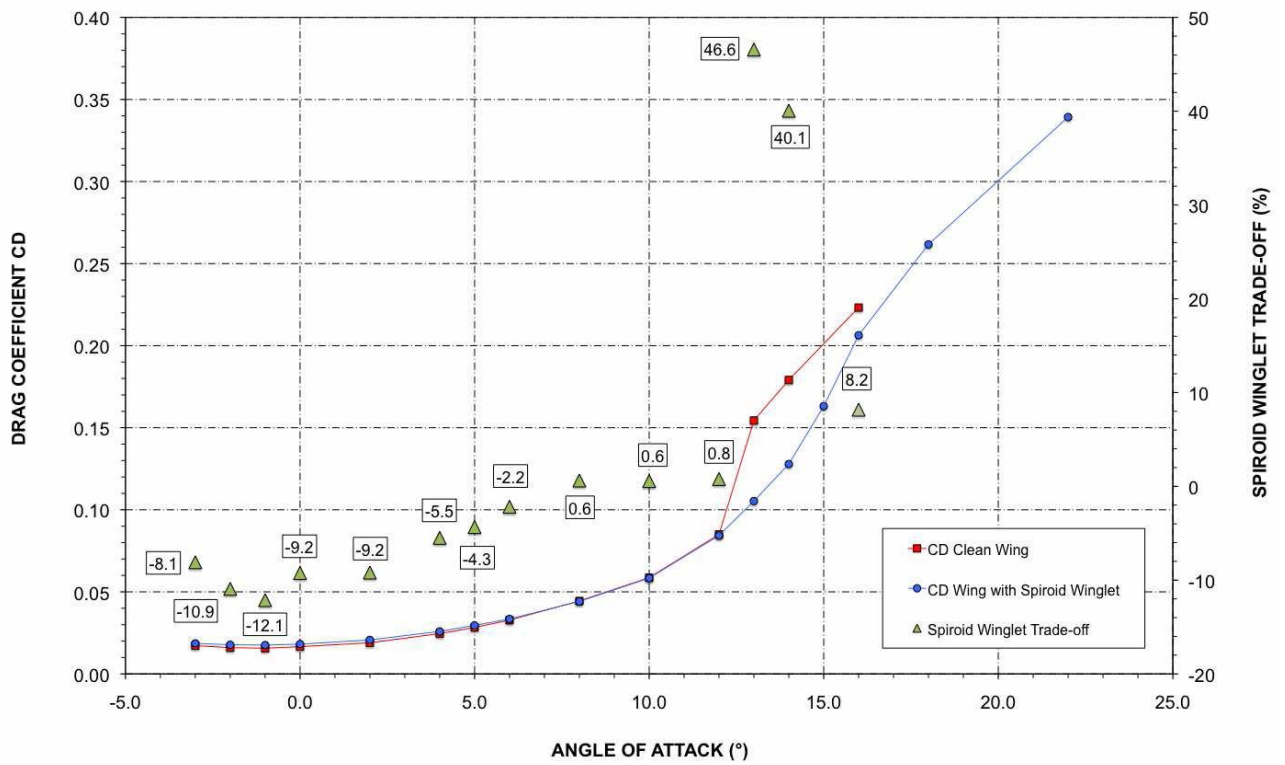


Figura 57 Bio-inspired spiroid CD-alfa

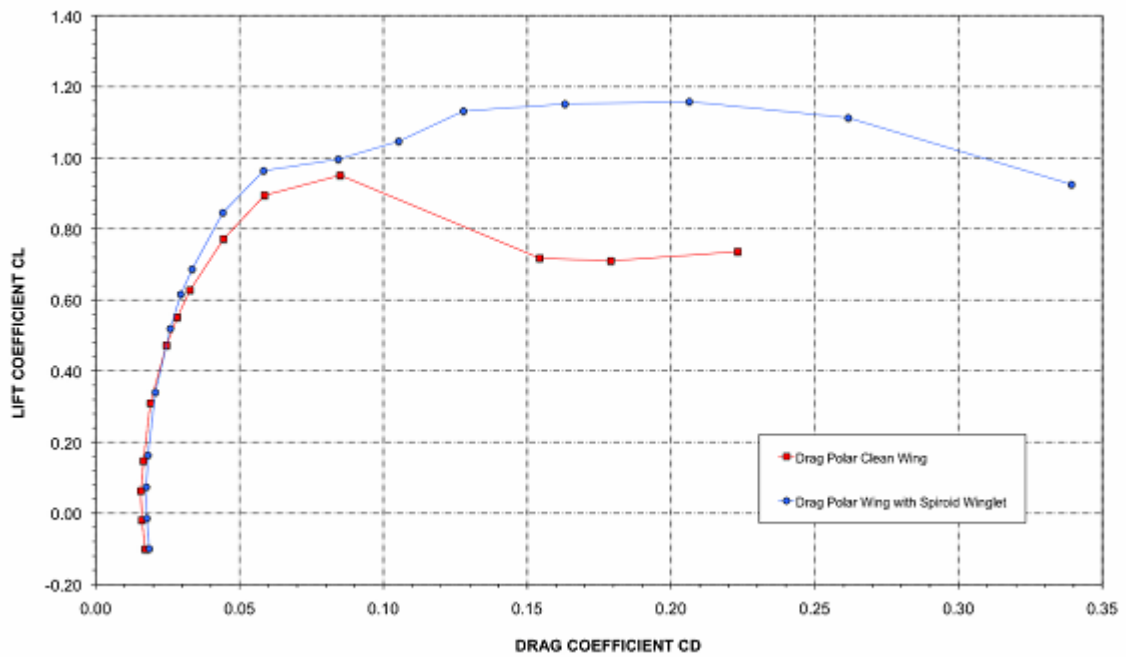


Figura 58 Bio-inspired spiroid CL-CD

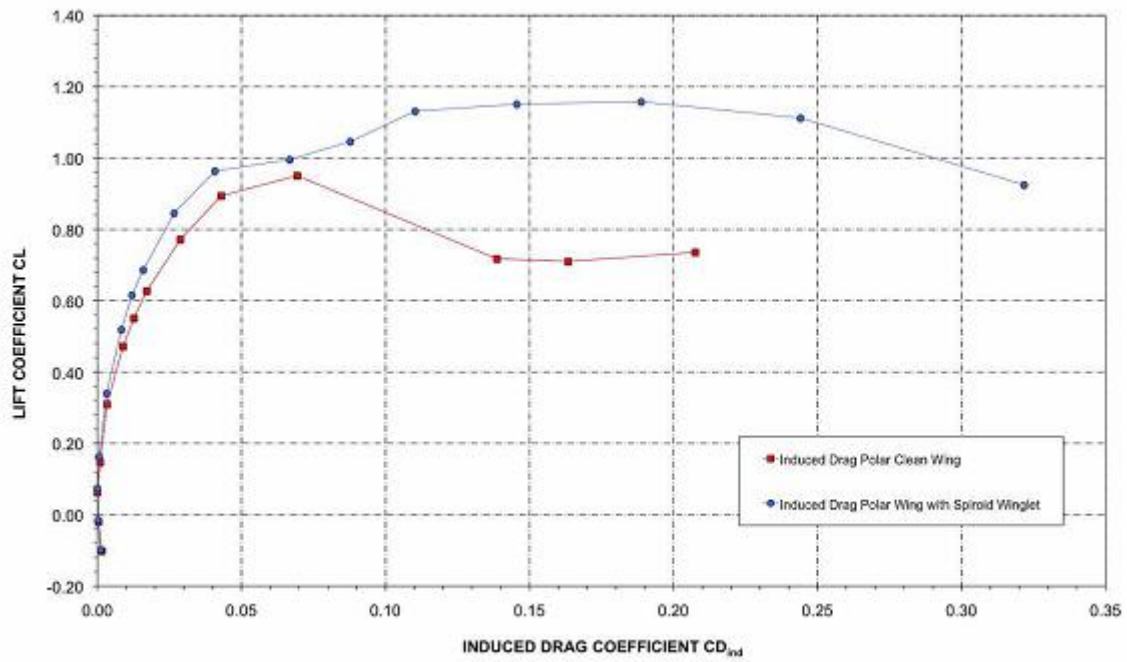


Figura 60 Bio-inspired spiroid CL-CDi

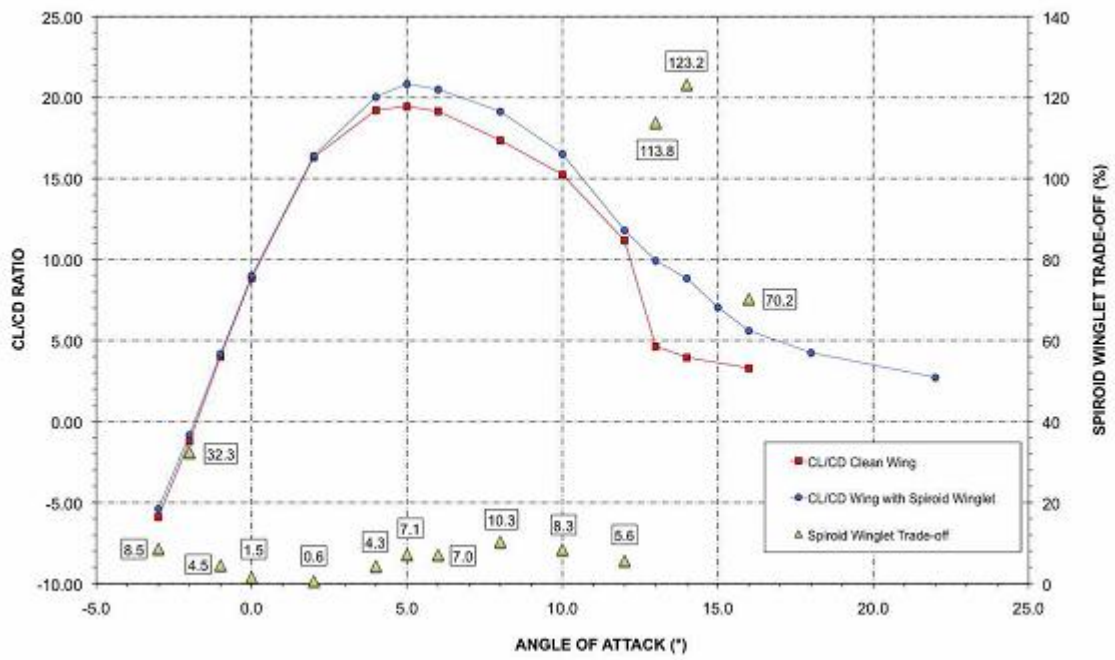


Figura 59 Bio-inspired spiroid CL/CD - alfa



## Conclusioni.

In questa tesi sono stati spiegati i meccanismi che generano la resistenza indotta, tra cui soprattutto i vortici d'estremità che sono critici non solo per ragioni economiche ma anche di sicurezza. Si sono analizzati tutti gli artifici e i dispositivi inventati oppure ispirati al mondo dei volatili, e studiati nell'ultimo secolo dell'aeronautica e dell'aerodinamica. Con particolare attenzione ci si è concentrati sulla descrizione del più importante dispositivo fra essi: la winglet. Infine, si scelto come caso particolare di winglet, quella di forma a spirale, la cosiddetta spiroid winglet, la quale si è dimostrata essere di un modello di grande interesse e soprattutto di notevoli aspettative per il futuro.

Ci si è resi conto, durante l'ultimo secolo di ingegneria aeronautica e di studi aerodinamici, che non è più possibile, come agli albori di queste scienze, considerare e studiare separatamente le varie porzioni di aereo, ottimizzandole singolarmente e poi unirle per ottenere un eccellente velivolo o, in generale, corpo aerodinamico. Tutte le parti devono essere coerenti fra loro, per la forma, la disposizione, la distribuzione di forze e momenti. Inoltre, come in ogni altro settore dell'attività umana, il tutto va poi misurato in termini di costi e tempi che derivano dall'applicazione di certi accorgimenti.

Con questa tesi si è quindi dimostrato che le winglet, pur tenendo in conto svantaggi derivati dall'appesantimento della struttura e dei conseguenti momenti, offrono importanti riduzioni di resistenza indotta e diffusione dei vortici d'estremità a costi contenuti. Si è notato inoltre che tale riduzione, e quindi la reale efficacia delle winglet, dipende soprattutto dal tipo di velivolo che andranno ad equipaggiare. I velivoli di vecchia generazione, o comunque pensati per essere più efficienti possibili senza ulteriori accorgimenti, presenteranno miglioramenti inferiori; quelli di nuova generazione, che, possedendo un adeguato maggior carico sulle estremità, sono più idonei al montaggio delle winglet, offriranno i migliori risultati.

Le spiroid winglet, in particolare, sono il tipo di dispositivo che ha offerto le più grandi riduzioni di resistenza indotta, comprese fra il 15 e 19% e un miglioramento dell'efficienza aerodinamica pari circa al 9%. Esse inoltre contribuiscono a diffondere molto più velocemente i vortici d'estremità, che decadono in tempi minori rispetto alle classiche winglet, nonostante nell'immediato siano leggermente più intensi.

I miglioramenti offerti dalle winglet sono dunque i seguenti: potenziamento delle prestazioni al decollo e in generale ad alti angoli di incidenza e coefficienti di portanza; maggiori altitudini raggiungibili; miglioramento della manovrabilità del velivolo, soprattutto in condizioni di bassa velocità, alto  $C_L$  e AOA; tempi inferiori di salita al decollo e minore rumore; risparmio di notevole quantità di carburante, soprattutto su voli di lunga distanza; adattamento agli spazi aeroportuali in seguito alla minima apertura alare; riduzione degli intervalli di tempo fra un decollo e il successivo.

Questi benefici si è quindi dimostrato che possono largamente compensare i seguenti svantaggi dovuti all'adozione delle winglet: leggero aumento di resistenza d'attrito dovuto alla maggiore superficie lambita; resistenza di interferenza all'attaccatura fra ala e winglet e nella spirale delle spiroid winglet, soprattutto per alti numeri di Mach; maggiori carichi statici che richiedono una struttura più resistente e pesante per opporsi all'incremento di momento flettente, di cui si può dare una prima misura ricorrendo al momento applicato alla radice dell'ala.

Per tutti questi motivi, oggi le winglet sono il dispositivo per la riduzione di resistenza indotta più semplice ed economico in circolazione. La Boeing collabora già da tanti anni con la Aviation Partners Inc., l'azienda che sviluppato le blended e le spiroid winglet, e la Airbus, dopo anni di disinteresse si è ultimamente resa disponibile ad uno studio più approfondito di questi prodotti.

## Bibliografia.

- Kroo, *Drag due to lift: Concepts for Prediction and Reduction*, pag. 587-617, Annual Review of Fluid Mechanics, 2001
- H.H. Heyson: G.D. Riebe, and C.L. Fulton: *Theoretical Parametric Study of the Relative Advantages of winglets and Wing-tip Extensions*, pag. 1-20, NASA Technical Paper 1020, 1977
- R.T. Whitcomb: *A design approach and selected wind-tunnel results at high subsonic speeds for wing-tip mounted winglets*, NASA Technical Note D-8260, 1976
- L. Neal, N. Harrison, D. Mujezinovic: *Wingtip devices*, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2004
- M.D. Maughmer: *The design and testing of winglet airfoil for low-speed aircraft*, pag. 654-661, Journal of Aircraft, 2002
- R.T. Jones, T.A. Lasinski: *Effect of winglets on the induced drag of ideal wing shape*, pag. 1-27, NASA Technical Memorandum 81230, 1980
- M.M. Munk: *On the minimum induced drag of airfoils*, pag. 375-390, NACA Report No. 121, 1921
- F.W. Lanchester: *Aerodynamics*, Constable & Co, London, 1907
- M. Al-Atabi: *Aerodynamics of wing tip sails*, pag. 89-98, Journal of Engineering Science and Technology, 2006
- J.D. Anderson: *A history of aerodynamics and its impact on flying machines*, 295-314, Cambridge University Press, 1997
- P.E. Hempke: *Drag of wings with end plates*, Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Report No 267, 1927
- V.A. Tucker: *Gliding birds: reduction of induced drag by wing tip slots between the primary feathers*, pag. 285-310, J. Exp. Bio. 180, 1993
- J.E. Guerrero, D. Maestro, A. Bottaro: *Biomimetic spiroid winglets for lift and drag control*, pag. 1-22, Elsevier Science, 2011
- Air Force Studies Board Division on Engineering and Physical Sciences: *Assesment of wingtip modification to increase the fuel efficiency of air force aircraft*, The National Academic Press, 2007
- L.B. Gratzler: Spiroid-Tipped Wing, U.S. Patent 5,102,068, april 1992

R. Faye, R. Laprete, M. Winter: Blended winglets, M. Aero, No. 17, Boeing, 2002

La Roche et al.: *Wing with a wing grid as the end section*, U.S.Patent 5,823,480, October 1998

J.J. Spillman: *The use of wing tip sails to reduce vortex drag*, pag. 387-395, Aeronautical Journal, 82, 1978

T.Wan, H. Chou, K.W.Lien, *Aerodynamic efficiency study of modern spiroid winglet*, 25<sup>th</sup> ICAS 2006

T.Wan, K.W.Lien, *Aerodynamic efficiency study of modern spiroid winglets*, pag. 23-29, Journal Aeronautics, 2009

M. Suhail, B. Shyam et al.: *A parametric investigation of non-circular spiroid winglets*, pag. 1-7, EPJ Web of Conference 67, 2014

M.R. Soltani et al.: *Experimental investigation of the effect of various winglet shapes on the total pressure distribution behind a wing*, pag. 1-11, 24<sup>th</sup> International Congress of the Aeronautical Sciences (ICAS), 2004

R. Arina: *Fondamenti di aerodinamica*, casa editrice Levrotto & Bella, 2014

F.Quori: *Aerodinamica*, Seconda edizione, casa editrice Levrotto & Bella, pag. 13-28, 35-45, 225- 242, 1998

### Siti consultati.

[www.aviationpartners.com/](http://www.aviationpartners.com/)

[www.airbus.com/](http://www.airbus.com/)

[www.boeing.com/](http://www.boeing.com/)