

POLITECNICO DI TORINO

I Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea

Analisi e descrizione di flussi in tubi collassabili

attraverso studi sperimentali



Tutore:

Ing. Stefania Scarsoglio

Candidato:

Luca Bonino

Luglio 2014

Sommario

<i>Introduzione</i>	1
L'importanza dello studio del flusso attraverso condotti collassabili	1
Presentazione del testo	2
Capitolo 1: Introduzione e i primi studi	3
1.1 Il tubo elastico con parete sottile	3
1.2 Il resistore di Starling e l'apparecchiatura	5
1.3 1.4 Gli studi sperimentali di Conrad (1969)	6
1.4 Le considerazioni di Conrad a partire dagli esperimenti	8
1.5 Altri risultati	10
1.6 Le oscillazioni auto-eccitate	11
1.7 La limitazione della portata	12
Capitolo 2: I modelli analitici	14
2.1 La classificazione dei modelli	13
2.2 Modello monodimensionale: Griffiths, 1971	16
2.2.1 L'impostazione del modello	16
2.2.2 La stabilità del flusso	17
2.3 Esempio di modello a parametri concentrati: Bertram & Pedley, 1982	21
2.3.1 Il modello	21
2.3.2 L'Equilibrio	24
2.3.3 L'analisi della stabilità	25
2.3.4 Esempi di instabilità oscillatorie previste dal modello	26
2.4 Il modello di Cancelli e Pedley, 1985	27
2.4.1 L'impostazione del modello	28
2.4.2 Gli aspetti considerati dal modello	29

Capitolo 3 : Gli Studi Sperimentali **31**

3.1 Lo studio di Brower e Scholten, 1975	31
3.1.1 Flusso nel tubo collassabile	31
3.1.2 La velocità di fase	32
3.1.3: Il confronto tra la velocità di fase e la velocità del fluido	35
3.2 Le contraddizioni all'ipotesi di flusso supercritico (Conrad et al, 1978)	36
3.3 I diagrammi di controllo (Bertram e Castles, 1998)	38
3.4 Gli effetti delle oscillazioni (Bertram e Godbole, 1995)	42
3.4.1 Oscillazioni LD	43
3.4.2 Oscillazioni LU	46
3.4.3 Oscillazioni I	48
3.5 L'influenza del numero di Reynolds e della lunghezza del tubo collassabile (Barclay & Thalayasingam, 1986)	50
3.5.1 Le frequenze di oscillazione	51
3.5.2 La portata durante le oscillazioni	52
3.6 L'insorgere delle oscillazioni (Bertram & Tscherry, 2006)	53
3.6.1 La riduzione della pressione a valle	54
3.6.2 L'influenza della lunghezza del condotto a valle	55
3.6.3 L'influenza della viscosità del fluido	56
3.6.4 La relazione tra limitazione del flusso e oscillazioni auto – eccitate	59
3.7 Asimmetria del flusso, velocità e pressioni in presenza di oscillazioni (Kounanis e Mathioulakis, 1998)	62

Capitolo 4: Le applicazioni biomediche **68**

4.1 Le applicazioni in ambito circolatorio	68
4.1.1 L'autoregolazione del flusso sanguigno: il modello "Capilleron"	68
4.1.2 La misura della pressione sanguigna	69
4.1.3 Le possibili origini dei suoni di Korotkoff	70
4.2 Le applicazioni in ambito respiratorio	72

Conclusioni **74**

Introduzione

L'importanza dello studio del flusso attraverso condotti collassabili

Di grande importanza nella medicina e, in particolare, nella fisiologia, è lo studio dei flussi attraverso i tubi collassabili quando la pressione interna al condotto è minore di quella esterna. Questo problema è stato ed è tutt'ora il protagonista di molte ricerche teoriche e sperimentali. Quando un flusso attraversa un tubo deformabile, le interazioni fluidodinamiche, meccaniche e le forze elastiche possono portare a una varietà di fenomeni estremamente significativi nel campo della biologia, come relazioni non-lineari tra caduta di pressione e portata, la propagazione delle onde e la nascita di instabilità. Comprendere l'origine fisica e la natura di

questi fenomeni è stata e rimane una vera e propria sfida analitica, computazionale e sperimentale.

Le applicazioni biologiche che hanno motivato gran parte del lavoro svolto sui flussi in condotti collassabile si trovano fondamentalmente nello studio del sistema circolatorio e delle vie respiratorie.

Il sistema circolatorio fornisce una grande quantità di esempi di interazione fluido-struttura, tra cui, naturalmente, la propagazione della pulsazione nelle arterie per il trasporto del sangue dal cuore ai tessuti e agli organi in tutto il corpo. Nelle normali condizioni le arterie sono sottoposte a una differenza di pressione tra interno ed esterno tale da presentarsi come distese e rigide. Le eccezioni più importanti si ritrovano nelle arterie coronarie (che possono essere sottoposte a pressioni esterne elevate quando il cuore stesso si contrae) e le arterie brachiali, che possono per esempio essere compresse da un manicotto gonfiato attorno al braccio durante la misurazione della pressione sanguigna. Le vene operano invece a pressioni trasmurali più basse rispetto alle arterie, così che le variazioni di pressione idrostatiche possono essere sufficienti ad indurre il collasso (ovvero una significativa riduzione della sezione della vena e, in generale, del condotto) che può limitare il flusso sanguigno che ritorna al cuore nelle vicinanze di organi come i polmoni.

Le vie respiratorie sono anch'esse deformabili, e dietro molti fenomeni polmonari si celano interazioni tra fluido e struttura. In particolare la limitazione del flusso respiratorio ha una grande importanza: per esempio, un aumento di sforzo durante l'espirazione, per un dato volume del polmone, può non portare a un aumento (se non addirittura portare ad una diminuzione) del flusso di aria espirata, sostanzialmente perché la pressione alveolare fa sì che le vie respiratorie vengano sottoposte a compressione.

Presentazione del testo

Questo testo si propone di descrivere i principali sviluppi sulla comprensione della dinamica dei flussi attraverso i tubi collassabili. È stato scelto, in particolare, di dare grande peso agli studi di carattere sperimentale: l'obiettivo dell'autore è infatti quello di fornire una panoramica sui fenomeni che coinvolgono il sistema incentrata perlopiù sul carattere *fisico* degli stessi, piuttosto

che fornire una loro comprensione analitica. In ogni caso, si è deciso di inserire comunque un capitolo sulle prime trattazioni analitiche del sistema, ritenendole essenziali per una buona comprensione degli studi sperimentali, e, più in generale, dell'oggetto in questione.

Nel Capitolo 1 si descrivono le principali apparecchiature utilizzate per gli studi sperimentali. Queste, a meno di piccole modifiche o di adattamenti, si sono mantenute identiche nel corso dei decenni. Sempre in questo Capitolo vengono illustrati i primi studi sistematici sul flusso in condotti deformabili (risalenti al 1969) e vengono fatti emergere i particolari fenomeni con cui i ricercatori hanno dovuto confrontarsi, più precisamente, fenomeni oscillatori e limitazione della portata.

Nel Capitolo 2 si presentano sommariamente le diverse categorie dei modelli analitici e se ne forniscono degli esempi. I modelli presentati sono di grande interesse in quanto vanno ad influenzare una buona parte degli studi sperimentali eseguiti successivamente alla loro pubblicazione.

Il Capitolo 3 consiste di una selezione di prove sperimentali, effettuate dal 1975 al 2006, nelle quali vengono discussi i modelli analitici esposti nel Capitolo precedente e dai quali emergono nuovi sviluppi sul carattere fluidodinamico e strutturale del sistema. Si noti che gli esperimenti non sono presentati in ordine cronologico, bensì in modo da risultare il più possibile collegati, in maniera continuativa, in termini di temi affrontati.

Il Capitolo 4 fornisce una panoramica delle applicazioni in campo fisiologico dei risultati ottenuti tramite gli studi e indica qualche esempio di modellizzazioni di situazioni di interesse medico.

Sono infine inserite le Conclusioni, in cui si riassumono i risultati ottenuti negli studi illustrati.

Capitolo 1: i primi studi

1.1 Il tubo elastico con parete sottile

Si consideri un lungo tubo elastico soggetto a una pressione trasmurale (interna meno esterna) variabile $p_{tm} = p - p_e$. La relazione tra la pressione trasmurale e l'area della sezione α è mostrata in Figura 1.1, in cui sono evidenziate le tipiche forme della sezione del tubo. Se p_{tm} è

ridotta a valori più bassi di zero, il tubo, inizialmente circolare, ora è soggetto a compressione. A una pressione critica, il condotto collassa ad una sezione ellittica. In questa situazione il tubo è decisamente cedevole: piccole riduzioni della pressione trasmurale conducono a una grande riduzione di α .

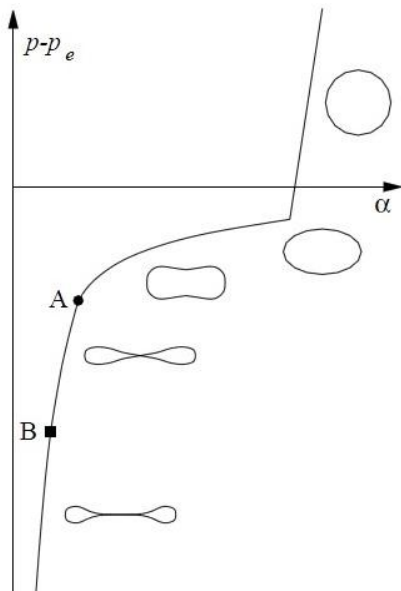


Figura 1.1

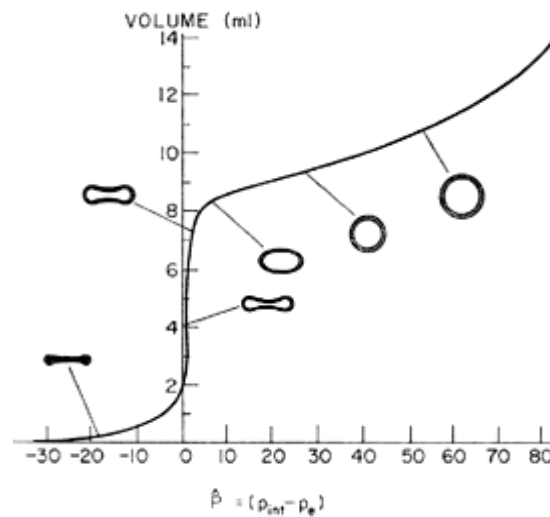


Figura 1.2

Se p_{tm} viene ancora ridotta, le pareti opposte del tubo vengono a contatto l'una con l'altra prima in un punto, poi lungo una linea (punti A e B in Figura 1.1). Dopodiché il tubo forma due lobi distinti in cui le sollecitazioni a flessione sono grandi; ulteriori riduzioni della area di sezione sono difficili.

In questa sede vengono trascurati gli effetti, dovuti alla lunghezza finita del tubo, che possono causare la formazione di più di due lobi durante il collasso.

La *relazione costitutiva*, di natura quindi puramente strutturale, viene tipicamente espressa tramite le curve pressione trasmurale – area (spesso adimensionalizzata) o pressione trasmurale – volume (per portate nulle), come mostrato in Figura 1.2. Il calcolo della relazione costitutiva (solitamente indicata come “*Tube law*”) per un tubo elastico a parete sottile e assial-simmetrico può essere calcolata usando la teoria della trave di Eulero-Bernoulli (Flaherty, Keller & Rubinow (1972)).

1.2 Il resistore di Starling e l'apparecchiatura

I fisiologi utilizzano comunemente il dispositivo in figura, noto come “Resistore di Starling” (Figura 1.3), come modello per vasi sanguigni o per vie respiratorie deformabili.

Un tubo elastico è montato tra due tubi rigidi, e un flusso Q viene condotto attraverso il sistema costituendo una differenza di pressione $p_u - p_d$. Sono controllabili la pressione esterna al tubo elastico p_e e le pressioni p_1 e p_2 , rispettivamente quelle all'estremità a monte e a valle del segmento collassabile, regolabili alterando le pressioni all'estremità dell'apparecchiatura p_u e p_d .

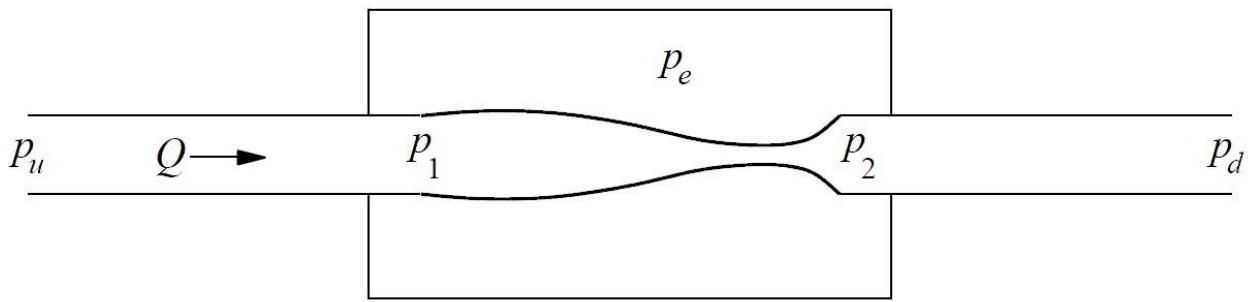


Figura 1.3: il Resistore di Starling

Attraverso questo condotto passa una portata Q imposto da una differenza di pressione $p_u - p_d$. Le due pressioni all'estremità del segmento elastico p_1 e p_2 sono misurate e possono essere controllate da valvole inserite sui tubi rigidi a monte e a valle.

Holt introdusse la più popolare apparecchiatura da laboratorio (Figura 1.4 per gli studi sui tubi collassabili: egli collegò a monte del resistore di Starling un serbatoio e, a valle, un contenitore d'uscita. Inserì anche due valvole regolabili sui tubi rigidi collegati al tubo elastico, in modo da poter regolare più facilmente le pressioni p_1 e p_2 .

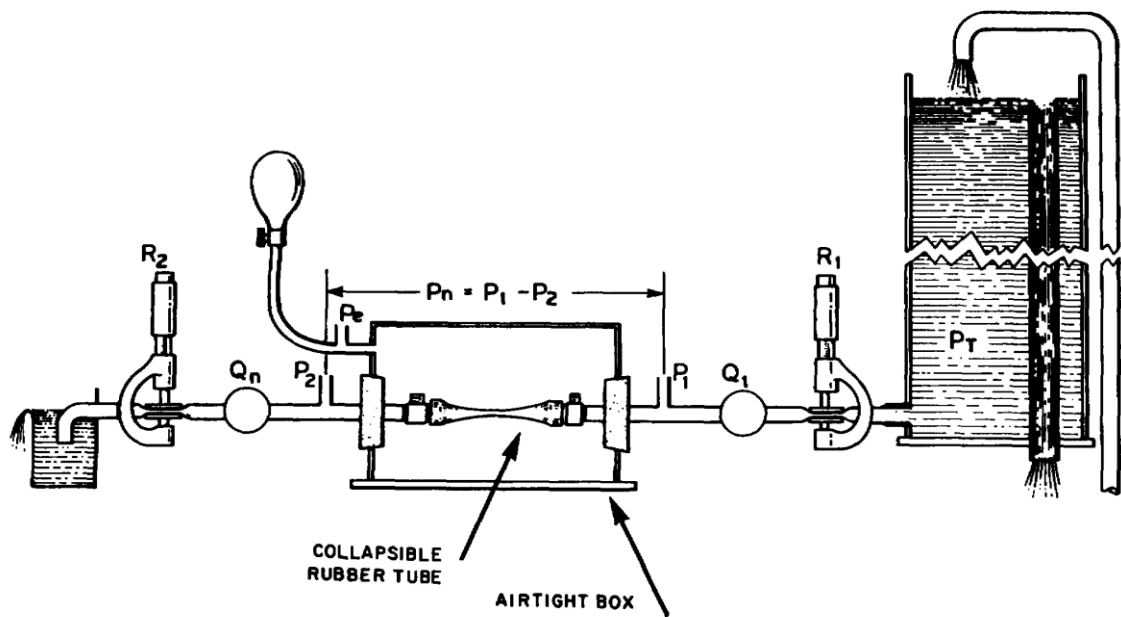


Figura 1.4: l'apparecchiatura introdotta da Holt

In particolare, negli esperimenti eseguiti da Katz, Chen e Moreno nel 1969, il tubo collassabile era costituito da lattice Penrose, spesso 0.16 cm, di diametro 1.23 cm e con una lunghezza pari a 7 volte il diametro.

Ovviamente il tubo collassabile, essendo inserito in una rete rigida, conserverà in ogni caso la sua lunghezza totale, e, ai suoi estremi, anche la sua sezione circolare.

1.3 Gli studi sperimentali di Conrad (1969)

I primi caratteristici risultati (Conrad, 1969, Katz, Chen e Moreno, 1969) furono ottenuti mantenendo la pressione esterna al tubo collassabile e la resistenza a valle R_2 costanti, mentre, tramite il controllo della valvola a monte (R_1), fu variata la portata Q . In particolare, Conrad utilizzò un tubo di lattice Penrose di diametro 1,27 cm, spesso 0.93 mm e lungo circa 8,9 cm, il cui modulo di Young era circa 160 N cm^{-2}

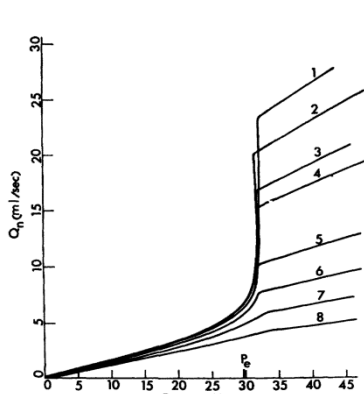


Figura 1.5

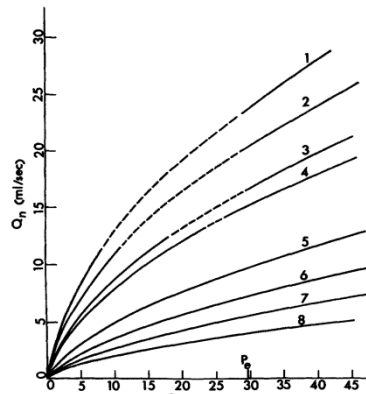


Figura 1.6

	P_e mm. Hg.	k mm. Hg. (ml./sec.) ²
1	29.5	.05
2	↓	.07
3		.10
4		.12
5		.27
6		.45
7		.9
8		4.

Figura 1.7

Nella figura 1.5 è presentata la pressione all'estremità monte p_1 in funzione della portata Q ottenuta mantenendo costante la pressione esterna, nella figura 1.6 è invece presentata la pressione a valle p_2 , sempre in funzione della portata. Ogni curva corrisponde a una diversa impostazione della resistenza a valle, in un intervallo tra i 0,05 mmHg $(\text{cm}^3 \text{s}^{-1})^{-2}$ per la curva 1 fino a 4,0 della curva 8, mentre la pressione esterna è stata mantenuta a 29,5 mmHg (figura 1.7).

Presentando invece la caduta di pressione $\Delta p = p_1 - p_2$ (figura 1.8) in funzione della portata Q (nelle condizioni già menzionate) si ottiene la curva seguente,

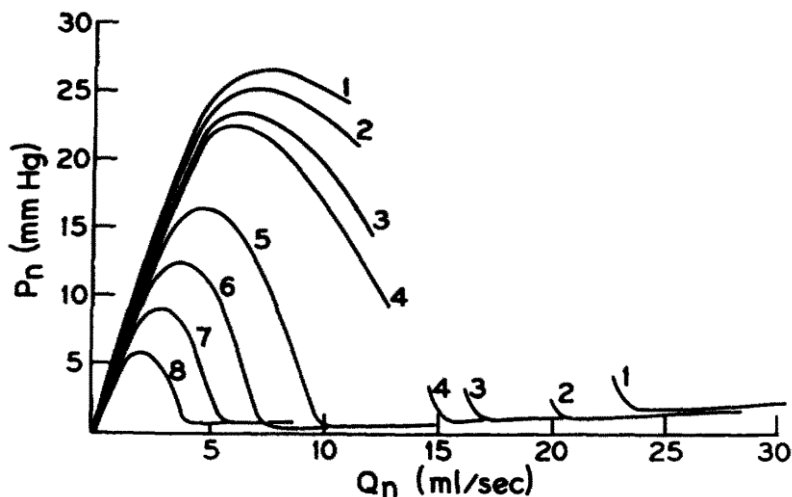


Figura 1.8

in cui i valori di R_2 sono gli stessi per i precedenti risultati.

Le interruzioni delle curve rappresentano regioni in cui si manifestano oscillazioni.

Impostando la valvola a valle in modo che non si presentino oscillazioni, si ottiene la curva in figura 1.9.

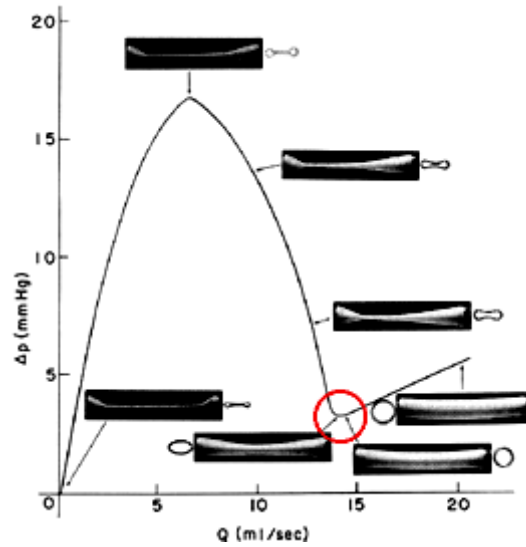


Figura 1.9

Definiamo p una pressione in un punto qualsiasi del segmento collassabile (sicuramente $p_2 < p < p_1$): per grandi flussi Q , avremo $p > p_e$ e pertanto il tubo rimane disteso, a sezione circolare e la caduta di pressione sarà relativamente piccola; se diminuiamo la portata avremo, in un certo istante, $p = p_e$: a questo punto il tubo comincia a collassare e Δp aumenta considerevolmente.

Diminuendo ulteriormente Q , Δp continuerà ad aumentare, in particolare p_1 rimarrà circa costante e p_2 diminuirà velocemente. Il punto di valle (indicato nel diagramma) corrisponde alla transizione da tubo aperto a tubo parzialmente collassato, corrispondente a $p_2 = p_e$.

1.4 Le considerazioni di Conrad a partire dagli esperimenti

Dividendo la curva Δp - Q in tre diverse regioni in base alla pendenza della curva (figura 1.10), Conrad fa le seguenti osservazioni:

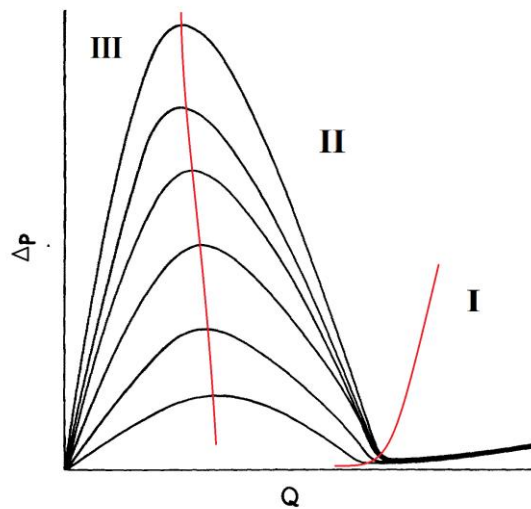


Figura 1.10

Zona I (in ogni punto del segmento collassabile la pressione è maggiore di quella esterna): Qui la forma della sezione è circolare e il tubo si presenta cilindrico e relativamente rigido.

La pressione a valle p_2 aumenta in modo monotono con Q (ma non linearmente), nella forma:

$$p_2 = k_1 Q^2 + k_2$$

Per valori di Q molto grandi, il tubo collassabile ha sezione circolare e presenta una buona rigidità: si ha quindi il flusso di Poiseuille per cui Δp sarà proporzionale a Q .

Zona II: Il tubo in queste condizioni si presenta asimmetrico. Quando Q è più bassa di Q_{VP} (punto di valle), la pressione p_2 diventa minore o uguale a p_e : qui comincia il collasso. La resistenza al flusso aumenta rapidamente a causa della resistenza viscosa che oppone la strizione e a causa della separazione del flusso (spesso il getto è turbolento). Il collasso si propaga a mano a mano verso monte. Essendo la resistenza definita come $R = \Delta p/Q$, questa zona viene anche chiamata *zona a resistenza negativa*.

Zona III: quando l'intero segmento è collassato, ovvero quando la pressione in ogni punto del segmento deformabile è più bassa di quella esterna (cioè $p_1 < p_e$) siamo alla rigida configurazione detta "a manubrio" (a due lobi) e la resistenza è approssimativamente costante, ed è di 1-2 ordini di grandezza più grande rispetto a prima del collasso.

Essendo la funzione $\Delta p = f(Q)$ non iniettiva, nota la caduta di pressione non è possibile determinare la portata univocamente: occorrerebbe conoscere i restanti parametri, ma soprattutto il punto a cui si sta operando. Il tubo collassabile è quindi un tipico **sistema non lineare**; in particolare Conrad definisce il tubo collassabile, a causa della dipendenza della stessa resistenza (definita come $R = \Delta p/Q$) dalla portata, come una *resistenza non lineare comandata in portata* (QNLR).

1.5 Altri risultati

Possono essere ricavate altre famiglie di curve variando altri parametri.

Katz et al. (1969) ricavano una serie di curve mantenendo la resistenza a valle costante e variando invece la pressione nella camera p_e (figura 1.11). Si nota che aumentando p_e il collasso si verifica per flussi sempre più grandi. In più, ovviamente, aumentando p_e aumenterà anche la caduta di pressione Δp . Inoltre è stata graficata la relazione tra il volume del tubo e la portata Q (figura 1.12).

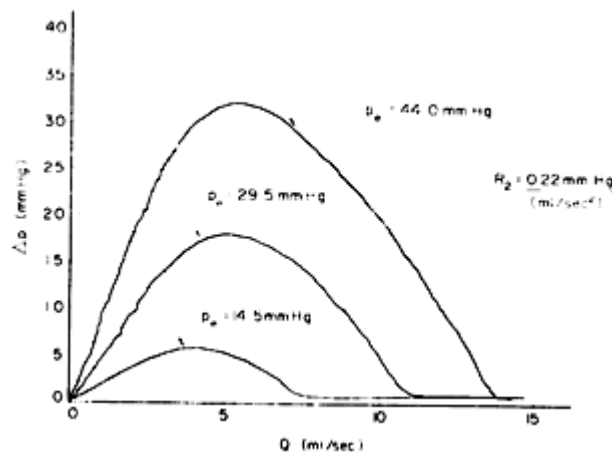


Figura 1.11

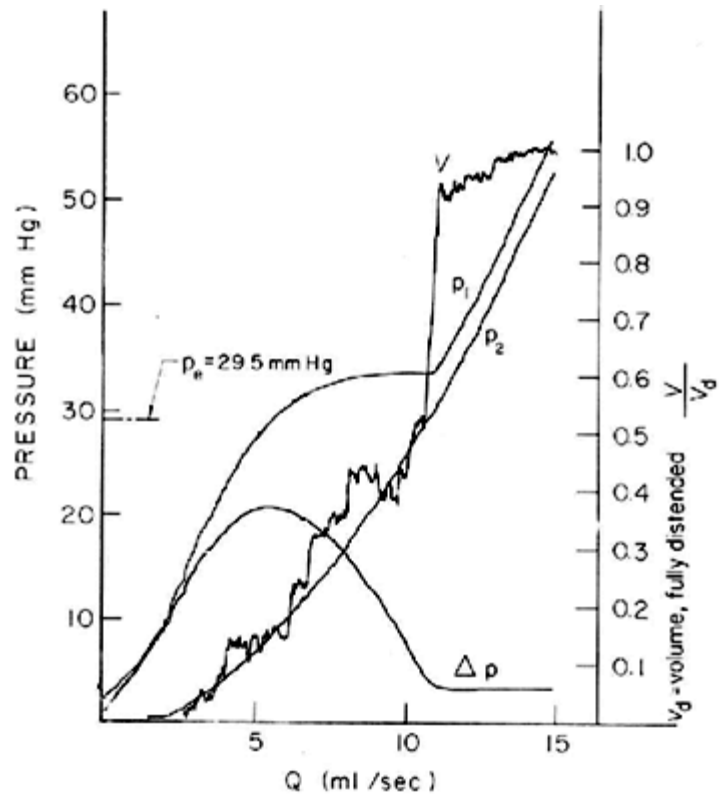


Figura 1.12

1.6 Le oscillazioni auto-eccitate

Durante gli esperimenti, spesso si presenta un fenomeno d'instabilità tipico del flusso in tubi collapsabili: oscillazioni auto-eccitate. Queste sono evidenziate nel grafico in figura 1.13 (Katz et al., 1969).

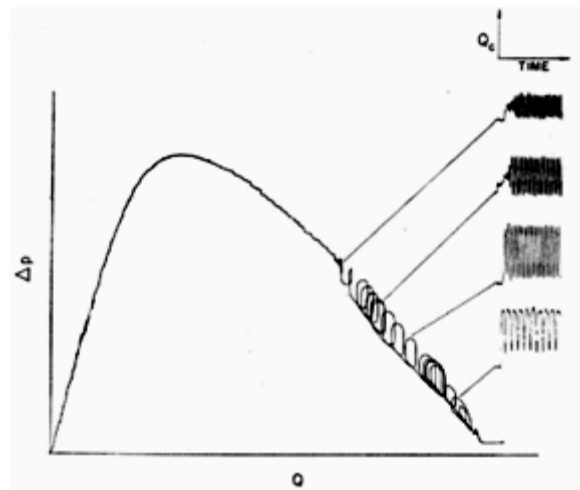


Figura 1.13

Le oscillazioni auto-eccitate sono caratterizzate da una larga ampiezza di oscillazione e dalla periodicità, la loro frequenza è in un range che parte da pochi Hz fino all'ordine del centinaio. E' ben visibile come questo fenomeno d'instabilità insorga nella regione a pendenza negativa di $\Delta p = f(Q)$: questa è una caratteristica tipica del sistema in esame, essendo la regione indicata una situazione caratterizzata da forte cedevolezza e instabilità strutturale del tubo collassabile.

E' bene notare che questo fenomeno non stazionario si presenta anche quando la portata fornita all'entrata del condotto flessibile è stazionaria. Le oscillazioni auto-eccitate, indotte dal flusso, si presentano come fluttuazioni dell'area di sezione, della portata e della pressione. In figura 1.14 è presentato un esempio di oscillazione nella pressione all'estremità a valle, con frequenza di 3,61 Hz.

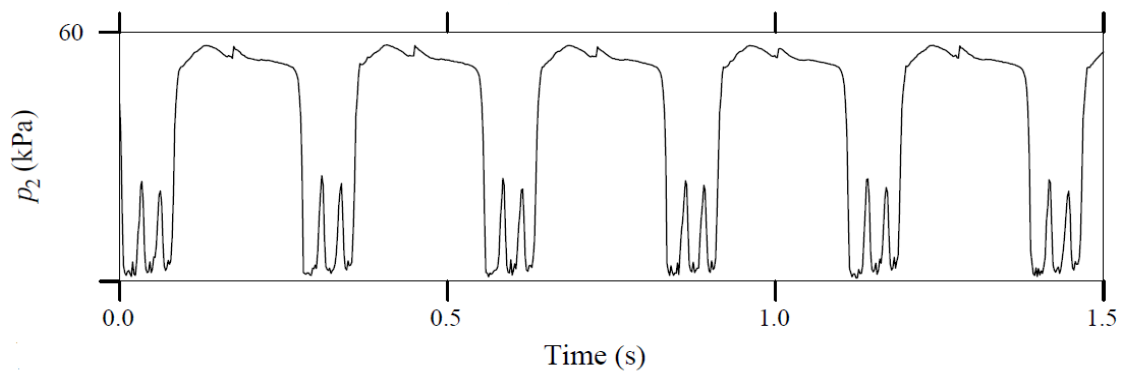


Figura 1.14

1.7 La limitazione della portata

Diminuendo la pressione p_2 da un valore più grande della pressione esterna a uno più basso e mantenendo costante p_1 e i restanti parametri, si ricava la curva in figura 1.15 (Holt, 1969):

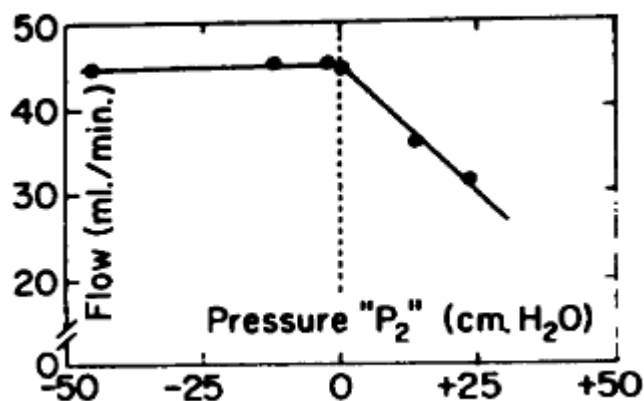


Figura 1.15

Si nota che, diminuendo la pressione p_2 (e di conseguenza aumentando Δp), Q aumenta fino a un certo valore; quando il tubo comincia a collassare, diminuendo ulteriormente p_2 notiamo che Q non dipende più significativamente da p_2 . Questo è spiegabile dal fatto che, diminuendo p_2 , il tubo collassa sempre più, aumentando quindi la resistenza al flusso. In pratica p_2 scende, R aumenta compensando l'effetto della diminuzione di p_2 , facendo rimanere Q praticamente costante.

A questo punto non è più p_2 a controllare il flusso, bensì p_e , o meglio $p_1 - p_e$.

Questo fenomeno di limitazione del flusso viene sovente indicato in modo poco preciso con il termine “*the waterfall effect*”.

Il modello conseguente, detto appunto “*modello cascata*” è qui sommariamente presentato.

$$Q = \begin{cases} \frac{p_1 - p_2}{R} & \text{se } p_1 > p_2 > p_e \\ \frac{p_1 - p_e}{R} & \text{se } p_1 > p_e > p_2 \\ 0 & \text{se } p_e > p_1 > p_2 \end{cases}$$

In cui R è la resistenza del tubo totalmente disteso (a sezione circolare). Si evidenzia il fatto che nel momento in cui p_e supera p_2 , quest'ultima, come già detto, non controlla più direttamente il flusso Q , venendo rimpiazzata dalla pressione esterna al tubo.

Le cause della limitazione della portata sono per ora imputate a due meccanismi totalmente differenti: il superamento della velocità delle onde di pressione da parte della velocità del fluido (in pratica il tubo collassabile si comporterebbe come un ugello convergente - divergente critico) e l'aumento di perdite di pressione dovuto alla forma del tubo al collasso.

La limitazione della portata è coinvolta anche come meccanismo regolatorio nei cambi di postura: per esempio, la giugulare di una giraffa che porta verso l'alto la testa dopo aver bevuto sarebbe sottoposta a un rapido svuotamento; tuttavia, grazie a questo fenomeno, il rapido collasso previene lo sviluppo di portate troppo grandi.

Anche nell'espiazione forzata si verifica questo fenomeno (cfr. Cap. 4).

Capitolo 2: I modelli analitici

Come già accennato nel Capitolo 1, durante esperimenti sono stati generalmente ottenuti due comportamenti particolari del tubo:

- 1) **Limitazione della Portata:** in alcune condizioni, la portata dipende dalla differenza di pressione tra monte e camera pressurizzata, ed è indipendente dalla pressione e dalla resistenza a valle del segmento collassabile.
- 2) **Oscillazioni Auto-Eccitate:** nonostante, durante gli esperimenti, si cerchi di investigare su flussi stazionari, vengono comunemente osservati fenomeni tipicamente non stazionari: oscillazioni auto-eccitate di grande ampiezza che si sviluppano sull'area di sezione del tubo e sul flusso all'uscita per alcuni range di valori assunti dai parametri.

2.1 La classificazione dei modelli

Sono stati numerosi i tentativi di modellizzazione aventi come obiettivo la previsione di questi due fenomeni. I modelli ottenuti sono divisibili fondamentalmente in due gruppi:

a) Modelli a parametri concentrati: la geometria del tubo collassabile è rappresentato da uno o due variabili dipendenti dal tempo (per esempio l'area di sezione al punto di strizione) e le proprietà elastiche sono rappresentate da una relazione univoca tra pressione trasmurale e sezione alla strizione. Equazioni di conservazione della massa, della quantità di moto o dell'energia sono espresse in forma integrale. I modelli a parametri concentrati riescono a prevedere l'insorgere di oscillazioni auto-eccitate in alcune circostanze, e sottolineano la fondamentale relazione tra queste oscillazione e le proprietà meccaniche dei tubi rigidi a monte e a valle.

Un fattore estremamente importante per questo fenomeno tipicamente considerato da questi modelli è la quantità di energia dissipata nel getto che si forma nella strizione e l'eventuale successivo recupero di pressione da parte del fluido.

b) Modelli Monodimensionali: Il secondo gruppo di teorie è basata sulle osservazioni sperimentali di Griffiths, (1971) e di Brower & Scholten, (1975), che sostengono che la stazionarietà del flusso è interrotta a causa del superamento, da parte della velocità del fluido, della velocità di propagazione delle onde di pressione a piccola ampiezza, cosicché il segnale non possa propagarsi verso monte e rendendo quindi il flusso "supercritico". In sostanza, il meccanismo per cui insorgono queste instabilità sarebbe analogo al *choking* in un flusso di gas all'interno di un ugello convergente divergente. Questo fenomeno che può essere analizzato utilizzando un modello 1D nel quale le proprietà del tubo possono essere rappresentate dalla *tube's law*, ovvero una relazione univoca tra pressione trasmurale e area della sezione in un dato punto.

La debolezza dei **modelli a parametri concentrati** è la loro incapacità di incorporare il fenomeno di propagazione delle onde: il modello non riesce a distinguere tra flusso subcritico e flusso supercritico.

La debolezza dei **modelli 1D** è che, nonostante riescano a prevedere l'insorgere di comportamenti non stazionari in un particolare punto del tubo, non possono essere utilizzati per modellare le conseguenti oscillazioni poiché non possono includere la dissipazione di energia

che si verifica nel getto separato, né tantomeno le proprietà meccaniche dei tubi rigidi.

Di seguito vengono presentati tre esempi di modelli per i flussi nei tubi collassabili: il modello monodimensionale di Griffiths (1971), il modello a parametri concentrati di Bertram e Pedley (1982) e un particolare modello che costituisce un ibrido dei due tipi presentati: il modello di Cancelli e Pedley (1985).

2.2 Modello monodimensionale: Griffiths, 1971

2.2.1 L'impostazione del modello

Si assume il fluido incompressibile e il flusso stazionario a meno di possibili turbolenze. Per semplicità, si considera il flusso monodimensionale: la velocità media del fluido v è uniforme su tutta la sezione (piccola rispetto alla lunghezza del condotto) e si assume che il flusso sia parallelo all'asse del tubo.

La sezione è descritta dal raggio r , dunque la non-circolarità della sezione è trascurata. È assunto che il raggio di curvatura delle pareti nei piani contenenti l'asse del tubo sia molto più grande rispetto al raggio r .

Il contributo della tensione delle pareti sulla pressione P è trascurato: in questo modo la pressione è funzione della sola variabile r , che varia dolcemente al variare della posizione lungo il tubo.

La derivata dP/dr non può essere negativa per motivi di stabilità.

La velocità delle onde di pressione in un tubo circolare pieno di fluido è (1).

$$c = \sqrt{\frac{r}{2\rho} \frac{dP}{dr}}$$

Lo studio è basato sull'equazione di Bernoulli (2):

$$P_0 = P(r) - \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2$$

dove P_0 è la pressione di ristagno locale. A causa delle perdite per attrito, P_0 decresce monotonicamente lungo il condotto.

Il flusso Q è dato da (3):

$$Q = \pi r^2 v$$

Quindi, sostituendo (3) in (2) otteniamo (4):

$$\frac{\rho Q^2}{2\pi^2} = r^4 [P_0 - P(r) - \rho gh]$$

Per un dato valore di $P_0 + \rho gh$, Q si annulla sia per $r = 0$ sia quando r è tale che $P(r) = P_0 + \rho gh$.

Tra questi due valori di r , Q raggiunge il suo valore massimo quando $dQ^2/dr = 0$, situazione che si verifica quando (5):

$$v^2 = \frac{r}{2\rho} \frac{dP}{dr} = c^2$$

Il valore massimo di Q è dato da (6):

$$Q_{max} = \pi r^2 \sqrt{\frac{r}{2\rho} \frac{dP}{dr}}$$

L'Equazione (5) mostra che il flusso Q è massimo quando la velocità del flusso è sonica.

Quando Q è più basso di Q_{max} , la velocità può essere sia subsonica che supersonica: a regime subsonico la velocità è relativamente bassa e la pressione (e il raggio) sono grandi; a regime supersonico si ha il contrario.

2.2.2 La stabilità del flusso

a) *Effetto della perdita di energia per attrito:*

Si consideri il flusso in un tubo uniforme, orizzontale e collassabile: sia x la distanza misurata lungo la direzione del flusso (dP_o/dx sarà quindi negativa). Derivando rispetto a x per un dato flusso Q e utilizzando le Equazioni (1) e (3) abbiamo (7):

$$\frac{dr}{dx} = \frac{r}{2\rho(c^2 - v^2)} \frac{dP_o}{dx}$$

Nel flusso subsonico, se il raggio diminuisce nella direzione del flusso la velocità cresce, mentre nel flusso supersonico la velocità cresce se il raggio diminuisce.

Nonostante sia nel caso subsonico che nel caso supersonico l'effetto della dissipazione di energia sembra far sì che la velocità del fluido tenda a quella del suono, c'è una fondamentale differenza tra i due casi:

-nel caso subsonico la perdita di energia causa una diminuzione della pressione nella direzione del flusso (come accade nei tubi rigidi); nel caso supersonico, la perdita di energia sembra causare un aumento della pressione nella direzione del flusso. Questo gradiente di pressione porta a un'instabilità dello strato limite del fluido. Ci si aspetta che le conseguenti turbolenze aumentino la dissipazione dell'energia, in modo da rafforzare l'instabilità: per questo il flusso supersonico in un tubo uniforme e orizzontale è caratterizzato da un'intrinseca instabilità, ed è quindi inosservabile.

b) Effetto della disuniformità del tubo:

In un tubo non uniforme la pressione P è funzione non solo del raggio r , ma anche della distanza x misurata lungo l'asse. I tubi non uniformi possono essere classificati in tre categorie:

- tubi collassabili convergenti: la pressione (a parità di raggio) aumenta nella direzione del flusso, così che $(\frac{\partial P}{\partial x})_r > 0$

- tubi collassabili leggermente divergenti: la pressione (a parità di raggio) diminuisce nella direzione del flusso, ma più lentamente rispetto alla pressione totale P_o , $dP_o/dx < (\frac{\partial P}{\partial x})_r < 0$;

- tubi collassabili fortemente divergenti: tubi in cui la pressione a raggio costante diminuisce nella direzione del flusso più velocemente rispetto alla pressione totale P_o , ovvero $(\frac{\partial P}{\partial x})_r < dP_o/dx < 0$.

La stabilità del flusso può essere studiata calcolando il gradiente di pressione dP/dx , per cui, se positiva, il flusso supersonico è instabile.

Se questo gradiente diventa positivo in un flusso subsonico, il distacco dello strato limite e altre perdite di energia (dette "perdite di espansione") produrranno delle instabilità, che però ridurranno (invece che aumentare) l'avverso gradiente di pressione (cioè quello positivo).

Derivando rispetto a x l'Equazione (4) e assumendo il tubo orizzontale avremo (8) e quindi (9):

$$\frac{dr}{dx} = \frac{r}{2\rho(c^2 - v^2)} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_r - \frac{dP_0}{dx} \right]$$

$$\frac{dP}{dx} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{dP_0}{dx} - \frac{v^2}{c^2} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_r$$

L'analisi di (8) e (9) mostra i comportamenti del flusso nei tre diversi casi indicati poco sopra. In un condotto convergente o leggermente divergente è il flusso subsonico ad essere stabile, presentando la pressione e il raggio decrescenti lungo la direzione del flusso.

Nei tubi leggermente divergenti è possibile osservare un flusso supersonico, in cui la pressione decresce, ma il raggio aumenta nella direzione del flusso.

Nei condotti collassabili fortemente divergenti il flusso supersonico è stabile (si rimanda alla tabella in figura 2.1).

Table 1. Types of flow in non-uniform elastic-walled tubes

Type of flow	Type of elastic-walled tube			
	(i) Converging	(ii) Weakly diverging	(iii) Strongly diverging	
Subsonic, $v/c \ll 1$	-	-	-	+
Subsonic, $v/c \lesssim 1$	-	-	+	+
Supersonic, $v/c \gtrsim 1$	U	U	-	-
Supersonic, $v/c \gg 1$	U	-	+	-

In each compartment the first symbol (+ or -) shows the sign of dP/dx and the second the sign of dr/dx . The symbol U shows that the flow regime is unstable.

Figura 2.1

c) il risalto idraulico:

In un tubo fortemente divergente il flusso supersonico è stabile: la pressione e il raggio decrescono nella direzione del flusso e il gradiente dP_0/dx può essere dato da un'espressione simile a quella di un tubo rigido con la stessa geometria. Il criterio di stabilità per il flusso supersonico in un condotto fortemente divergente, ovvero $\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_r < dP_0/dx$, non è che un limite per la rapidità della divergenza del tubo in cui è osservabile il flusso supersonico.

In ogni caso, una catastrofica interruzione della stabilità è possibile. Si supponga che il tubo si allarghi rapidamente. All'allargarsi della sezione ci sono grandi perdite di energia, legate alla turbolenza locale e alla instabilità dello strato limite che si auto-sostengono (cfr. con punto *a*): la condizione di stabilità per il flusso supersonico (ovvero $(\frac{\partial P}{\partial x})_r < dP_o/dx$) è violata. Si avrà quindi, a valle dell'allargamento, un flusso subsonico e quindi stabile. Il fenomeno per cui una corrente da veloce diviene bruscamente lenta tramite un'improvvisa espansione del getto a monte viene chiamato *risalto idraulico*. Naturalmente questo può avvenire solo nella transizione da flusso supersonico a flusso subsonico, poiché perché esso accada, deve dissiparsi una parte dell'energia del flusso. Un salto inverso risulterebbe termo dinamicamente impossibile: necessiterebbe infatti di prelevare energia. Nell'intorno del risalto idraulico l'assunzione di flusso monodimensionale non è più realistica (per esempio non è accettabile trascurare la tensione longitudinale della parete): in pratica, nella realtà il salto si sviluppa su una lunghezza finita del tubo (non è istantanea).

d) Flusso in una strizione elastica

In conclusione, si consideri un sistema composto da un serbatoio che si scarica attraverso un tubo elastico che presenta una strizione elastica. Per una data pressione totale P_o , il flusso massimo possibile è raggiunto quando esso è sonico alla strizione. P_o dipende dalla pressione del serbatoio e dalla dissipazione di energia che avviene tra questo e la strizione.

Il flusso Q è quindi determinato da questa perdita di energia, dalla pressione del serbatoio e dalle proprietà della strizione elastica (Equazioni (4) e (6)) e non è influenzato dalle proprietà del sistema a valle, poiché i disturbi non possono risalire a monte attraverso un flusso supersonico.

2.3 Esempio di modello a parametri concentrati: Bertram & Pedley, 1982

Si presenta ora un semplice modello a parametri concentrati di terzo ordine per descrivere il comportamento in stazionario del flusso attraverso il resistore di Starling.

Il modello trascura sia la propagazione delle onde sia l'influenza delle proprietà elastiche del tubo.

I risultati enfatizzano in particolar modo la caduta (non stazionaria) di pressione totale dovuta alla separazione del flusso nella strizione oscillante e le proprietà meccaniche del sistema, sia a monte che a valle della strizione.

2.3.1 Il modello

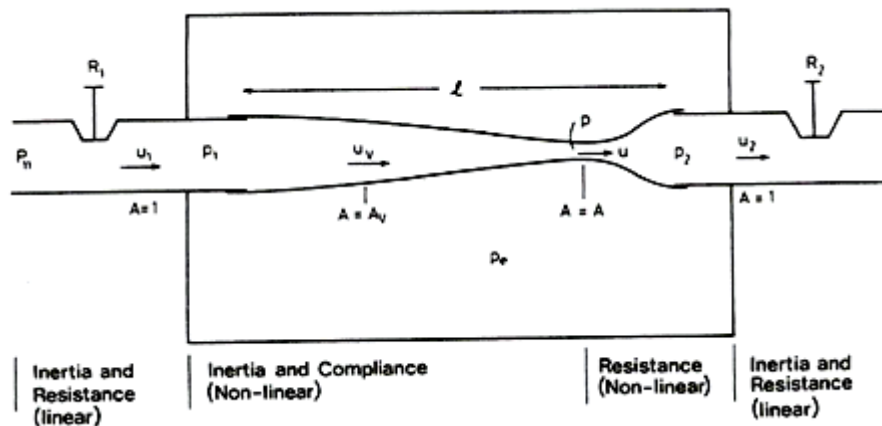


Figura 2.2

Nella figura 2.2 è indicato schematicamente il sistema descritto, che consiste di un tubo flessibile montato tra due condotti rigidi con dispositivi che permettono di controllare le pressioni p_1 e p_e e le resistenze R_1 e R_2 . Quando il tubo è attraversato da un flusso, la pressione lungo di esso diminuisce con la distanza, facendo sì che il tubo tenda a collapsare verso valle a condizione che la pressione nella camera p_e sia abbastanza grande.

Tutte le variabili sono adimensionalizzate rispetto a r_0 (il raggio dei tubi rigidi e dello stesso tubo collassabile quando è disteso) e rispetto a u_0 .

Le equazioni del modello sono le seguenti:

Conservazione della massa: (1) (2)

$$u_1 - uA = L \frac{dA_v}{dt}$$

$$u_2 - uA = 0$$

Dove $L \frac{dA_v}{dt}$ è la variazione del volume nel tubo collassabile, A_v è l'area media della sezione ed è scelta arbitrariamente come (3)

$$A_v = \frac{1}{2}(1 + A)$$

e la velocità media è data da (4)

$$u_v A_v = \frac{1}{2}(u_1 + u_2)$$

Si assume che entrambi i tubi rigidi contribuiscano all'inerzia (I_1, I_2) e alla resistenza del sistema (R_1, R_2); considerando le relative cadute di pressioni come lineari:

$$(5) \quad \text{a monte:} \quad P_{11} - p_1 = R_1 u_1 + I_1 \frac{du_1}{dt}$$

$$(6) \quad \text{a valle:} \quad p_2 = R_2 u_2 + I_2 \frac{du_2}{dt}$$

Equazione dell'energia nelle sezioni verso monte (dove le pareti convergono):

$$(7) \quad p + \frac{1}{2}u^2 - \left(p + \frac{1}{2}u^2\right) = \frac{1}{4}L R(A)u + L \frac{du_v}{dt}$$

dove $R(A)$, la resistenza in funzione dell'area è data da (8):

$$R(A) = \frac{2R_k}{A} \text{ per } A \geq 1$$

$$R(A) = R_k(1 + A^{-2}) \text{ per } A < 1$$

dove $R_k = \frac{4\mu}{\rho u_0 r_0}$, dove μ è la viscosità dinamica del fluido.

Queste funzioni rappresentano la resistenza di Poiseuille per condotti circolari (se $A \geq 1$) o per condotti ellittici ($A < 1$).

Equazione della quantità di moto a valle (dove le pareti divergono) (9):

$$p - p_2 = f(A)u_2^2$$

Dove $f(A)$ rappresenta il recupero di pressione

$$f(A) = \frac{1}{2}(A^{-1} - 1) \text{ per } A < 1$$

$$f(A) = \frac{1}{2}(A^{-2} - 1) \text{ per } A > 1$$

Qui si è assunto che il flusso si separi alla strizione generando un getto, che, essendo instabile, arrivi ad essere turbolento: qui l'energia è dissipata e quindi non può essere recuperata tutta la caduta di pressione verificatasi nel tratto convergente, ma solo una parte di essa.

Proprietà elastiche.

L'ultima equazione richiesta è la relazione costitutiva del tubo.

Qui si eseguono due grandi semplificazioni:

- i) la geometria del segmento collassabile può essere completamente descritta dall'area della sua sezione alla strizione;
- ii) questa area è legata unicamente alla pressione trans murale.

La relazione costitutiva del tubo è data da: (11)

$$p - p_e = P(A)$$

Dove (12):

$$P(A) = P_k \left(1 - A^{-\frac{3}{2}}\right) \text{ per } A < 1$$

$$P(A) = P_k (A - 1) \quad \text{per } A \geq 1$$

I parametri del problema sono stati tutti adimensionalizzati, e i loro valori sono stati scelti sulla base degli esperimenti di Conrad del 1969 (cfr Cap. 1). Quindi si ha: $R_2=50, 75 \text{ e } 150$; $L=10$; $R_k=0,00466$; $I_2= 25$; $P_k=4$; $p_e=200$; $r = R_1/R_2 = I_1/I_2 = 0,5 \text{ e } 1,5$.

2.3.2 L'Equilibrio

Nelle condizioni di equilibrio, le equazioni del sistema portano a un'unica relazione tra la sezione di gola A e la portata Q (13):

$$R_2 Q - f(A) Q^2 = p_e + P(A)$$

Che può essere utilizzata per scrivere l'equazione (14)

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} Q^2 (A^{-2} - 1) + \frac{1}{4} R(A) Q L A - f(A) Q^2$$

Si sceglie di presentare i risultati sull'analisi dell'equilibrio come curve di $p_1 - p_2$ in funzione della portata Q (utilizzando quindi l'Equazione 14), a pressione esterna p_e e impostazione della valvola R_2 costante (allo stesso modo di Conrad, cfr. Cap. 1).

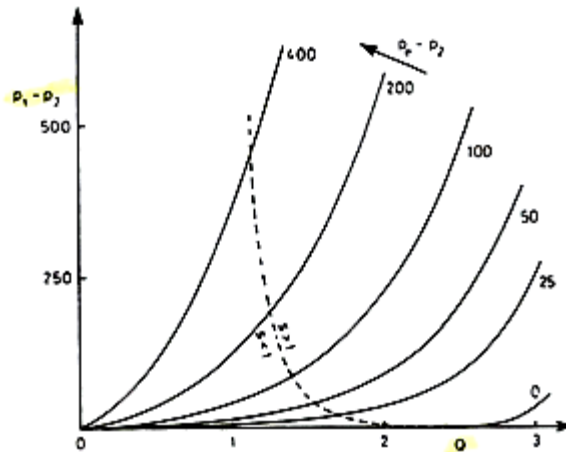


Figura 2.3

In figura 2.3 sono presentate le curve di equilibrio della caduta di pressione in funzione della portata per vari valori di pressione esterna relativa alla pressione di valle del segmento collassabile. Viene definito *numero di Shapiro* (S) il rapporto tra velocità del fluido u e velocità di propagazione delle onde di pressione c . In questo modello non si è considerato il fenomeno della propagazione delle onde, quindi occorre tenere in considerazione esclusivamente le soluzioni a sinistra della curva tratteggiata (i cui punti evidenziano quindi una condizione di flusso sonico).

La velocità c è stata calcolata con l'equazione detta *di Young*

$$c^2 = A \frac{dP}{dA}$$

equivalente a quella menzionata nel modello 1D di Griffiths.

2.3.3 L'analisi della stabilità

La stabilità di questi equilibri è stata analizzata in modo classico:

$$A = A_0 + A'e^{\sigma t}$$

$$u = Q + u'e^{\sigma t}$$

(si noti che le grandezze utilizzate sono state adimensionalizzate). Queste relazioni vengono sostituite nelle equazioni, linearizzate e risolte per σ ; se tutte le radici delle equazioni hanno parti

reali negative, l'equilibrio è stabile, se invece presentano delle parti reali positive, l'equilibrio è instabile; in particolare, se si ha una soluzione reale positiva, l'instabilità è di tipo esponenziale, se invece le uniche soluzioni con parte reale positive sono complesse, l'instabilità consiste di un'oscillazione crescente.

2.3.4 Esempi di instabilità oscillatorie previste dal modello

Mantenendo fissa la velocità u_1 , in base alla considerazioni appena illustrate, il modello prevede instabilità di tipo oscillatorio solo se:

$$R_2 - 2Qf(A_0) < 0$$

Nel caso in cui $R_2 = 50$, l'instabilità si verifica per valori di Q compresi tra 2,6 e 4. Graficando in funzione del tempo le variazioni delle pressioni nelle equazioni 6, 7, 8 per valori di Q per cui è prevista l'instabilità ($u_1 = 2,7, R_2 = 50.$) si ottengono i diagrammi in figura 2.4:

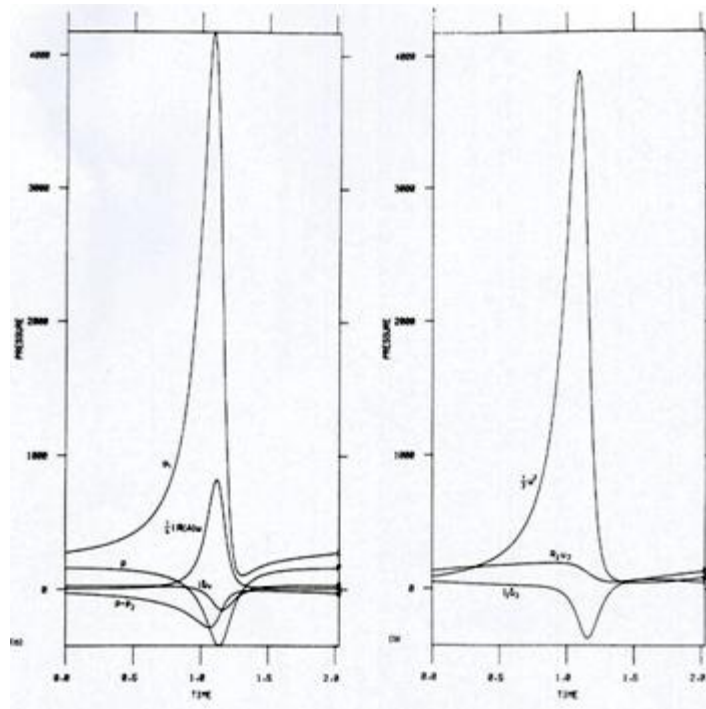


Figura 2.4

Mantenendo P_{11} fissata (e non più u_1), l'esistenza di un'instabilità oscillatoria può far sì che un piccolo scostamento dalla condizione di equilibrio possa portare a un'oscillazione crescente. Qui è riportato un esempio (per $P_{11} = 208, R_2 = 75, r = 0,5$).

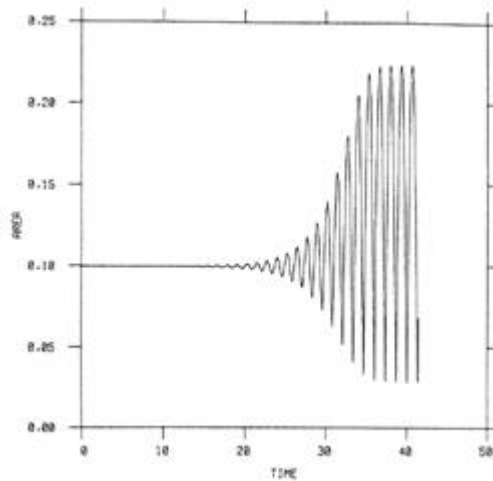


Figura 2.5

2.4 Il modello di Cancelli e Pedley, 1985

Qui viene presentata sommariamente l'impostazione delle equazioni per un modello per un tubo collassabile di lunghezza finita. Questo modello mette insieme gli effetti della propagazione delle onde di pressione (illustrate dai modelli unidimensionali) e i più importanti aspetti dei modelli a parametri concentrati.

Il modello di Cancelli e Pedley include inoltre due nuovi aspetti fondamentali nella previsione del comportamento oscillatorio: il primo è l'inclusione della tensione longitudinale nella descrizione delle proprietà elastiche del tubo; il secondo è un metodo compatibile con le equazioni per un flusso monodimensionale per descrivere la dissipazione di energia nella separazione del flusso.

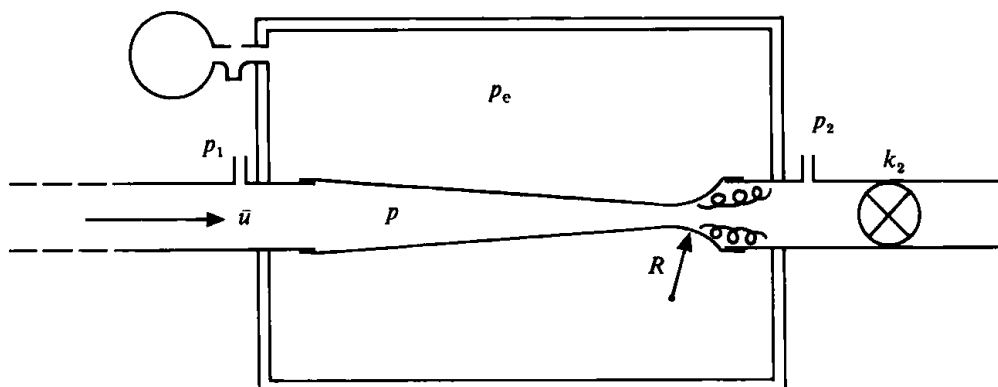


Figura 2.6

Occorre però precisare che, nonostante le innovazioni apportate, il seguente modello rimane qualitativo: quindi è più che altro utile a evidenziare i principali fenomeni fisici coinvolti piuttosto che a fornire una simulazione precisa.

2.4.1 L'impostazione del modello

Il modello presenta delle equazioni alle derivate parziali, caratteristica dei modelli monodimensionali.

Equazione di continuità:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial u \alpha}{\partial x} = 0$$

Dove x misura la distanza assiale lungo il tubo, t il tempo, $\alpha(x, t)$ l'area di sezione del tubo e $u(x, t)$ la velocità assiale media sulla sezione.

Conservazione della quantità di moto:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} - F$$

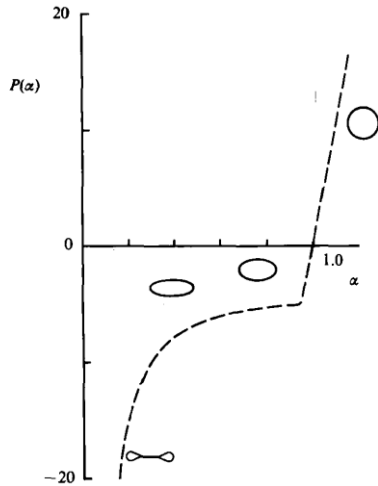
Dove ρ è la densità del fluido, $p(x, t)$ è la pressione (sull'asse del tubo). Il termine F è positivo, funzione di u e α e rappresenta sia la dissipazione viscosa (ovvero le perdite distribuite) che le perdite quasi-stazionarie che si verificano nella regione di separazione del flusso. Nel caso di formazione di un getto, il termine F viene espresso come:

$$F = (\chi - 1) \rho u \frac{\partial u}{\partial x}$$

In cui χ è un coefficiente compreso tra 0 e 1; in particolare, se il flusso è completamente aderente alle pareti del condotto si ha $\chi = 1$, se il flusso invece presenta una separazione si ha $0 < \chi < 1$ e $\frac{\partial u}{\partial x} < 0$.

La relazione costitutiva e la tensione longitudinale:

$$p - p_e = P(\alpha) - T \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2}$$



La relazione costitutiva $P(\alpha)$ (figura 2.7) è una funzione non-lineare e caratterizza la grande variazione di cedevolezza del tubo nel passaggio dall'essere disteso (per $p > p_e$) a collassato (per $p < p_e$).

La relazione costitutiva scelta da Cancelli e Pedley, graficata con lineata tratteggiata nel diagramma a sinistra, è la seguente:

$$P(\alpha) = 1 - \alpha^{-1,5} \quad \text{per } \alpha \leq 1$$

$$P(\alpha) = k(\alpha - 1) \quad \text{per } \alpha > 1$$

Figura 2.7

In cui k è una costante assunta pari a 100.

In questo modello, la relazione costitutiva è accompagnata dal termine $T \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2}$: questo termine approssima gli effetti di una tensione longitudinale costante T , dove $\frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2}$ indica la curvatura longitudinale della parete del tubo.

In successivi modelli, l'equazione può contenere altri termini, per esempio rappresentanti la rigidità a flessione e/o l'inerzia della parete.

2.4.2 Gli aspetti considerati dal modello

Questo modello include quindi i seguenti fondamentali aspetti del flusso in un tubo collassabile:

- i) Tiene conto della **dissipazione di energia** associata con il getto che si genera ad alti numeri di Reynolds subito a valle della strizione. Questa dissipazione si rivela

necessaria al rilevamento di oscillazioni auto-eccitate nei modelli a parametri concentrati come quello di Bertram e Pedley (1982);

- ii) Descrive l'influenza dei **tubi rigidi** a monte e a valle del segmento collassabile: dal punto di vista sperimentale è stato infatti dimostrato che questi influenzano significativamente il comportamento non stazionario. Questo aspetto è considerato nei modelli a parametri concentrati.
- iii) Essendo un modello monodimensionale, esso considera **la propagazione delle onde**. Il coinvolgimento di questo fenomeno è stato dimostrato dagli esperimenti (per esempio quelli di Brower & Scholten (1975), descritti più avanti). Gli studi sperimentali hanno mostrato che l'instabilità si verifica non appena il flusso diventa sonico alla strizione ("*choked flow*"): esisterebbe quindi una relazione tra la perdita della stazionarietà del flusso e il superamento, in un certo punto del tubo, della velocità delle onde di pressione nelle pareti del condotto da parte della velocità del fluido.
- iv) Considera la **tensione longitudinale** a cui è sottoposto il tubo elastico.

Capitolo 3 : Gli Studi Sperimentali

3.1 Lo studio di Brower e Scholten, 1975

I ricercatori che hanno studiato sperimentalmente flussi stazionari nei tubi collassabili spesso si sono imbattuti in oscillazioni spontanee, fenomeno fortemente non-lineare. Una spiegazione soddisfacente per questo fenomeno non è stata trovata, ma recenti studi (Griffiths, 1971) ipotizzano che la relazione tra la velocità del fluido e la velocità di propagazione delle onde potrebbe rivestire un ruolo fondamentale a proposito.

Come ipotesi, Brower e Scholten hanno considerato la possibilità che queste oscillazioni siano legate al fatto che la velocità del fluido raggiunga la velocità delle onde. Più in dettaglio, la velocità di fase è stata misurata come funzione della frequenza e della pressione durante le varie fasi del collasso.

3.1.1 Flusso nel tubo collassabile

La figura 3.1 mostra un insieme di curve pressione-portata a $P_e - P_2$ (differenza tra pressione esterna al tubo e pressione all'uscita del tubo) costante, misurate per un tubo di lattice Penrose lungo 70 mm e di diametro 12,7 mm. L'apparecchiatura utilizzata e il protocollo adottato sono gli stessi impiegati da Conrad nel 1969.

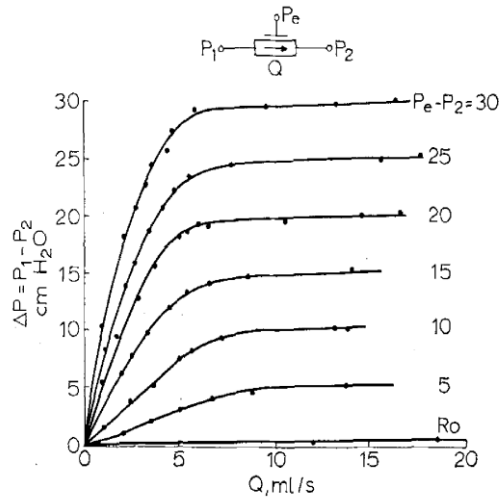


Figura 3.1

Le oscillazioni si verificano per un intervallo di portate Q tra i 5 e i 15 ml/s. Per tutte le curve, le differenze $P_e - P_2$ sono positive e rappresentano il collasso a diversi stadi.

3.1.2 La velocità di fase

Per il calcolo della velocità di fase è stata utilizzata l'apparecchiatura mostrata in figura. Il generatore di pressione produce onde sinusoidali di ampiezza di ± 50 mm H₂O e di frequenza dagli 0,5 ai 10 Hz.

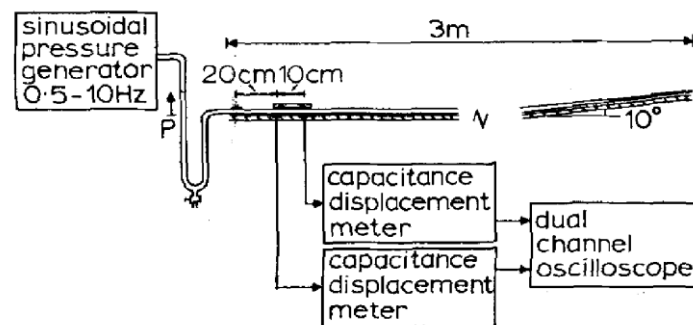


Figura 3.2

Le variazioni di area di sezione del tubo sono state misurate attraverso due trasduttori il cui segnale veniva inviato a un oscilloscopio il cui display è stato fotografato per poter determinare la velocità di fase. Come è visibile dall'illustrazione in figura 3.2, un altro segmento di tubo inclinato di 10° è stato aggiunto per ridurre la riflessione delle onde. Brower e Scholten, analizzando le fotografie, ricavano il grafico della velocità di fase in funzione della frequenza (figura 3.3), per diversi valori di pressione trasmurale (definita come differenza tra pressione interna ed esterna, $P_T = P - P_e$) più grandi di zero.

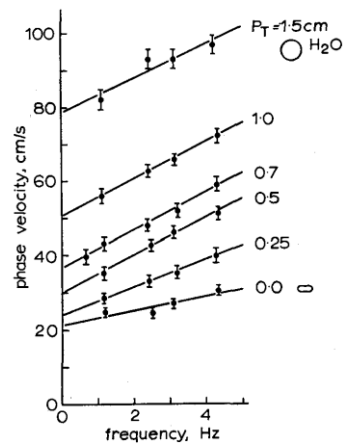


Figura 3.3

I segmenti verticali rappresentano la stima dell'errore basato sulla precisione della lettura di piccole differenze di fase dalle fotografie. Se la pressione trasmurale viene ridotta a valori minori di zero, la velocità di fase aumenta:

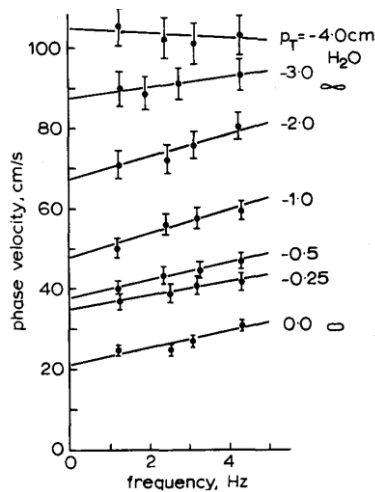


Figura 3.4

E' evidente l'esistenza di un una frequenza minima. Questo limite a bassa frequenza può essere ricavato, a partire da questo e dal precedente grafico, come funzione della pressione trasmurale, ottenendo il grafico riportato in figura 3.5.

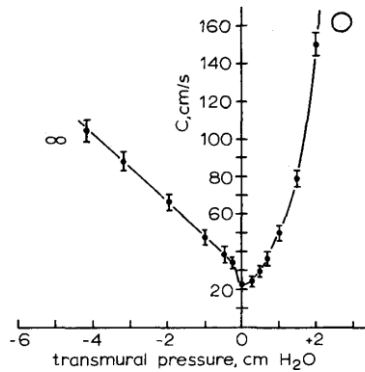


Figura 3.5

Sostanzialmente questa curva indica per quali pressioni trasmurali si ottengono le oscillazioni a frequenza minima. E' fondamentale notare che la velocità di fase c raggiunge un minimo quando la pressione trasmurale è nulla. Naturalmente, i dati per altri valori di frequenze possono essere diagrammati sullo stesso grafico, generando una famiglia di curve avente come parametro appunto la frequenza; tutte queste curve indicherebbero valori di velocità di fase più grandi.

Si può effettuare il calcolo della velocità di fase sostituendo nell'equazione di Young:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{A}{dA/dP}}$$

i valori di $\frac{dA}{dP}$ ricavabili dalle pendenze della curva $A = f(P)$ mostrata prima: confrontando graficamente il risultato con ciò che è stato misurato precedentemente si ottiene il grafico in figura 3.6.

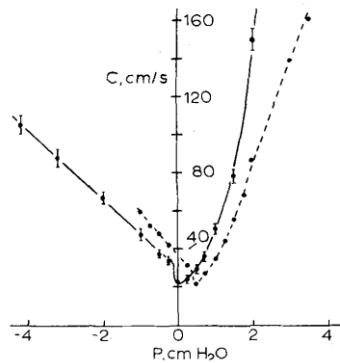


Figura 3.6

Dove la curva tratteggiata è quella ottenuta con questo secondo metodo. Nonostante lo scostamento, si può dire che le due curve siano ragionevolmente vicine.

3.1.3: Il confronto tra la velocità di fase e la velocità del fluido

Ritornando agli esperimenti sul flusso stazionario, è possibile ricavare l'area di sezione del tubo uniformemente collassato come una funzione della pressione trasmurale (figura 3.7).

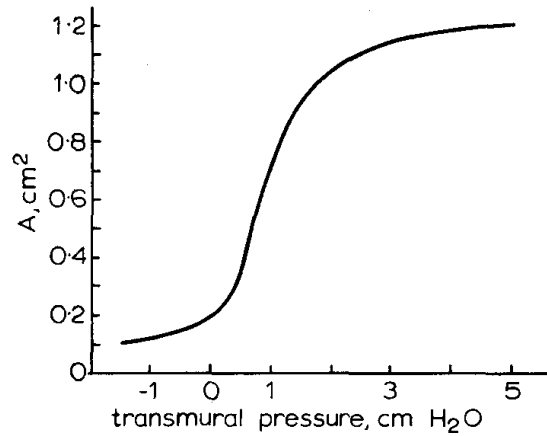


Figura 3.7

Dunque, data la portata Q e l'area di sezione A , risulta immediato calcolare la velocità media del fluido v . Andando a esprimere queste velocità in funzione della pressione trasmurale si ottiene:

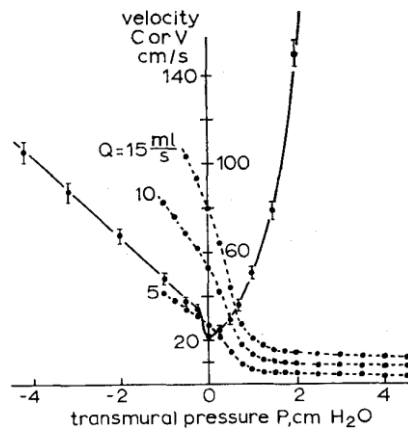


Figura 3.8

dove le linee tratteggiate indicano le curve delle velocità v per diversi valori di portata.

Dal grafico si nota che per pressioni trasmurali più grandi di 5 mm H₂O la velocità di fase è molto maggiore di quella del fluido, e il loro rapporto diventa via via più grande con il crescere della pressione. In ogni caso, come si riduce la pressione trasmurale, la velocità del fluido aumenta, riflettendo la diminuzione dell'area di sezione. In particolare, per pressioni trasmurali minori di zero e per portate maggiore di 10 ml/s, la velocità del fluido può potenzialmente essere

maggiore di quella di fase, cosa che invece non si verifica per portate minori di 5 ml/s. Sostanzialmente, questi dati indicano che l'instabilità può essere associata con una portata maggiore di 5 ml/s, coerentemente con quanto rilevato sperimentalmente dagli stessi Brower e Scholten (cfr. paragrafo 3.1.1).

Quindi il fatto che la velocità del fluido può raggiungere e superare quella di fase chiaramente NON può essere ignorato nella messa a punto di modelli per i flussi in tubi collassabili.

3.2 Le contraddizioni all'ipotesi di flusso supercritico (Conrad *et al*, 1978)

Conrad, Cohen e McQueen, nel 1978, mostrano sperimentalmente che le condizioni a valle della strizione elastica possono influenzare fortemente le oscillazioni, in contraddizione alle considerazioni di Brower e Scholten. L'apparecchiatura utilizzata è mostrata in figura 3.9.

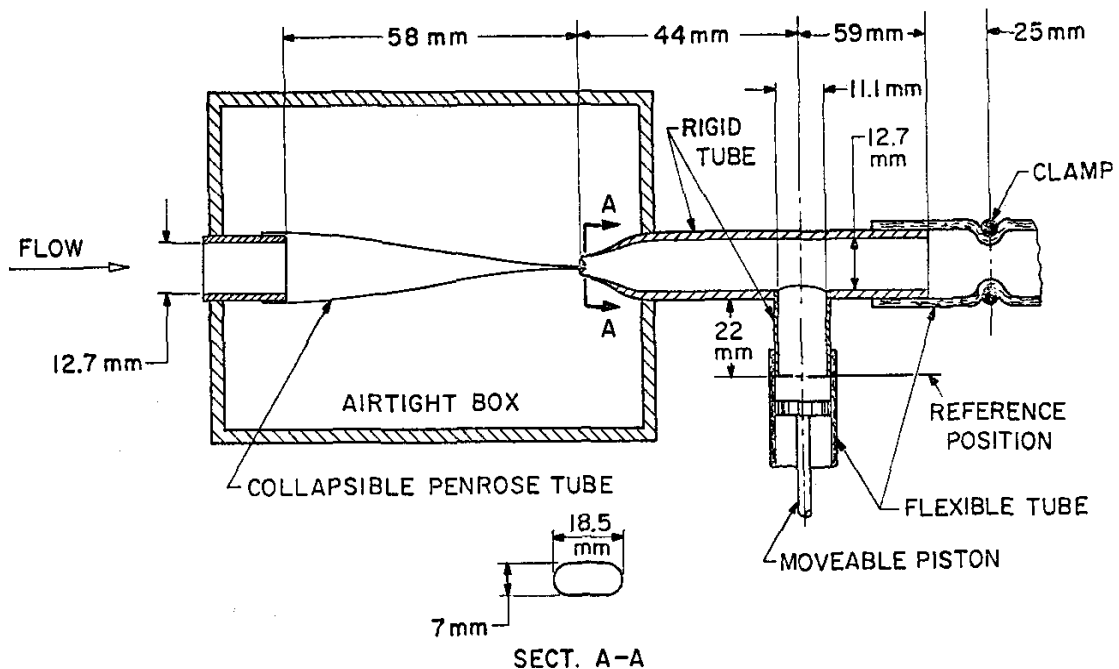


Figura 3.9

In particolare, i risultati ottenuti vengono confrontati con quelli di Brower & Scholten (1975).

Questi ultimi sostengono che l'instabilità possa essere associata a una transizione supersonica del flusso, e che le condizioni a valle influenzino solo la frequenza delle oscillazioni, e non la loro comparsa.

Con questo esperimento, Conrad dimostra invece che le condizioni a valle determinino anche l'insorgere o meno delle oscillazioni e la loro frequenza, accusando la teoria del risalto idraulico costruita da Griffiths e sostenuta da Brower e Scholten inadeguata per la descrizione delle oscillazioni nei tubi collassabile.

Le oscillazioni avvengono solo nella parte a pendenza negativa della caratteristica pressione-portata determinata da Conrad nel 1969 (cfr. Cap. 1), dove la forma parzialmente collassata della sezione corrisponde alla configurazione costrizione elastica con risalto idraulico annesso studiata da Griffiths (cfr. Cap. 2). In questa regione (cioè per il parziale collasso del condotto) vengono condotti questi esperimenti, in particolare vengono ottenute oscillazioni a una frequenza di circa 100 Hz per una portata di 49 ml/s e per un valore di pressione esterna pari a 325 mmHg.

Non appena il pistone in figura viene mosso, la frequenza di oscillazione cambia. La frequenza e l'ampiezza delle oscillazioni di pressione vengono graficate (figura 3.10) in funzione della posizione del pistone.

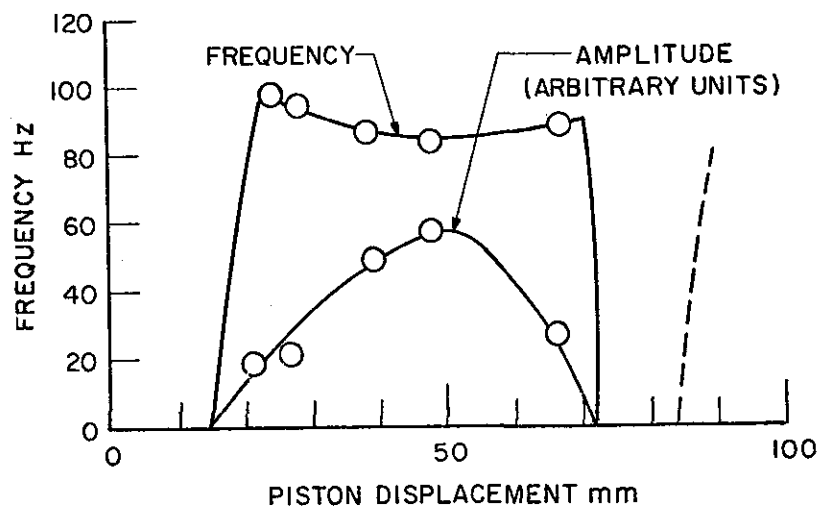


Figura 3.10

Il grafico evidenzia la presenza di regioni di non-oscillazione.

Assumendo i dati di Brower e Scholten sulla velocità di propagazione delle onde, si evidenzia che le oscillazioni possono essere fermate per Mach maggiori di 10; in più quando il tubo oscilla,

l'intera struttura a monte della strizione è coinvolta nel movimento: è quindi chiaro che le onde possono essere trasmesse oltre il punto di collasso.

Questo dimostra che l'analogia con il risalto idraulico e la sua intrinseca transizione da supersonico a subsonico, non è appropriata per lo studio delle oscillazioni nei condotti collassabili.

3.3 I diagrammi di controllo del flusso in un tubo collassabile (Bertram e Castles, 1998)

In una ricerca sperimentale svoltasi nel 1998, Bertram e Castles, ponendosi l'obiettivo di ricercare le condizioni in cui si verifica il fenomeno di limitazione della portata, costruiscono un "diagramma di controllo" (*control – space diagram*) per il flusso in un tubo collassabile. Questi diagrammi vengono utilizzati tradizionalmente per l'analisi dei sistemi dinamici e consistono di un piano definito da due parametri diviso in diverse regioni in funzione del comportamento del sistema. Vengono scelti come parametri per il diagramma le pressioni p_u e p_{e2} , definita come $p_e - p_2$.

Il tubo utilizzato è composto di silicone, presenta diametro interno di 13 mm e spessore di 2,4 mm.

Si mostra in figura 3.10 la prima fase di costruzione del diagramma di controllo nelle coordinate (p_u, p_{e2}) . I punti sono stati ricavati per sette valori diversi di p_u e abbassando di conseguenza la pressione p_e . Quando possibile, è specificata la frequenza delle oscillazioni auto-eccitate.

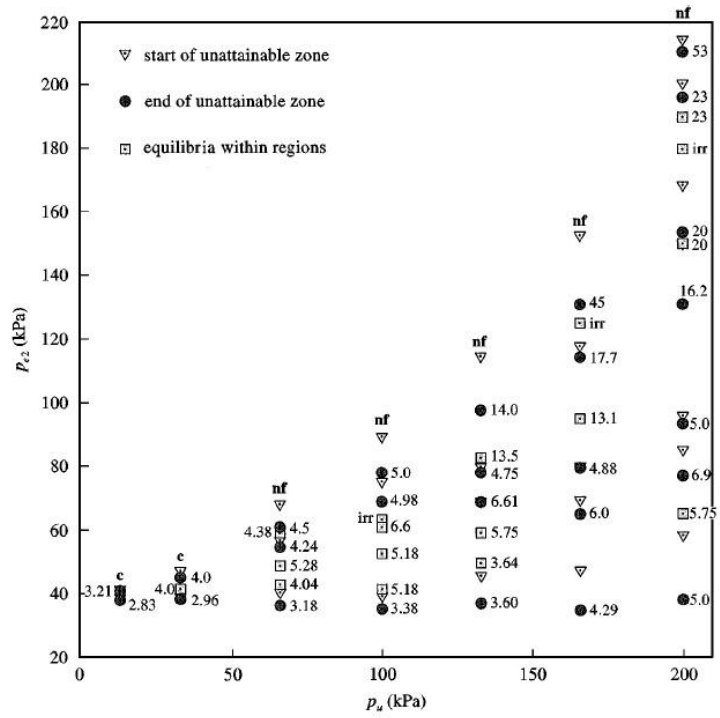


Figura 3.10

Dopodiché, unendo con segmenti i diversi punti per cui si ottengono comportamenti qualitativamente simili, si ottiene (figura 3.11):

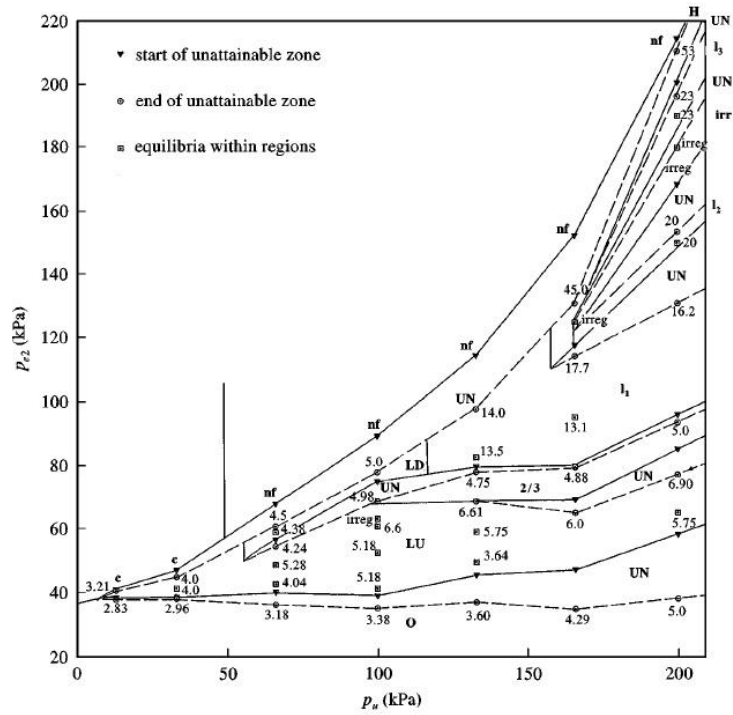


Figura 3.11

Considerando nove diverse curve a $p_{e1} (= p_e - p_2)$ costante, Bertram e Castles sviluppano un diagramma utilizzando i parametri p_{12} e la portata Q (figura 3.12).

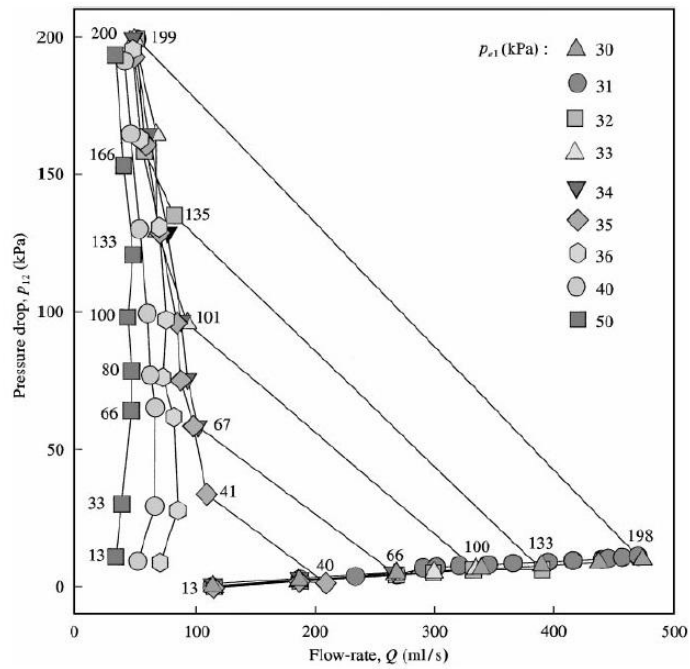


Figura 3.12

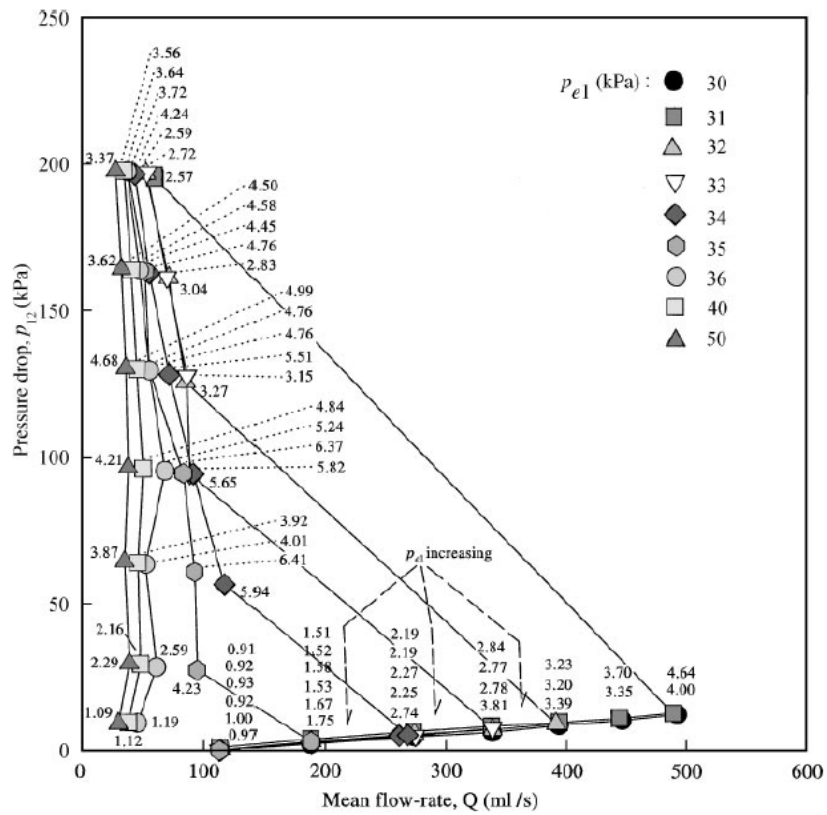


Figura 3.13

Le curve verticali rappresentano la situazione in cui la portata non dipende praticamente più dalla differenza di pressione p_{12} : su queste zone del piano si sviluppa il fenomeno della limitazione della portata. Per verificare se effettivamente la limitazione della portata coincida con la criticità del flusso alla strizione, occorre calcolare la velocità media del fluido e la velocità di propagazione delle onde. La velocità media del fluido u viene calcolata come rapporto tra portata e area di sezione, ottenendo i valori indicati in figura (3.13)

La velocità delle onde c viene ripresa dagli esperimenti di Bertram e Raymond (1990), che la calcolarono sperimentalmente utilizzando pacchetti di onde ad alta frequenza in condizione di oscillazione del tubo. Confrontando i valori di u e c , sembrerebbe proprio che la velocità del fluido raggiunga e superi quella delle onde di pressione: bisogna però considerare che il ragionamento è indebolito dal fatto che le due velocità siano state determinate in situazioni simili, ma non identiche.

Nel grafico seguente (figura 3.14), le curve a p_{e1} costante vengono trasportate sul diagramma di controllo sul piano (p_u, p_{e2}) .

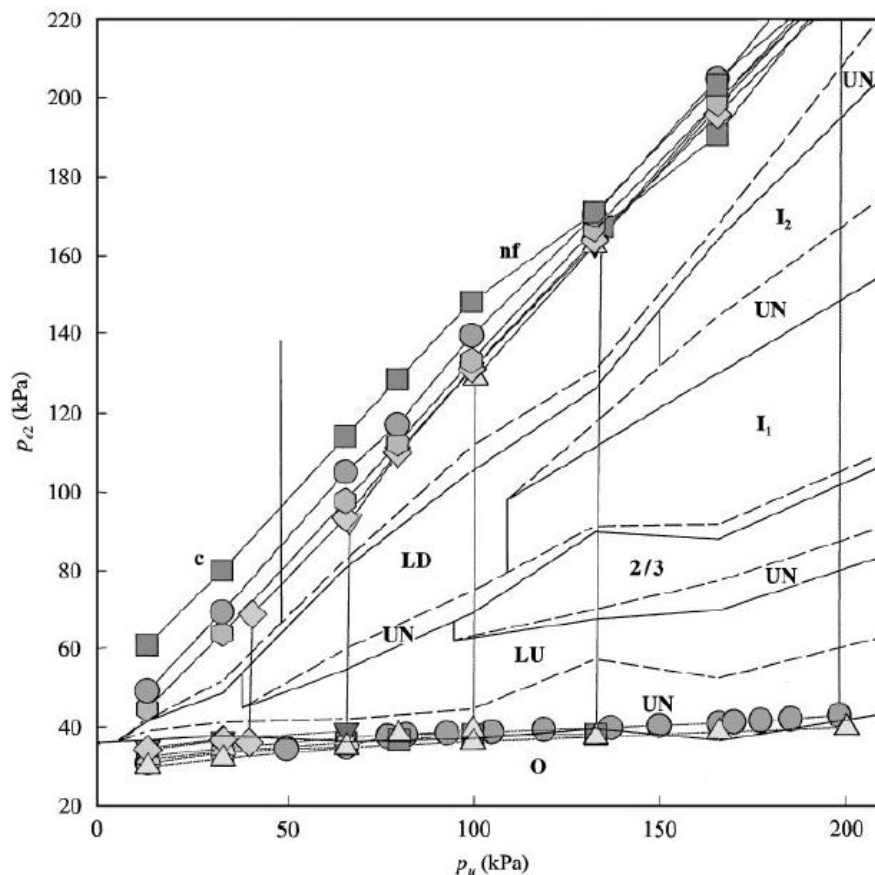


Figura 3.14

Negli studi analitici e sperimentali le oscillazioni auto-eccitate e la limitazione del flusso a causa del choking vengono spesso considerati come fenomeni associati tra loro (Brower & Scholten, 1975). Tuttavia, nel grafico riportato sopra è evidente che nessuno dei punti operativi caratterizzati dalla limitazione della portata mostra oscillazioni periodiche (come quelle auto-eccitate), mentre vengono sì mostrati dei rumori, di piccola ampiezza e aperiodici.

In sostanza, il risultato di maggiore importanza emerso in questo studio è la prova che la limitazione della portata e le oscillazioni auto-eccitate NON sono fenomeni sempre accoppiati. Questo aspetto viene ripreso esaurientemente dallo studio di Bertram e Tscherry del 2006, riportato più avanti.

3.4 Gli effetti delle oscillazioni auto - eccitate sulla pressione e sull'area di sezione (Bertram e Godbole, 1995)

Bertram e Godbole, nel 1995, mettono a punto una tecnica per misurare la forma di un tubo collassabile soggetto ad oscillazioni auto-eccitate in funzione della posizione (sull'asse) e del tempo, in termini di area di sezione (figura 3.15). Inoltre, forniscono anche la pressione interna sempre in funzione della posizione e del tempo.

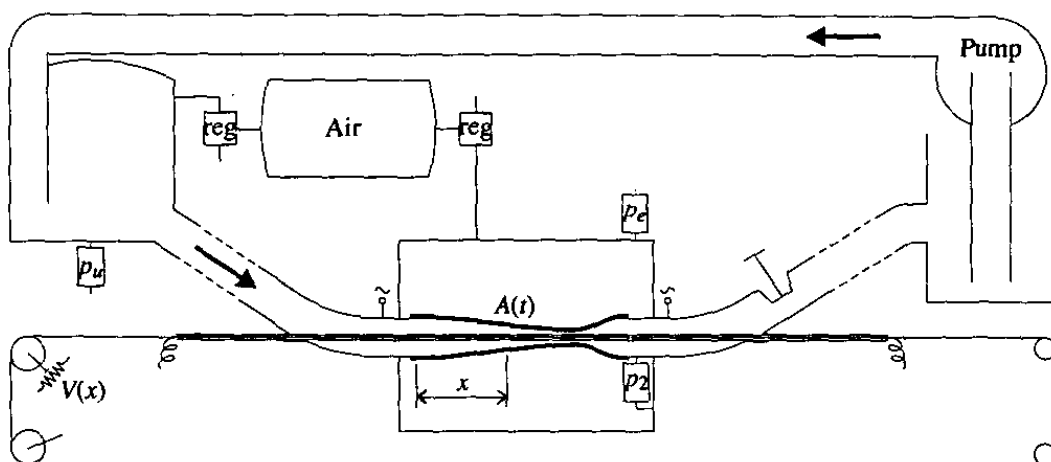


Figura 3.15

Viene utilizzata la tecnica del *catetere a conduttanza*. Questa tecnica è basata sulla misurazione della conduttanza elettrica, variabile nel tempo, che risulta proporzionale al volume di fluido contenuto nel condotto secondo la legge:

$$V(t) = L^2 \rho G(t)$$

dove $V(t)$ è il volume del tubo che circonda il catetere, L è la distanza tra gli elettrodi, ρ è la resistività del fluido e $G(t)$ è la conduttanza misurata. Il catetere, che in questo caso consiste di un'asta cilindrica di diametro 1,98 mm, è inserito nel tubo in modo da risultare coassiale ad esso. La sua conduttanza viene misurata attraverso due elettrodi ad una distanza $L = 1,56$ mm. Il fluido utilizzato è acqua.

Il punto operativo viene definito in termini di coordinate del diagramma di controllo avente come parametri (p_u, p_{e2}) dove $p_{e2} = p_e - p_2$ (cfr. Bertram e Castles, 1998).

Bertram e Godbole decidono di analizzare le oscillazioni LU, LD e I, corrispondenti a tre diverse regioni sul piano (p_u, p_{e2}) . Le oscillazioni LU e LD sono caratterizzate da una bassa frequenza (dai 4 ai 6 Hz), mentre quelle chiamate I sono a frequenza intermedia (intorno ai 15 Hz); le lettere U e D si riferiscono alla forma d'onda.

La stabilità del periodo delle oscillazioni per un dato tipo è stata trovando variando sistematicamente la posizione del punto operativo nel piano (p_u, p_{e2}) . In generale, c'è stata una tendenza del catetere, che attraversa la gola del tubo, ad interferire con in collasso ad alti valori di p_{e2} , cosicché i punti operativi per i risultati di seguito presentati sono stati scelti in modo da minimizzare questo disturbo.

3.4.1 Oscillazioni LD

Per oscillazioni a bassa frequenza di tipo LD, al punto operativo $p_u = 66$ kPa e $p_{e2} = 53$ kPa si ottiene il seguente profilo d'area per il tubo soggetto a oscillazioni (figura 3.16).

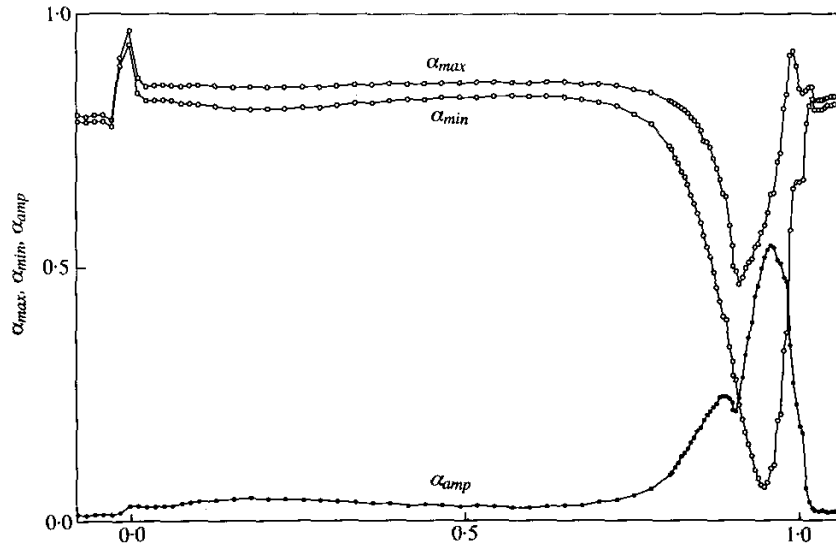


Figura 3.16

Gli estremi del segmento collassabile, ovvero le giunzioni ai tubi rigidi a monte e a valle, corrispondono rispettivamente a $x = 0$ e a $x = 1$. α_{max} corrisponde al massimo valore assunto dall'area nella posizione x , α_{min} al valore minimo e α_{amp} alla differenza tra le due. Verso monte, si nota che l'ampiezza di oscillazione dell'area rimane piccola. Per x poco maggiore di 1, la variazione di area non ritorna esattamente a zero a causa della presenza della giunzione del segmento collassabile con il tubo rigido a valle.

Aggiungendo la variabile tempo, si ottiene la seguente superficie in figura 3.17.

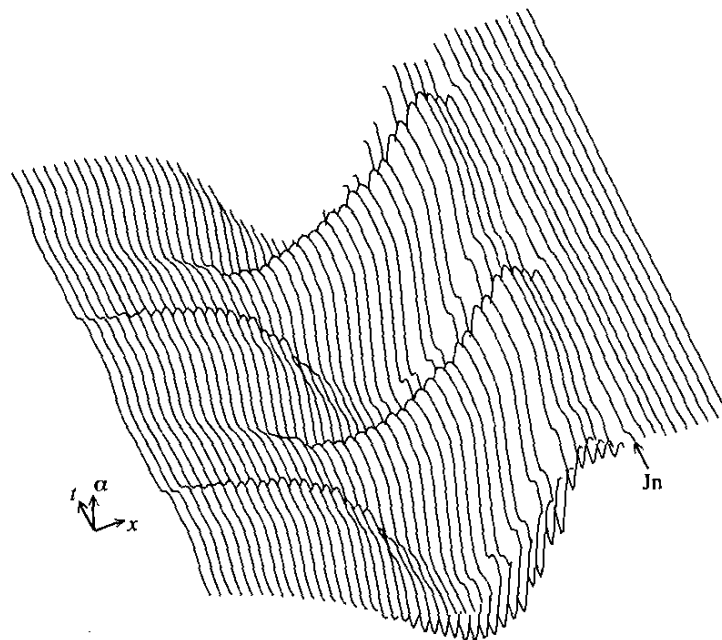


Figura 3.17

La spaziatura tra le curve Δx è di 1,14 mm. J_n indica il punto in cui il tubo collassabile è collegato al tubo rigido a valle. Ponendosi sul tubo rigido a monte e guardando verso valle:

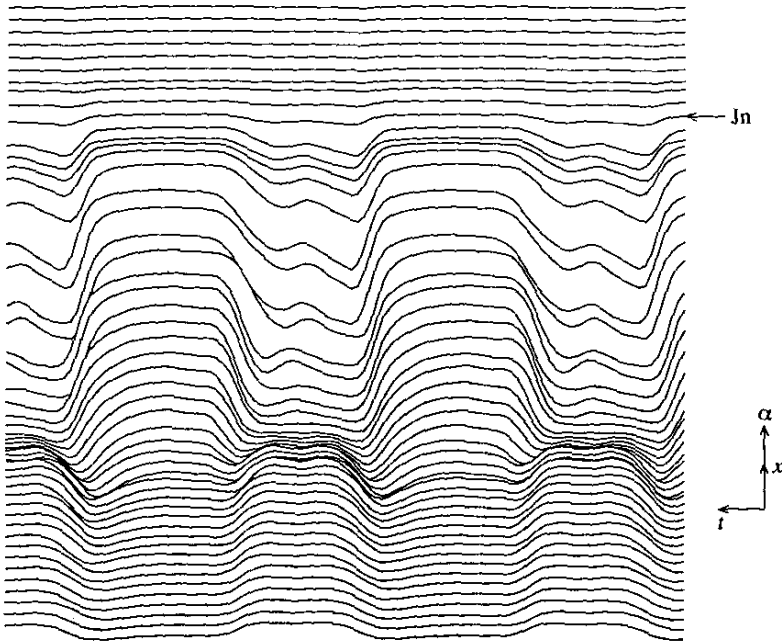


Figura 3.18

Le misurazioni delle pressioni per lo stesso punto operativo sono presentate in funzione di x in figura 3.19, in funzione di x e t in figura 3.20:

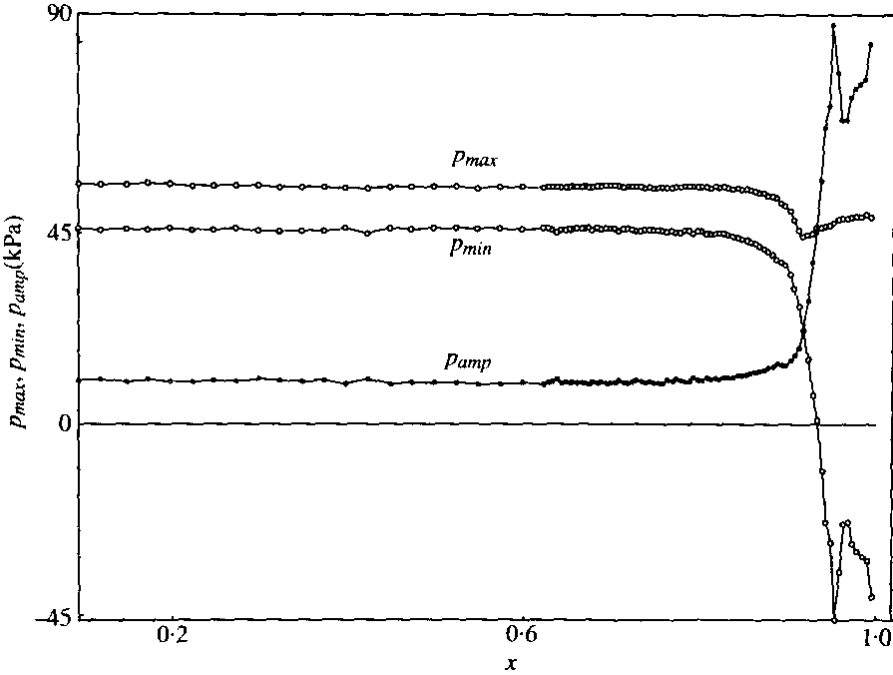


Figura 3.19

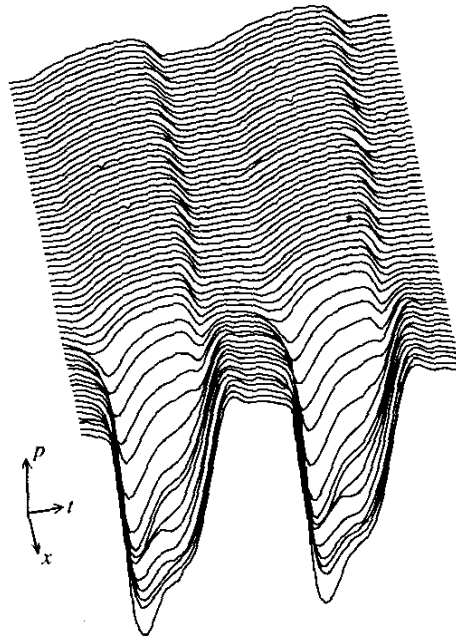


Figura 3.20

In cui $\Delta x = 1,18 \text{ mm}$.

3.4.2 Oscillazioni LU

Per oscillazioni a bassa frequenza di tipo LU, al punto operativo $p_u = 135 \text{ kPa}$ e $p_{e2} = 47 \text{ kPa}$ si ottiene profilo dell'area di sezione del tubo (figure 3.21).

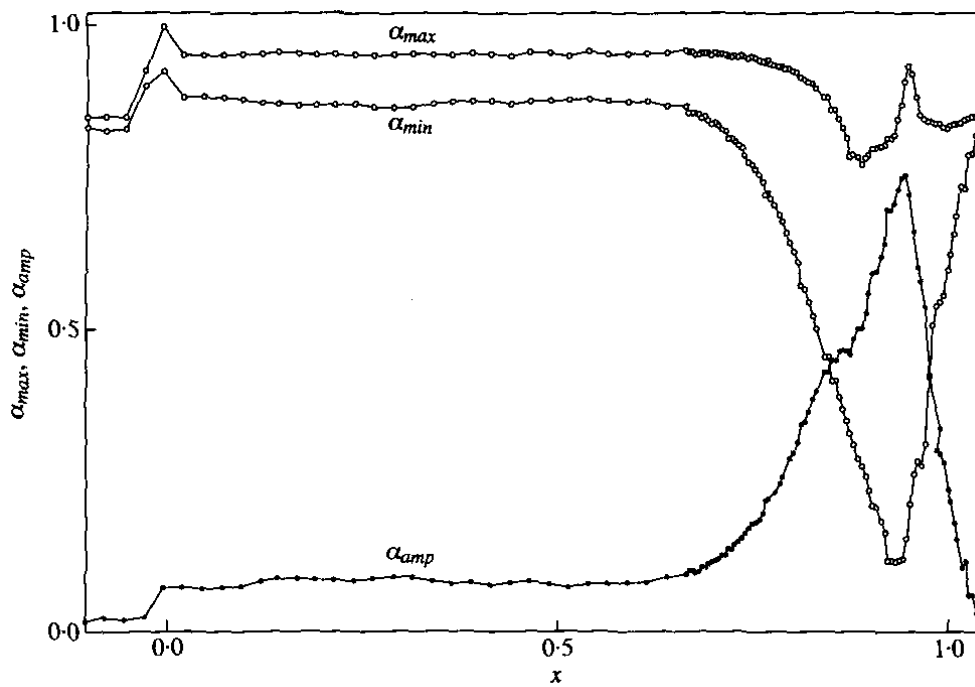


Figura 3.21

Come già fatto prima, considerando anche come variabile il tempo si ottiene la superficie in figura 3.22:

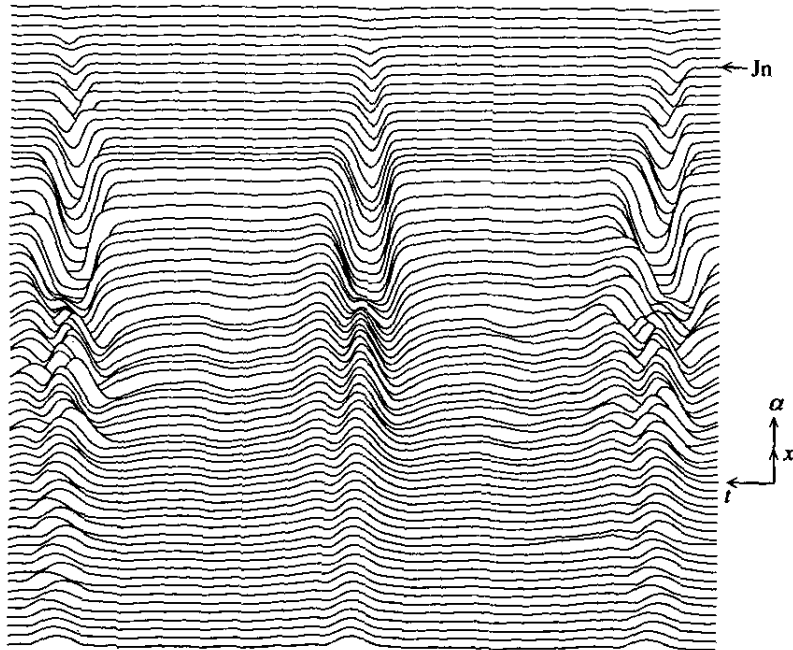


Figura 3.22

Dove Δx è di 1,15 mm.

La misurazione delle pressioni in funzione della posizione x fornisce il profilo in figura 3.23:

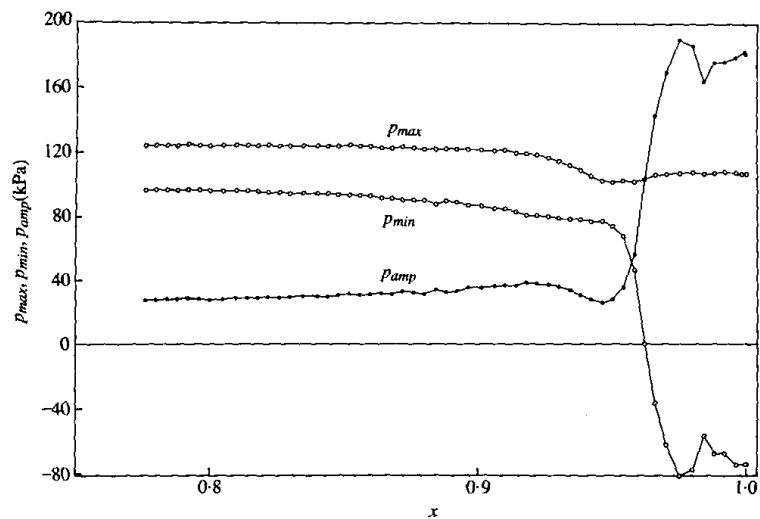


Figura 3.23

e la superficie che dà un'idea dell'evoluzione delle pressioni nel tempo è riportata nella figura 3.24,

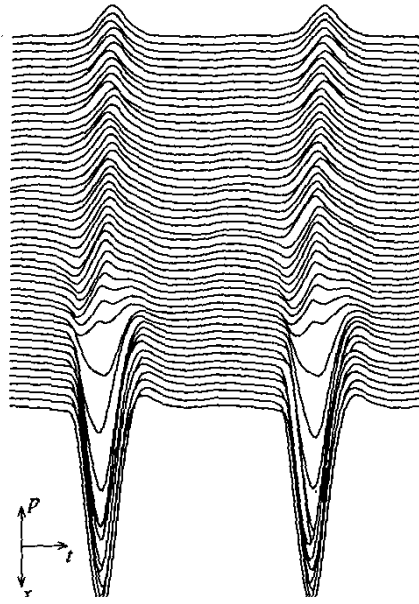


Figura 3.24

dove Δx è di 0,92 mm.

3.4.3 Oscillazioni I

Infine, per oscillazioni di frequenza intermedia (tipo I), per cui è stato scelto il punto operativo $p_u = 103 \text{ kPa}$ e $p_{e2} = 65 \text{ kPa}$ si ha il profilo in figura 3.25,

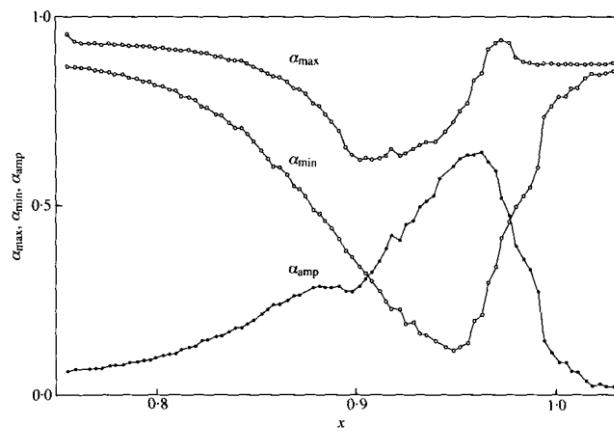


Figura 3.25

mentre, sempre per lo stesso punto operativo, qui vengono presentate $p(x)$ (3.26):

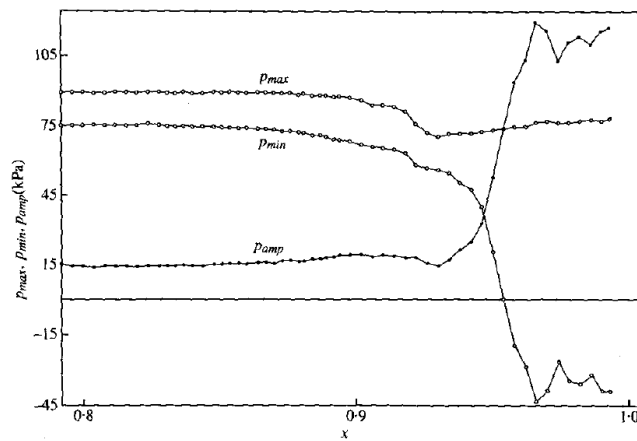


Figura 3.26

e $p(x,t)$ (3.27):

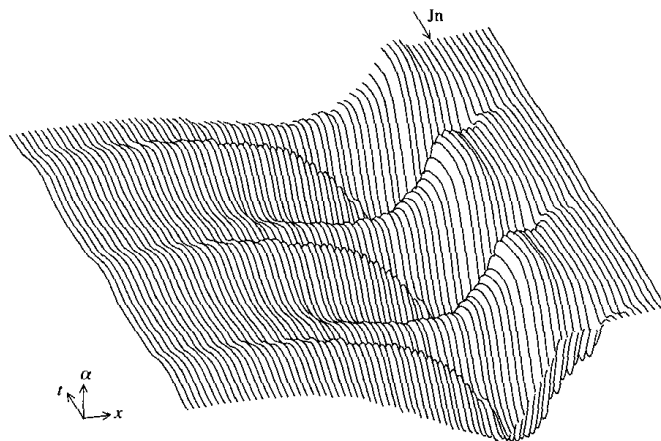


Figura 3.27

Dove Δx è di 0,85 mm.

Nel diagramma di controllo bidimensionale definito da p_u e p_{e2} , è possibile definire le regioni dove le oscillazioni date si verificano. In generale si è trovato che le oscillazioni I si presentano per grandi valori di p_u , in regioni contigue a quelle in cui si presentano le oscillazioni LU, ma per p_{e2} più alte. Le zone LU e LD non sono ben distinte per bassi valori di p_u , ma la transizione tra loro diventa solitamente discontinua ad alte p_u . La transizioni da LU a I aumentando p_{e2} è caratterizzato tipicamente da un raddoppiamento o un triplicemente della frequenza.

Occorre notare che la lunghezza del tubo, le proprietà del fluido e della parete del tubo, ma non le variabili di controllo p_u e p_{e2} sono parametri che definiscono il diagramma di controllo.

I risultati qui riportati confermano l'impressione data dai diagrammi di controllo: le oscillazioni I sono dinamicamente più vicine alle LU piuttosto che alle LD. Dalle superfici $\alpha(x, t)$ delle tre diverse modalità di oscillazione si nota che le LU e le I sono qualitativamente simili, mentre le LD mostrano una fase di collasso più complessa.

3.5 Gli effetti del numero di Reynolds e della lunghezza del tubo collassabile sulle frequenze e sulle portate (Barclay & Thalayasingam, 1986)

Barclay e Thalayasingam eseguono uno studio sperimentale su un sistema costituito da un tubo di silicone a pareti sottili soggetto a diverse differenze di pressioni tra le sue estremità e tra le pareti, in modo da studiare le condizioni di esistenza e la natura delle oscillazioni. I risultati sono presentati in forma adimensionale per la frequenza e la portata media nel tempo, entrambi presentati come funzioni della pressione e per diversi valori del numero di Reynolds. Il tubo collassabile è composto di silicone, ha un diametro di 1,27 cm, uno spessore di 0,13 mm e un modulo di Young di 124 N cm^{-2} (a deformazione nulla).

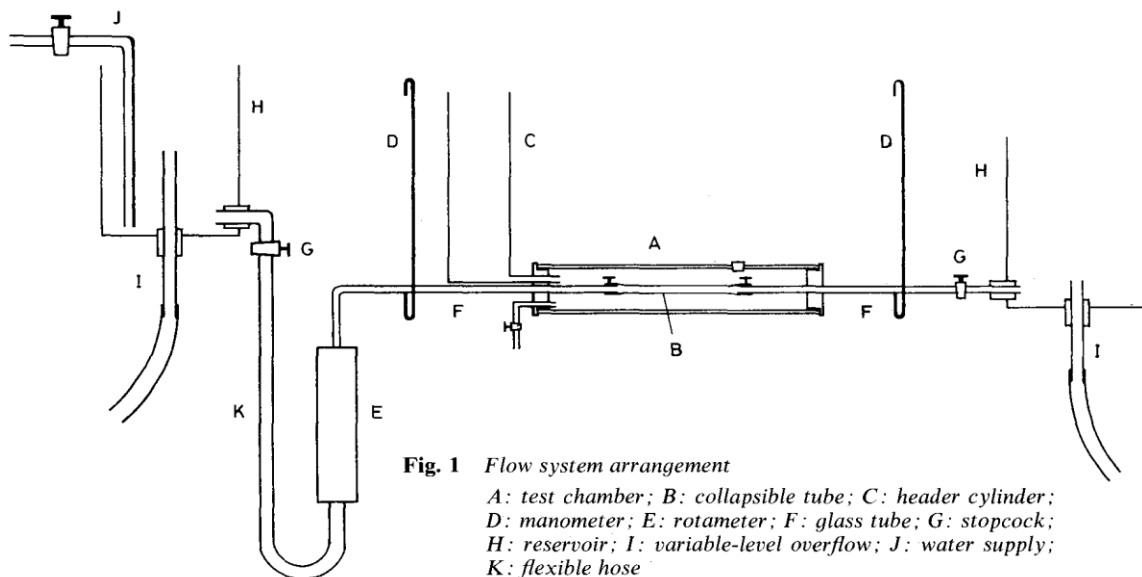


Figura 3.28

Le prove sono state per tre diversi valori del rapporto L/D (con L la distanza tra i tubi rigidi e con D diametro nominale del tubo collassabile) e variando poi il numero di Re . In particolare, i valori del rapporto L/D scelti sono 3,9, 11,8 e 19,7 (corrispondenti a lunghezze del tubo collassabile rispettivamente di 4,95 cm, 15,00 cm e 25,02 cm) mentre i numeri di Reynolds sono stati scelti

da un valore minimo di circa 1570 a un valore massimo di circa 2860.

In ascissa troviamo il rapporto di pressioni p_r , definito come

$$p_r = \frac{p_e - p_d}{p_u - p_d}$$

3.5.1 Le frequenze di oscillazione

I seguenti grafici (figure 3.29, 3.30, 3.31) presentano sull'asse delle ordinate troviamo invece la frequenza adimensionalizzata, definita come fD^2/ν .

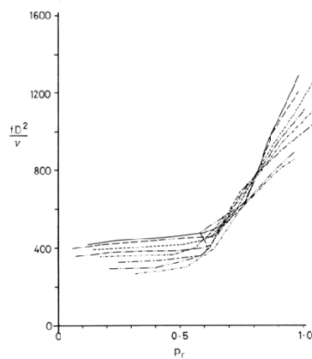


Fig. 2 Wall oscillation frequency, $L/D = 3.9$

Re values:
 1568: 2327:
 1815: 2459:
 1997: 2723:
 2195: 2855:

Figura 3.29: $L/D = 3,9$

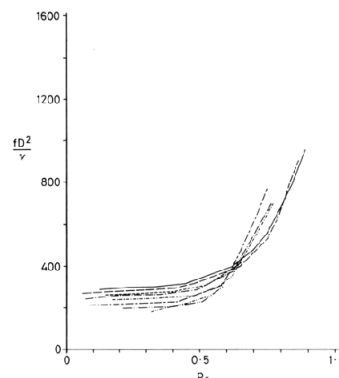


Fig. 3 Wall oscillation frequency, $L/D = 11.8$

Re values:
 1568: 2327:
 1815: 2459:
 1997: 2723:
 2195: 2855:

Figura 3.30: $L/D = 11,8$

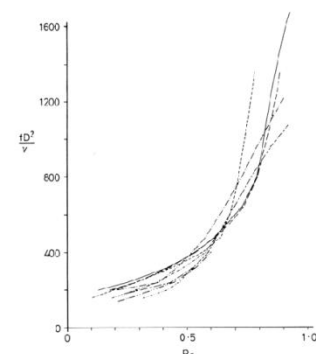


Fig. 4 Wall oscillation frequency, $L/D = 19.7$

Re values:
 1568: 2327:
 1815: 2459:
 1997: 2723:
 2195: 2855:

Figura 3.31: $L/D = 19,7$

Il tubo, come si può notare, si comporta qualitativamente allo stesso modo per diversi Re, in particolare per un dato rapporto L/D .

Un punto di interesse che non emerge chiaramente dai grafici è che le oscillazioni a basse frequenze si hanno tra configurazione totalmente distesa (ovvero a sezione approssimativamente circolare) e configurazione parzialmente collassata, mentre quelle ad alte frequenze si hanno tra configurazione parzialmente collassata e totalmente collassata.

Per un dato Re, le curve hanno un andamento circa orizzontale per basse frequenze e una forte dipendenza da p_r per le alte: queste due parti della curva corrispondono circa ai due diversi tipi di oscillazioni appena menzionati.

Il passaggio da un tipo all'altro di oscillazione avviene bruscamente per bassi L/D e sempre più dolcemente per rapporti L/D via via più alti.

Per un L/D fissato, si direbbe quindi che fD^2/ν è una funzione di p_r . Ma questo implicherebbe che per un fluido inviscido necessariamente si debba avere frequenza nulla, cosa che facilmente può essere dimostrata come falsa. E' necessario quindi coinvolgere il numero di Reynolds.

I range di frequenze riscontrati nelle oscillazioni delle pareti è sempre contenuto tra gli 0.8 e i 10.5 Hz, corrispondenti a rapporti fD^2/ν compresi tra 127 e 1672. E' importante però notare che in altri esperimenti, come in quello di Conrad et al., 1978, si siano ottenute frequenze anche molto più alte (tra gli 80 e i 100 Hz), nonostante la strumentazione sia simile. Questo fa notare quanto i diversi dettagli tra i sistemi utilizzati siano coinvolti nell'instabilità del flusso.

3.5.2 La portata durante le oscillazioni

Sull'asse delle ordinate troviamo ora il rapporto Q/Q_0 (portata media adimensionalizzata) dove $Q_0 = \pi v D Re/4$, ovvero la portata (stazionaria) esistente quando il tubo è completamente disteso. I grafici sotto riportati (figure 3.32, 3.33, 3.34) sono stati ottenuti variando o i parametri nella stessa modalità effettuata per la misurazione delle frequenze.

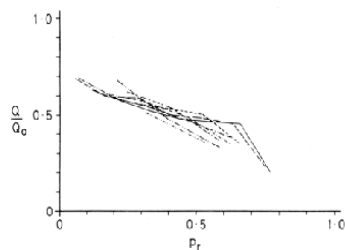


Fig. 5 Mean flow rate, $L/D = 3.9$
Re values:
 1568: 2327:
 1815: 2459:
 1997: 2723:
 2195: 2855:

Figura 3.32: $L/D = 3,9$

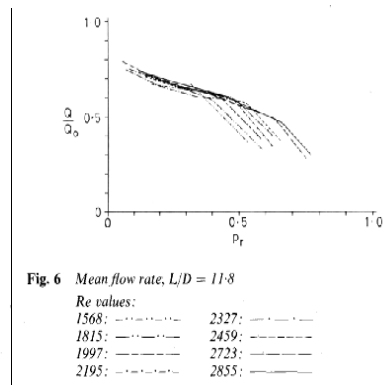


Fig. 6 Mean flow rate, $L/D = 11.8$
Re values:
 1568: 2327:
 1815: 2459:
 1997: 2723:
 2195: 2855:

Figura 3.34: $L/D = 11,8$

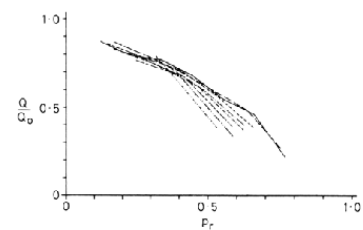


Fig. 7 Mean flow rate, $L/D = 19.7$
Re values:
 1568: 2327:
 1815: 2459:
 1997: 2723:
 2195: 2855:

Figura 3.35: $L/D = 19,7$

Per bassi rapporti di pressione la portata è insensibile al Reynolds, per alti rapporti invece essa si riduce all'aumentare di Re .

E' possibile trovare una relazione tra le curve di portata e di frequenza: infatti la regione in cui è più rapida la diminuzione della portata con l'aumento di p_r inizia circa allo stesso valore del rapporto di pressione per cui comincia il rapido aumento della frequenza. Questa correlazione tra basse frequenze ed alte portate è valida non solo per un dato tubo (e quindi per un dato L/D),

bensi per L/D diversi mentre p_r : per esempio due tubi con diverso rapporto L/D paragonati alla stessa p_r daranno come risultato che il tubo con la frequenza più bassa avrà la portata più alta.

Come p_r viene aumentata da zero l'insorgere delle oscillazioni coincide virtualmente con il collasso parziale. Prima di raggiungere questo valore di rapporto di pressione, la portata si presentava come costante. Nel momento in cui insorgono le oscillazioni, la portata cala drasticamente all'aumentare di p_r .

3.6 L'insorgere delle oscillazioni (Bertram & Tscherry, 2006)

Bertram e Tscherry nel 2006 studiano sperimentalmente il flusso attraverso il resistore di Starling con l'obiettivo di individuare le condizioni in cui insorgono la limitazione del flusso e le oscillazioni autoeccitate.

Il protocollo adottato è qui illustrato: si è impostata la pressione esterna al tubo (ovvero quella nella camera) e quella all'estremità a monte del segmento collassabile in modo che fossero uguali. Successivamente si è ridotta progressivamente la pressione all'estremità di valle (in modo da avere per quanto possibile, condizioni stazionarie).

Il fluido utilizzato è una miscela di acqua e glicerina in diverse proporzioni e il tubo collassabile in silicone è sospeso orizzontalmente, in aria, tra due condotti rigidi.

Sono state condotte misurazioni di pressioni, portate e dell'area della sezione nel punto di massima oscillazione. Successivamente, separatamente, è stata misurata la sezione in funzione della pressione trasmurale.

3.6.1 La riduzione della pressione a valle

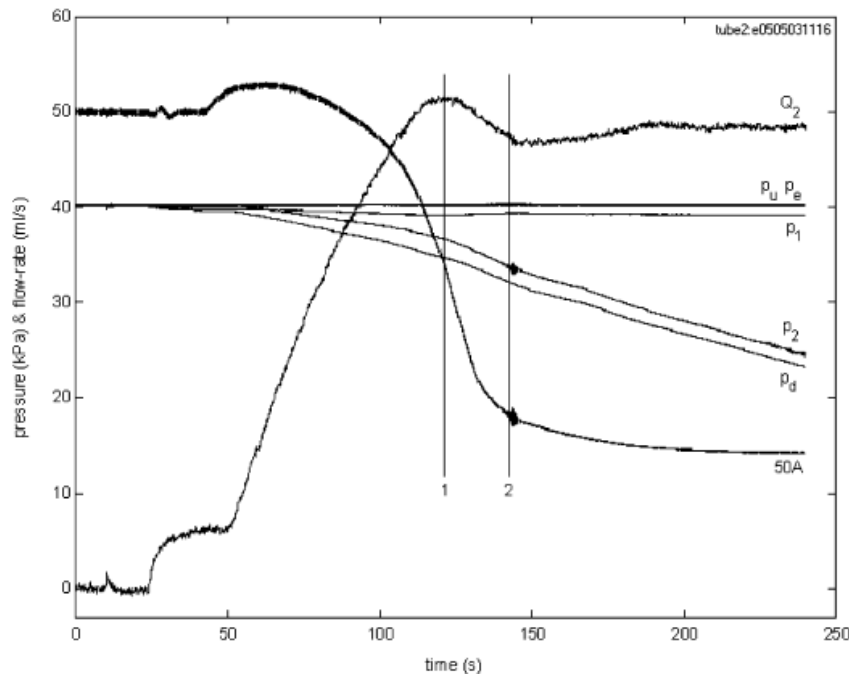
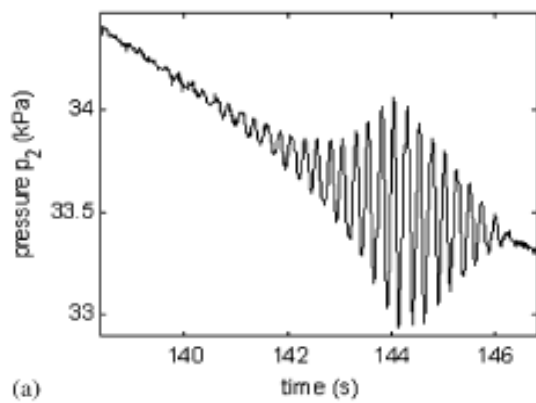


Figura 3.36

Il protocollo descritto ha dato il risultato mostrato in figura. Quando il tubo crolla (istante 1) si ha un picco di portata (Q_{peak}), che si riduce leggermente per poi diventare essenzialmente costante, secondo tre fasi ben definite. Le oscillazioni insorgono durante la seconda fase (Q_{osc}), per scomparire dopo poco tempo in seguito alla diminuzione di pressione all'estremità di valle e al maggior collasso del tubo (e quindi alla maggior rigidezza).

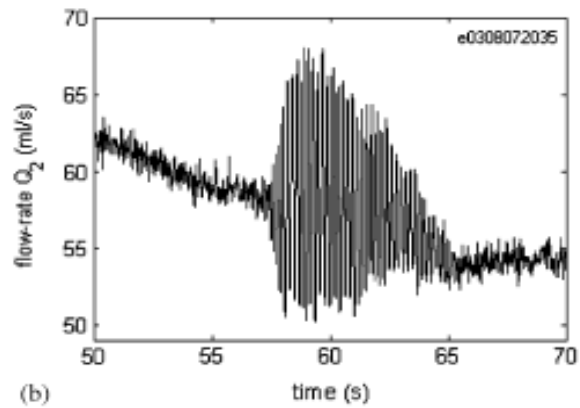
Le figure sottostanti testimoniano l'insorgere e il decadimento delle oscillazioni, in pressione (di valle) e in portata (sempre a valle).

E' importante notare che la nascita delle oscillazioni avviene solo dopo la fine della fase di limitazione della portata. I due fenomeni sono dunque separati (cfr. Bertram e Castles, 1998).



(a)

Figura 3.37



(b)

Figura 3.38

Sopra: ingrandimenti del diagramma precedente sulle oscillazioni della pressione all'estremità a valle (figura 3.37) e la portata (figura 3.38).

3.6.2 L'influenza della lunghezza del condotto a valle

Utilizzando diverse lunghezze per il tubo rigido a valle si è notato che il picco di portata (e quindi di Re) è cambiato in modo decisamente inconsistente e poco significativo (figura 3.39), mostrando un lieve aumento in una serie di studi e una lieve diminuzione in un'altra. Si può quindi dedurre che Q_{peak} sia essenzialmente indipendente dalla lunghezza del tubo: questo è spiegabile dal fatto che la diminuzione della pressione di valle è stata eseguita in modo così lento da avere flussi praticamente stazionari e quindi da annullare di fatto gli effetti dell'inerzia del fluido.

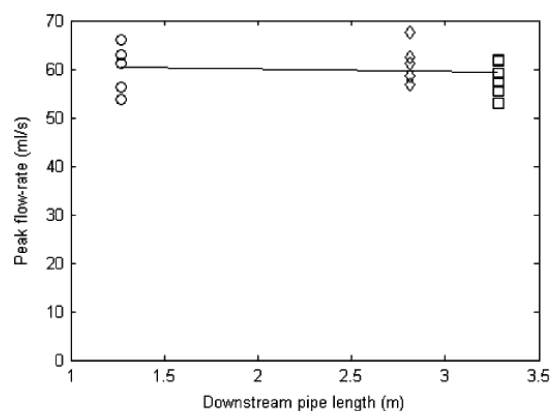


Figura 3.39

Anche la portata a cui insorgono le oscillazioni Q_{osc} , che si rivela essere sempre minore di Q_{peak} , risulta non essere dipendente in modo significativo dalla lunghezza del tubo a valle.

L'unica variabile tra quelle esaminate che mostra una dipendenza dalla lunghezza in questione è la frequenza di oscillazione. La frequenza diminuisce all'aumentare della lunghezza (figura 3.40).

Questo era prevedibile: infatti la lunghezza del tubo a valle controlla la grandezza dell'inertanza del fluido (definita come $\rho L/A$). Questo comportamento era stato già ampiamente previsto dai modelli a parametri concentrati (cfr. Capitolo 2).

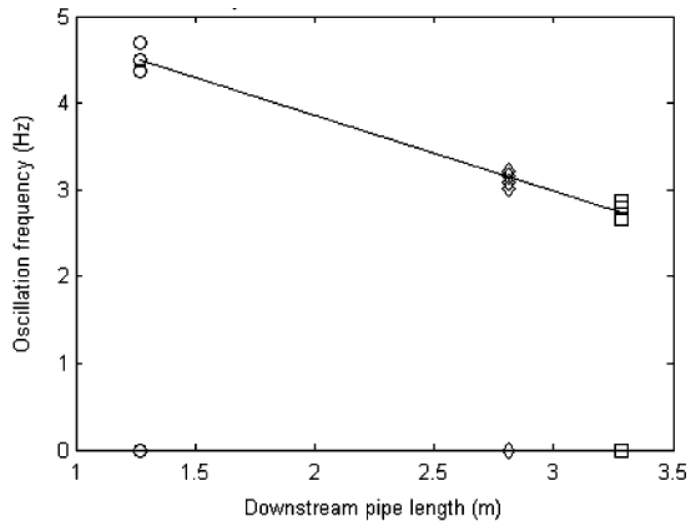


Figura 3.40

3.6.3 L'influenza della viscosità del fluido

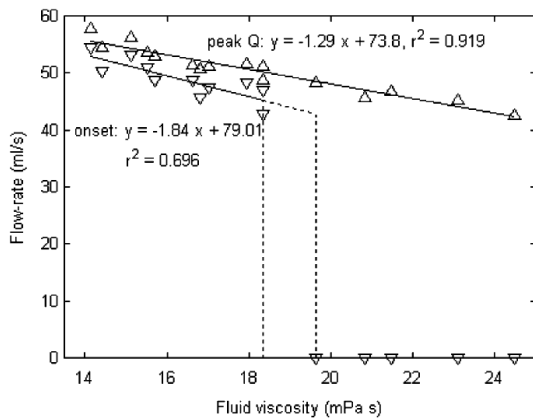


Figura 3.41

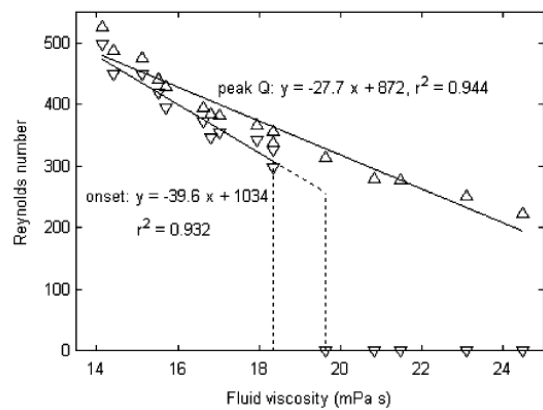
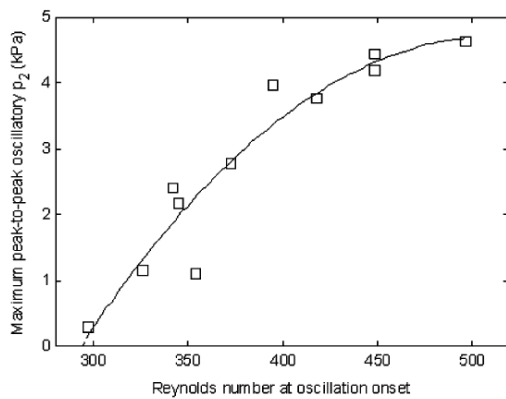


Figura 3.42

La figura 3.41 mostra chiaramente che Q_{peak} varia inversamente rispetto alla viscosità μ , e la loro relazione non è influenzata dall'insorgere o meno delle oscillazioni.

Dai grafici si può vedere che Q e Re si comportano in modo qualitativamente uguale a Q_{peak} e a Re per Q_{peak} , e che le oscillazioni cessano per un Re di circa 300.



I numeri di Reynolds di soglia possono essere definiti in modo più preciso plottando la massima ampiezza picco-picco dell'oscillazione della pressione di valle (figura 3.43).

Si ricava che per valori di Re al di sotto di circa 290 non si presentano oscillazioni.

Figura 3.43

Gli altri parametri fondamentali per la caratterizzazione del punto a cui insorgono le oscillazioni sono le pressioni trans murali agli estremi (p_{e1} e p_{e2}) e ovviamente la portata Q_{osc} .

Come si mostra in figura, p_{e2} aumenta con la viscosità (da 5 kPa per 14 mPas a kPa a 18,3 mPas) fino alla scomparsa delle oscillazioni, mentre p_{e1} si mantiene approssimativamente costante (intorno agli 0,9 kPa): in questo modo $p_{12} = p_1 - p_2 (= p_{e2} - p_{e1})$ aumenta con μ alle prime oscillazioni.

La figura 3.44 mostra anche i valori di p_{e1} e p_{e2} alla portata Q_{peak} .

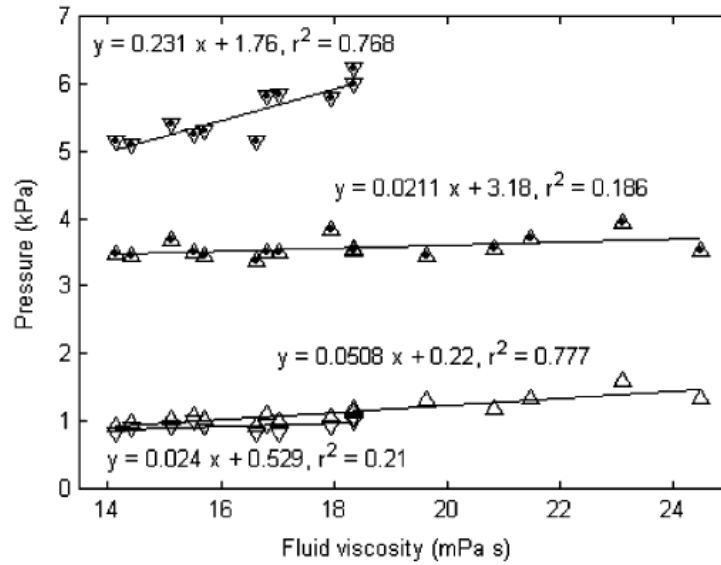


Figura 3.44

Per una data lunghezza del tubo a valle, la frequenza di oscillazione aumenta leggermente insieme alla viscosità del fluido fino a che non insorgono le oscillazioni (si ricordi che fondamentalmente la frequenza dipende dall'entità dell'inertanza). Questa relazione è secondaria alla diminuzione dell'ampiezza all'aumentare della viscosità. L'aumento dell'ampiezza a una diminuzione della frequenza è una tipica proprietà dei sistemi non lineari (proprietà prevista nel modello a parametri concentrati di Bertram e Pedley, cfr. Capitolo 2).

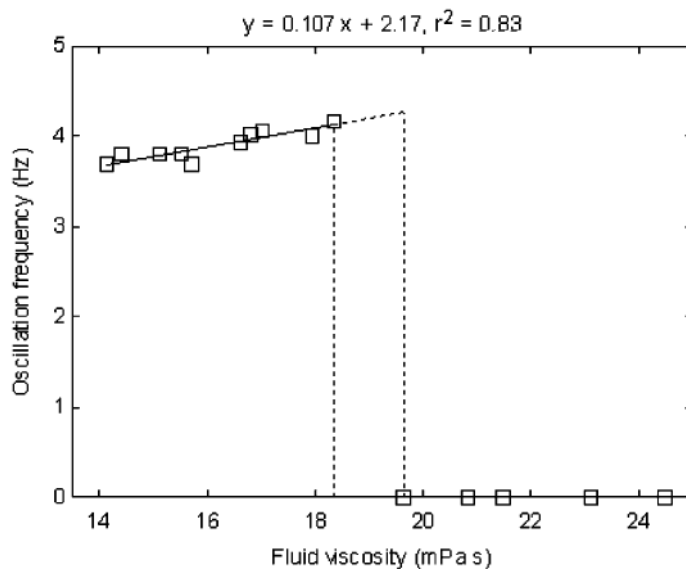


Figura 3.45

3.6.4 La relazione tra limitazione del flusso e oscillazione auto - eccitate

La sottile differenza tra il picco di portata Q_{peak} e Q_{osc} diventa fondamentale nell'esaminare l'area di gola A_{throat} (cioè al punto di collasso) del tubo. A_{throat} è essenzialmente indipendente dalla viscosità a Q_{peak} , e mostra solo una leggera tendenza a diminuire verso il punto in cui scompaiono le oscillazioni.

Dal diagramma (quale?) $A_{throat} - Q_{peak}$ e dalla curva della forma della sezione si vede che la limitazione del flusso si verifica molto prima che si arrivi al contatto tra le pareti del tubo (collasso completo).

E' interessante paragonare Q_{peak} ottenuto dalla teoria monodimensionale (cfr. Capitolo 2), ovvero la portata che deriva dal prodotto per la velocità delle onde di pressione c e A_{throat} .

Trovando la velocità media del fluido $u = Q/A_{throat}$ per Q_{peak} (u_{peak}) e Q_{osc} troviamo che la velocità all'insorgere delle oscillazioni (u_{osc}) è circa il 50% più alta di Q_{peak} (per cui si verifica la limitazione del flusso).

La velocità delle onde di pressione lungo un tubo in uno stato di collasso uniforme può essere calcolata in base alle misurazioni di pressione trans murale e della sezione A del tubo, utilizzando l'equazione di Young (già incontrata nel Capitolo 2):

$$c = \sqrt{\frac{A}{\rho \frac{dP}{dA}}}$$

In un esperimento a parte, in assenza di flusso, utilizzando il catetere a conduttanza (cfr. Bertram e Godbole, 1995) la relazione $p_{tm} - A$ è stata misurata nel punto medio del tubo, dove localmente l'area era costante rispetto alla posizione assiale, dove gli effetti della tensione longitudinale e della presenza dei condotti rigidi agli estremi sono minori. Il risultato ottenuto è c espressa in funzione della sezione A (figura 3.46).

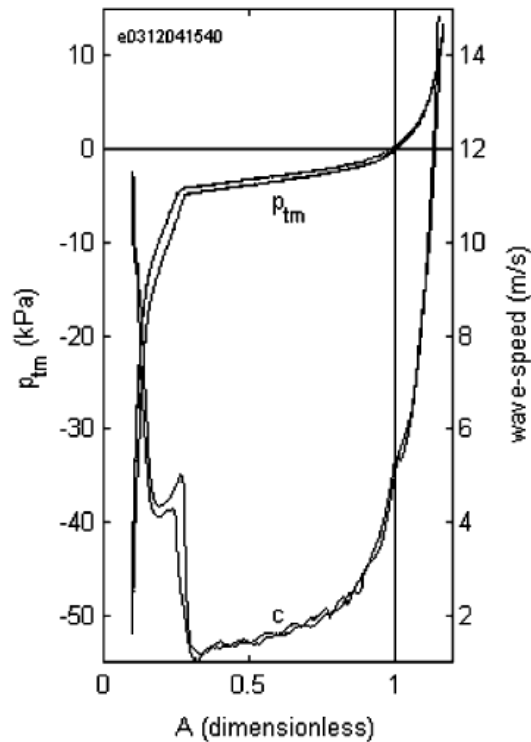


Figura 3.46

La minima velocità di propagazione delle onde (che si ha subito prima del contatto reciproco tra pareti opposte del tubo) è di circa 1,2 m/s.

Il confronto tra c e la velocità del fluido u indurrebbe a pensare che la nascita delle oscillazioni siano legati a un superamento di c da parte di u . Ma bisogna considerare le forti incertezze che infettano la velocità c calcolata: la relazione $p_{tm} - A$ è comunque dipendente dalla portata (qui è stata misurata per $Q = 0$) e varia rapidamente lungo l'asse del tubo, e l'equazione di Young naturalmente non può considerare questi fattori.

Sostanzialmente, tutte le teorie monodimensionali (cfr. Capitolo 2) danno solo un'approssimazione molto rude del reale comportamento del tubo; tuttavia queste misurazioni portano a considerare il coinvolgimento del choking nelle oscillazioni.

Qui vengono messe a confronto fotografie del segmento collassabile scattate in istanti diversi (Figura 3.47), segnalati nel grafico accanto (3.48).



Figura 3.47

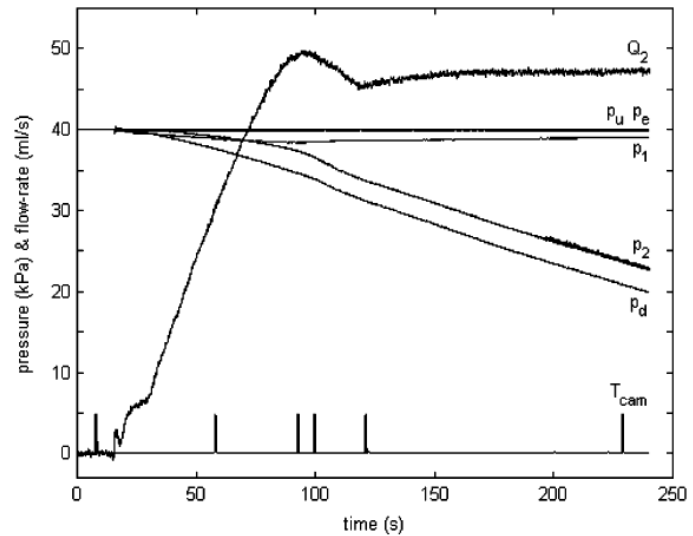


Figura 3.48

Il passaggio verso la limitazione del flusso è decisamente complessa e possono essere individuati diversi punti salienti:

- $t \approx 121$ s: La portata Q raggiunge il suo massimo in seguito alla riduzione di p_2 . In questo istante il tubo è parzialmente collassato con forma biconcava. L'area della sezione è diminuita nella riduzione di p_2 , e dopo il raggiungimento di Q_{peak} diminuirà più velocemente;
- $t \approx 126$ s: Il rateo di diminuzione dell'area raggiunge il suo massimo;
- $t \approx 134$ s: da questo istante in poi il tubo diventa fondamentalmente rigido (è verosimile che qui si abbia il contatto tra le pareti);
- $t \approx 140$ s: insorgono le oscillazioni;
- $t \approx 146$ s: Q smette di diminuire e diventa quasi costante (in realtà si ha un piccolo aumento) e contemporaneamente scompaiono le oscillazioni;
- $t \approx 190$ s: Q diviene costante nel tempo mentre l'area continua a diminuire sensibilmente.

In conclusione, questo studio sperimentale ha ottenuto un metodo per determinare in modo piuttosto preciso il numero di Re minimo al quale è possibile che insorgano le oscillazioni, ha confermato che la limitazione della portata e la nascita delle oscillazioni sono fenomeni ben distinti.

3.7 Asimmetria del flusso, velocità e pressioni in presenza di oscillazioni (Kounanis e Mathioulakis, 1998)

Il flusso attraverso un tubo flessibile trasparente soggetto ad oscillazioni autoeccitate viene qui studiato impiegando la visualizzazione del campo di velocità con l'ausilio della velocimetria laser Doppler (LDV).

L'apparecchiatura utilizzata consiste di un Resistore di Starling attraversato da acqua proveniente da un serbatoio, la cui camera (di un volume circa 1000 volte più grande del segmento collassabile, in modo che le sue deformazioni non influenzino Pe) è stata riempita con acqua per minimizzare gli effetti della gravità sulle pareti del tubo. A monte e a valle del tubo collassabile sono sistemate delle resistenze per controllare la portata e la pressione. Il tubo collassabile è di silicone, con un diametro interno di 8 mm e uno spessore di 0,2 mm; per poter effettuare le misurazioni di velocità tramite LDV e per la visualizzazione del flusso, il tubo collassabile è stato scelto trasparente. La lunghezza di questo è di 80 mm, ed è connesso alle estremità a due condotti rigidi di 7 mm di diametro interno.

La visualizzazione del flusso interno al tubo è stata possibile utilizzando delle particelle bianche (ovvero con la capacità di riflettere le onde incidenti sulla superficie), un pannello He-Ne laser, orientato verticalmente lungo l'asse del tubo e normale al piano di collasso (che è orizzontale) e una videocamera.

La misurazione della pressione è stata effettuata da cateteri di pressione, e la portata è stata invece misurata da un flussometro ad ultrasuoni.

Da uno stato di distensione, mantenendo R_2 costante e aumentando la resistenza a monte R_1 (e quindi diminuendo la portata e la pressione interna), il tubo è stato portato a una condizione in cui la pressione transmurale era abbastanza bassa (dell'ordine dei 50 mmH₂O) da permettere l'insorgere delle oscillazioni. Prima del verificarsi delle oscillazioni, il tubo ha preso la forma di un ugello convergente-divergente, la cui strizione prendeva posto circa due diametri verso monte dall'uscita. Si è potuto osservare, tramite la visualizzazione del flusso, che la separazione del

flusso si trova poco più a valle dopo la strizione. La larghezza del getto causato varia con il tempo in modo caotico e non periodico.

Finché il campo di velocità è rimasto simmetrico, si sono verificati alcuni movimenti delle pareti di piccola ampiezza, in direzione perpendicolare al piano del collasso (figura 3.49).

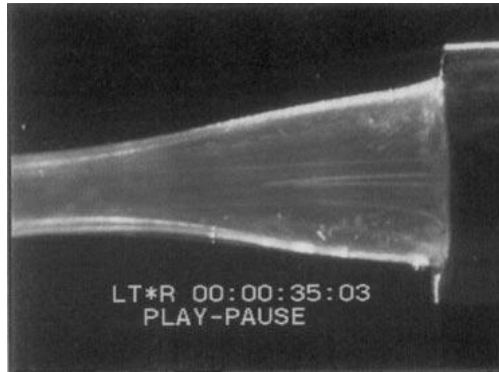


Figura 3.49

In ogni caso, in un certo istante, senza perturbare in nessun modo le condizioni del flusso, il flusso si attacca alla parete superiore della parte divergente del tubo (figura 3.50). Al verificarsi di questa asimmetria, insorgono le oscillazioni, che in questo caso consistono di un iniziale contatto tra le pareti opposte, causando una riduzione della sezione (causando un'accelerazione del flusso), portando la strizione a muoversi verso valle (fornendo quantità di moto al fluido) fino a scomparire, per ricominciare il ciclo.



Figura 3.50

Più in dettaglio, ad una distanza di circa un diametro verso valle dall'uscita del tubo, i lati opposti della strizione vengono in contatto, forzando il fluido ad aumentare la propria velocità e quindi a ridurre la sua pressione statica. Questa riduzione di pressione statica non viene più recuperata a causa della separazione del flusso nella parte divergente del tubo, facendo sì che il fluido "trascini" dietro di sé la strizione stessa, fino a che la gola non incontra la fine del

segmento collassabile. Contemporaneamente, l'energia cinetica del fluido a monte viene convertita in pressione per effetto del processo di restringimento, tendendo a portare il tubo nella sua configurazione distesa.

La serie di fotogrammi riportata nella figura 3.51 illustra in modo chiaro il fenomeno per una pressione esterna di 200 mm H₂O e una portata media di 1340 ml/min. Un ciclo completo (fotogrammi 1-8) ha una durata di circa 800 ms.

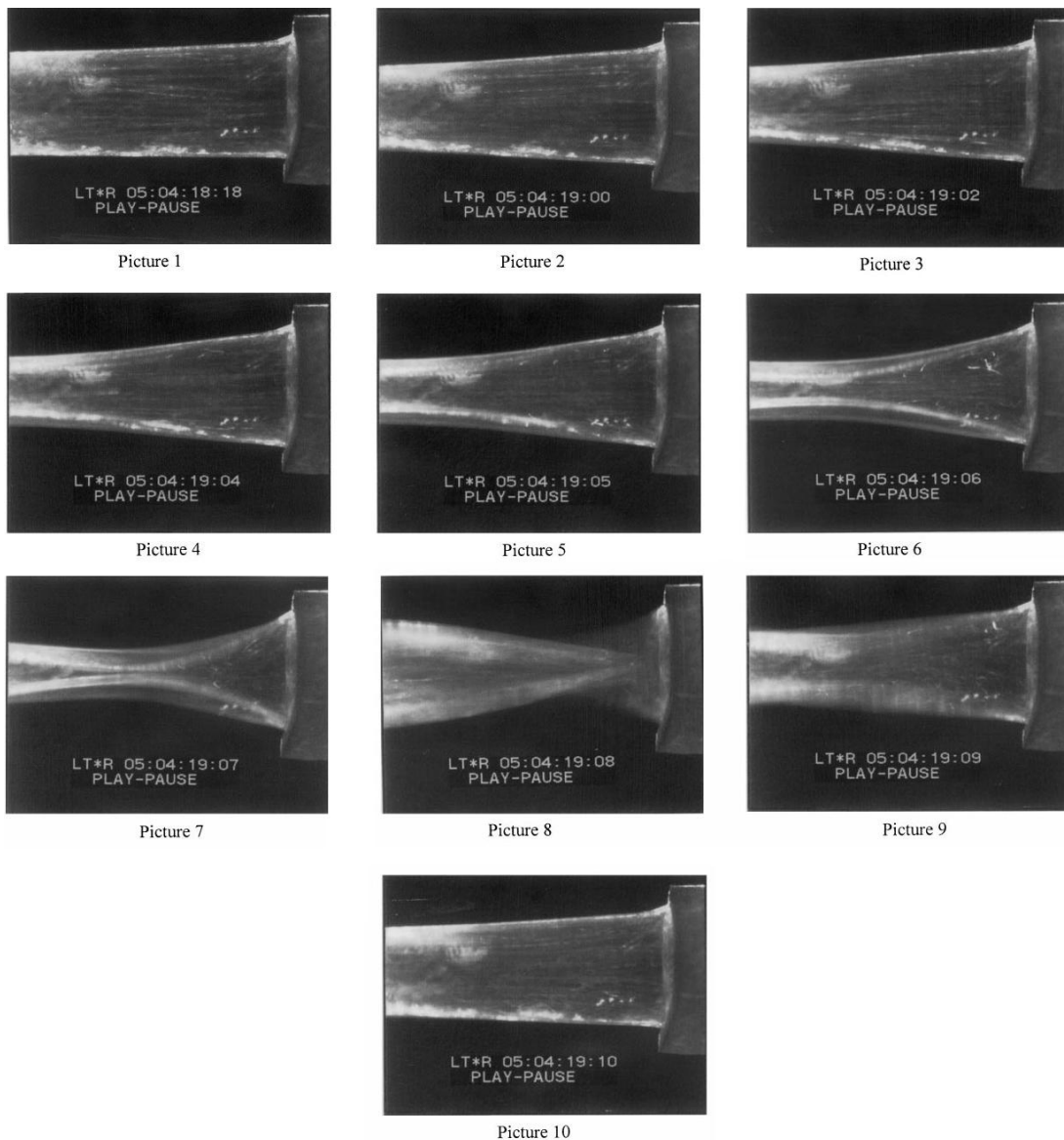


Figura 3.51

Mathioulakis e Kounanis presentano le misurazioni delle pressioni P_u e P_d (rispettivamente 140 mm a monte e a valle del tubo, per una portata media di 110ml/min e per una pressione esterna di 200 mm H₂O, in funzione del tempo e in fase con i fotogrammi mostrati sopra (figura 3.52).

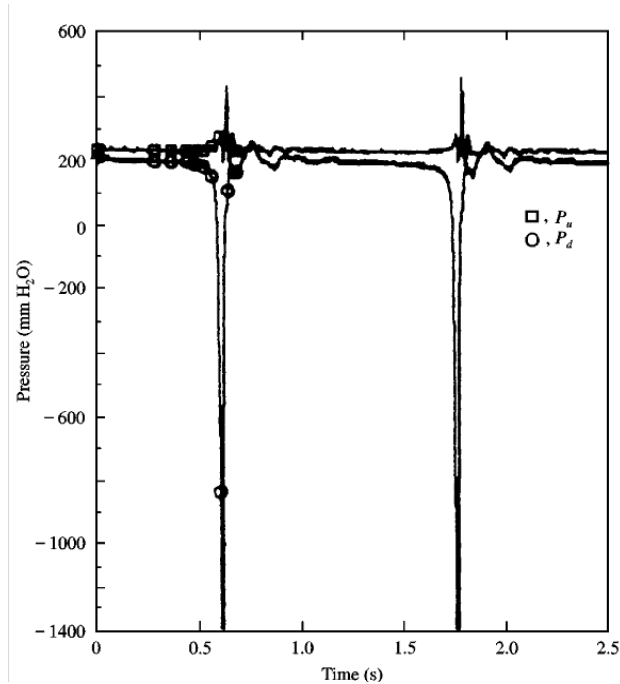


Figura 3.52

E' interessante notare una differenza di fase tra le pressioni P_u e P_d . La pressione di valle comincia a scendere per prima, e quella a monte la segue con un ritardo di 120 ms (fotogramma 7), leggermente prima che la strizione arrivi all'uscita del tubo. Dopo la chiusura del tubo, la pressione aumenta a monte (seppure non in maniera significativa, perlomeno rispetto a P_d) a causa della flessibilità del condotto che si comporta quindi da smorzatore di pressione. Inoltre, entrambi i segnali mostrano picchi e valli, che corrispondono rispettivamente alla chiusura e all'apertura del condotto, conseguenti dalle onde di pressione che vengono prodotte.

Di seguito sono graficate le distribuzioni di pressione (figura 3.53) e le distribuzioni di fluttuazione di pressione in valore quadratico medio (figura 3.54) lungo il tubo. Si noti che l'asse x è concorde al flusso ed è centrato all'uscita del tubo collassabile. I valori dei parametri del sistema sono: $P_e = 200 \text{ mm H}_2\text{O}$, $Q = 1400 \text{ ml/min}$ e $P_e = 400 \text{ mm H}_2\text{O}$, $Q = 1300 \text{ ml/min}$.

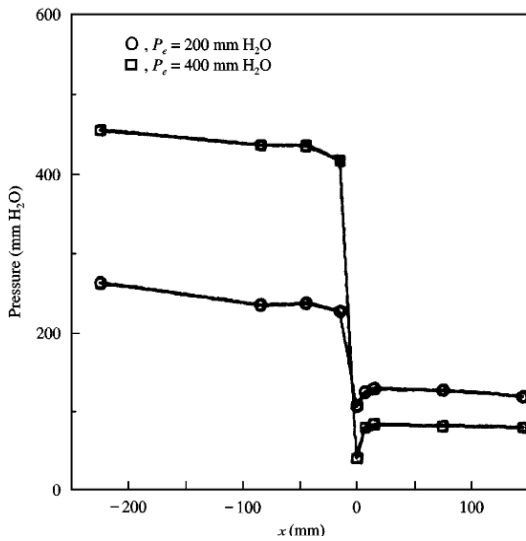


Figura 3.53

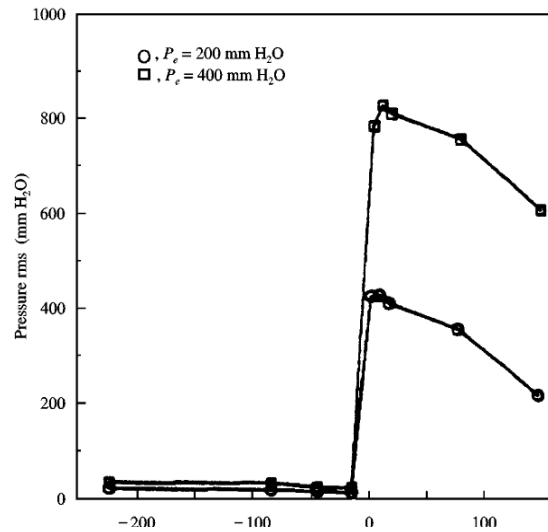


Figura 3.54

All'uscita dal tubo ($x = 0$) si verifica una riduzione di pressione a scalino seguita immediatamente da una piccolo recupero, dove le fluttuazioni di pressione vengono attenuate verso valle. Questa grande caduta di pressione è attribuita al fatto che la pressione a monte della strizione assume valori vicini a quelli della pressione P_e (visto che la pressione trasmurale deve essere quasi nulla per poter ottenere facilmente le oscillazioni).

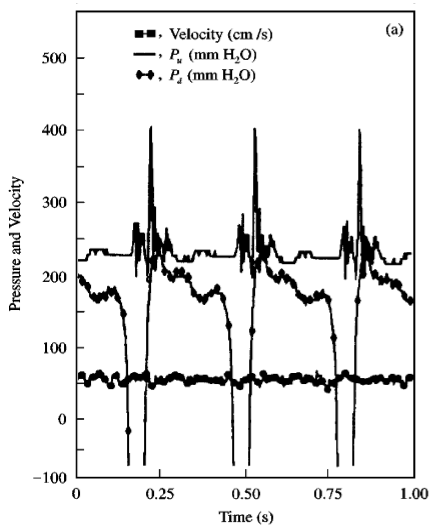


Figura 3.55: $x = -100$ mm

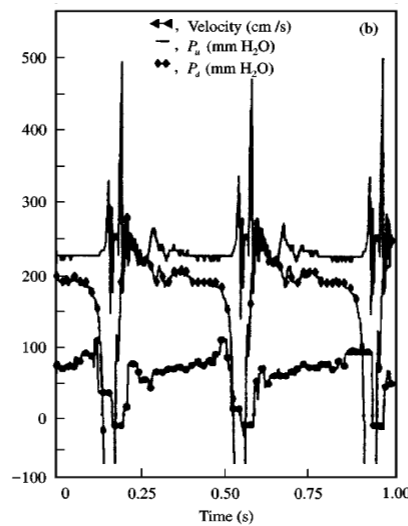


Figura 3.56: $x = -4$ mm

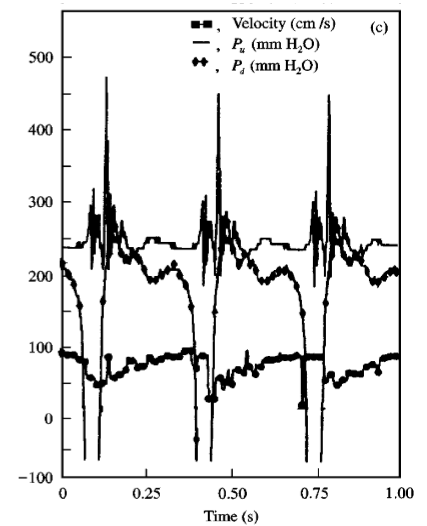


Figura 3.57: $x = 40$ mm

Sono state eseguite misure di P_u e di P_d , così come è stata misurata la componente di velocità parallela all'asse nel punto centrale del tubo, per diversi valori di x a una pressione esterna di 200 mm H₂O e per una portata media di 1100 ml/min. La caratteristica più evidente delle variazioni temporali di velocità lungo il tubo è che le fluttuazioni a monte sono deboli, mentre quelle vicine all'uscita sono molto forti. Più in dettaglio, la velocità varia a monte del tubo ($x = -100$ mm,

figura 3.55) tra i 50 e i 60 cm/s, mentre vicino all'uscita ($x = -4$ mm, 3.56) o a valle di essa ($x = 40$ mm, 3.57) essa prende valori quasi doppi rispetto ai valori all'entrata. Quando P_d scende (cioè quando il tubo comincia a collassare), il fluido accelera velocemente a causa di una riduzione della sezione del tubo e del volume. Al contrario, quando il tubo si dilata si ha una decelerazione del flusso, che porta a valori negativi la velocità vicino all'uscita ($x = -4$ mm, figura b).

Concludendo, le principali osservazioni di Kounanis e Mathioulakis sono qui riassunte:

- a) Le oscillazioni del tubo si verificano a valori di pressione trasmurale bassi e positivi (dell'ordine di 50 mm H₂O), indipendentemente dalla pressione esterna, dalla portata e dalle impostazioni delle valvole. A questi valori di pressione, il tubo, cedevole, è stato portato a un moto oscillatorio causato da un'asimmetria nel flusso. Il tubo, che in queste condizioni presenta la forma di un ugello convergente-divergente, forza il flusso alla separazione da entrambi i lati della sua sezione divergente, e più tardi, fa sì che il flusso si attacchi a uno dei due lati. Quando questa asimmetria si verifica, le pareti opposte vengono a contatto e la strizione del tubo comincia ad oscillare lungo la direzione del flusso, coprendo una distanza di due diametri dall'uscita del tubo. Durante questo movimento della strizione, l'area viene progressivamente ridotta, causando localmente grandi velocità (fino al doppio di quelle all'entrata) e una leggera accelerazione del flusso nelle parti rimanenti del tubo. Quando la strizione viene a contatto con l'estremità a valle del tubo collassabile, essa si espande quasi istantaneamente causando un'inversione del flusso in questa zona.
- b) L'ampiezza della velocità è più grande nella direzione del flusso, e ha un minimo all'entrata e un massimo all'uscita.
- c) Esiste una differenza di fase tra le pressioni a monte e a valle del tubo, in particolare la prima è in ritardo rispetto alla seconda. Durante la contrazione del tubo, la pressione a valle comincia a ridursi, mentre quella a monte comincia a salire.
- d) La frequenza delle oscillazioni aumenta con l'aumento della differenza tra la pressione esterna e il valore medio di pressione a valle, senza capire la correlazione tra questi due parametri.

Capitolo 4: Le applicazioni biomediche

Lo studio del flusso attraverso tubi collassabili è di grande importanza per la comprensione della dinamica dei vasi sanguigni e delle vie respiratorie, e fornisce ottimi modelli per la ricerca sulle interazioni fluido-struttura: vengono pertanto presentati in questo capitolo esempi di applicazioni del modello per la misura della pressione sanguigna attraverso lo sfigmomanometro e per lo studio di disturbi all'apparato respiratorio.

4.1 Le applicazioni in ambito circolatorio

4.1.1 L'autoregolazione del flusso sanguigno: il modello "Capilleron"

L'autoregolazione del flusso sanguigno è un fenomeno presente in diversi organi, come il cuore, il fegato, l'intestino, il cervello e i reni. Essa consiste di un processo per cui se la pressione arteriosa all'entrata dell'organo sale rapidamente, il flusso attraverso l'organo aumenta di conseguenza, ma per poi ritornare al suo valore corretto, nonostante l'alta pressione all'ingresso. Sostanzialmente, l'organo regola autonomamente il flusso aumentando la resistenza verso di esso, in modo da mantenere la portata sanguigna costante. Rodbard, per comprendere meglio il fenomeno di autoregolazione, sviluppò un ingegnoso dispositivo basato sui principi del flusso attraverso tubi collassabili. Il modello consiste di un sistema in cui il fluido scorre da un serbatoio a un tubo collassabile montato tra due tubi rigidi di sezione circolare. Il segmento collassabile è racchiuso da una camera la cui pressione è controllata fondamentalmente dalla pressione subito a monte del tubo deformabile (figura 4.1). In questo sistema, se la pressione a monte cresce e in modo da aumentare la portata, la pressione nella camera aumenta, portando al collasso del condotto collassabile e aumentando quindi la resistenza al flusso.

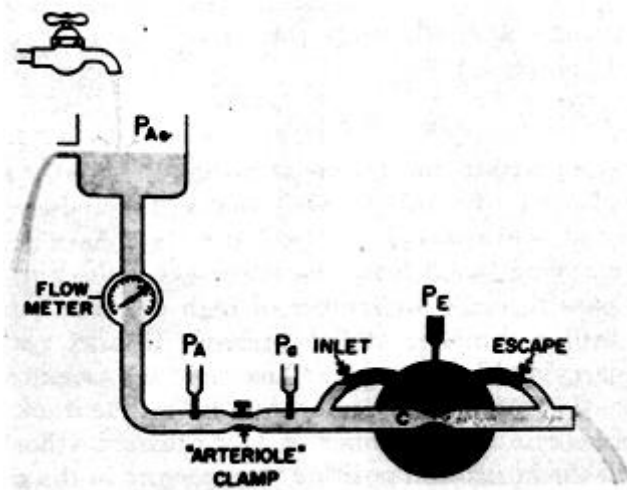


Figura 4.1

Con le giuste impostazioni delle resistenza a monte e a valle, il sistema è capace di una vera e propria autoregolazione: se la pressione all'entrata viene rapidamente aumentata, la portata aumenta temporaneamente per poi riabbassarsi al valore corretto, nonostante la pressione all'entrata sia ancora alta.

Per gli organi che presentano una pronunciata autoregolazione, come i reni e il cuore, la presenza di una membrana pericapillare attorno al capillare stessa rende particolarmente interessante il modello proposto da Rodbard.

4.1.2 La misura della pressione sanguigna

Un affascinante fenomeno che suscita l'interesse dei fisiologi e dei fluidodinamici è quello dei cosiddetti "suoni di Korotkoff". Su questo fenomeno è basata la misurazione della pressione arteriale diastolica e sistolica: un manicotto contenente una camera gonfiabile è sistemato intorno al braccio e viene gonfiato fino a giungere una pressione ben più alta di quella sistolica, in modo da occludere completamente l'arteria brachiale.

Si utilizza un fonendoscopio applicato all'altezza dell'arteria brachiale; finché la pressione del manicotto supera quella sistolica, l'arteria brachiale è occlusa e non si odono toni; quando la pressione scende di poco al di sotto di quella sistolica, la piccola quantità di sangue che riesce a passare al di sotto del manicotto produce dei suoni di percussione (detti suoni di Korotkoff) ad ogni battito cardiaco. La pressione alla quale viene udito il primo tono rappresenta la pressione sistolica: essa corrisponde in genere alla pressione sistolica misurata direttamente. Man mano

che la pressione nel manicotto continua a scendere, aumenta la quantità di sangue che passa al di sotto del manicotto stesso per ogni battito e i suoni si fanno più potenti. Quando la pressione nel manicotto si avvicina al livello diastolico, i toni di Korotkoff si smorzano progressivamente, e appena la pressione scende al di sotto di quella diastolica, essi scompaiono del tutto. Ciò indica appunto il raggiungimento della pressione diastolica. una volta che la pressione del manicotto è inferiore a quella diastolica, il flusso nell'arteria brachiale è continuo e i toni di Korotkoff scompaiono.

4.1.3 Le possibili origini dei suoni di Korotkoff

Studi sperimentali condotti da McCutcheon e Rushmer (1967) evidenziarono, iniettando sostanze nelle arterie degli arti alla pressione arteriale, che la sezione dell'arteria nel punto di compressione non era circolare, bensì simile a quella di un tubo elastico parzialmente collassato. E' evidente quindi che un fattore che riveste un ruolo fondamentale nel fenomeno è la collassabilità delle pareti dell'arteria. Utilizzando dei coloranti radio-opachi, riuscirono anche a visualizzare il passaggio del sangue attraverso l'arteria: in questo modo, mostrarono, nell'istante in cui si sente il primo suono (quindi a una pressione del manicotto poco al di sotto di quella sistolica), l'emergere di un getto nel sangue stagnante a valle del manicotto, getto che causa turbolenza nel flusso. Inoltre, McCutcheon e Rushmer eseguirono un'analisi di Fourier dei suoni, prima e durante l'attenuazione dei suoni, mostrando che le componenti di frequenza tra i 60 e i 180 Hz diminuiscono all'inizio dell'attenuazione (figura 4.2).

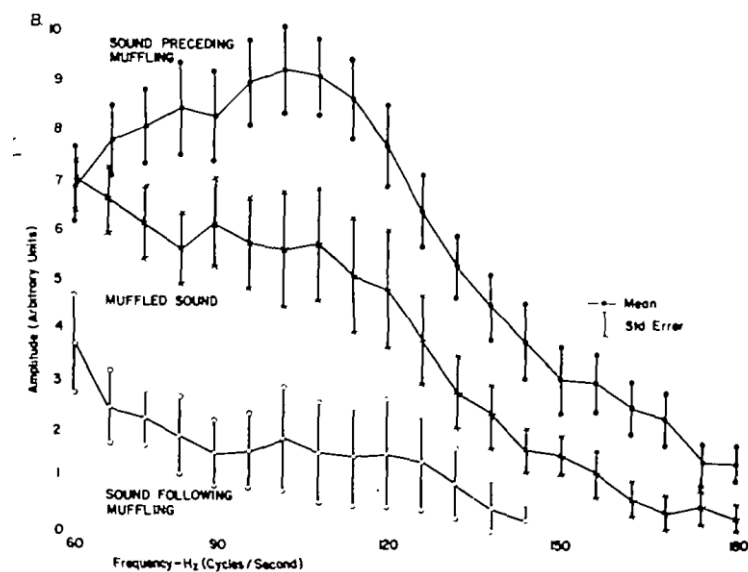


Figura 4.2

Ur e Gordon (1970), nel tentativo di determinare l'origine dei suoni di Korotkoff, misurarono la pressione a monte e valle in un flusso sanguigno in un'arteria brachiale asportata da un cane (di diametro di circa 0,4 cm), adottando tre diversi protocolli.

Il primo è del tutto analogo a quello utilizzato da Conrad l'anno prima: mantenendo costanti le pressioni a monte e nella camera vengono fatte variare le condizioni a valle. I risultati sono simili a quelli ottenuti da Conrad (cfr. Capitolo 1).

Il secondo protocollo consiste invece nel ridurre rapidamente la pressione a monte mantenendo costante la pressione del manicotto, in modo da simulare la caduta di pressione nell'arteria dopo il picco sistolico. Tramite uno stetoscopio vengono registrati i suoni e tramite un'impedenza elettrica viene misurata la variazione dell'area di sezione alla strizione (l'impedenza è quindi relazionata all'area, ma non proporzionale). Il risultato ottenuto è presentato nella figura 4.3.

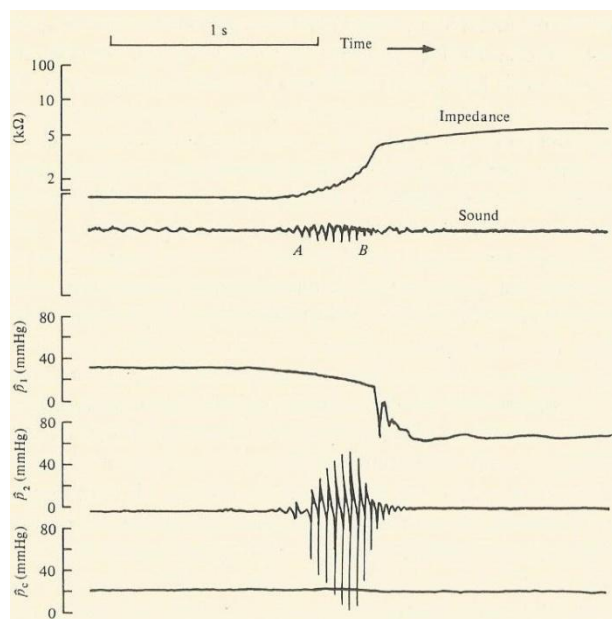


Figura 4.3

Nella figura 4.3 si nota che, in seguito a una rapida riduzione della pressione a monte (in modo da simulare la diastole), quando la pressione a monte ha valori appena minori della pressione nel manicotto, si genera un suono percussivo che consiste di una breve serie (di circa 300 ms) di oscillazioni, accompagnato da un'oscillazione nella pressione a valle. Questo suono è del tutto simile, dal punto di vista uditivo, a quelli detti di Korotkoff.

Un'altra possibile spiegazione per l'origine dei suoni di Korotkoff può basarsi sul cosiddetto "colpo d'ariete". Il colpo d'ariete consiste di un'onda di pressione che si origina in una colonna di fluido dotata di una certa velocità che subisce un impatto contro una parete, in questo caso, contro la parete dell'arteria che, a causa della pressione esterna esercitata dal manicotto, è costretta a stringersi. Il fenomeno è tipico delle tubazioni nelle quali scorre un fluido il cui flusso viene rapidamente interrotto da una repentina strizione (per esempio, in idraulica, la chiusura di una valvola). La produzione del suono sarebbe quindi legata al volume di sangue che passa al di sotto del manicotto e incontra una colonna di sangue statica o l'occlusione stessa. Le conseguenti turbolenze che vengono a crearsi genererebbero vibrazioni udibili.

Ricapitolando, l'origine dei toni di Korotkoff non è stata quindi ancora compresa a fondo: in ogni caso i fenomeni che si pensa siano coinvolti nell'una o nell'altra misura sono i seguenti:

- i) la generazione di vortici dovuta alla presenza di un getto;
- ii) la collassabilità delle pareti;
- iii) la generazione di oscillazioni indotte dal flusso;
- iv) il colpo d'ariete.

4.1 Le applicazioni in ambito respiratorio

Le vie respiratorie toraciche sono anch'esse condotti collassabili.

I polmoni, durante l'inspirazione, si espandono *attivamente* (ovvero per mezzo di muscoli) portando a un'espansione delle stesse vie respiratorie, che conducono l'aria fino ai polmoni. Nell'espirazione, i muscoli si rilassano e tipicamente i polmoni si contraggono *passivamente* espellendo l'aria.

Questa può essere espulsa dai polmoni anche in maniera non spontanea (ovvero non passiva), con la manovra chiamata *espirazione forzata*.

La flessibilità delle vie respiratorie ha diversi effetti significativi dal punto di vista fisiologico, per esempio:

- *Limitazione della portata*. Durante l'espirazione forzata, la contrazione del diaframma ha due conseguenze: primo, essa aumenta la pressione alveolare, fornendo un gradiente di pressione tra alveoli e bocca che fa sì che l'aria venga emessa dai polmoni, secondo, essa aumenta la pressione dei tessuti esterna ai condotti. Questo porta le vie respiratorie a un parziale collasso,

che può inibire il flusso espiratorio. Dunque, in sostanza, dato un certo volume dei polmoni e aumentando lo sforzo di espirazione, si ha un limite per la portata massima d'aria in uscita (questo fenomeno è detto *negative effort dependance*). La limitazione della portata può causare seri problemi a chi soffre d'asma: porterebbe ad avere difficoltà ad espellere anidride carbonica e a rifornirsi di ossigeno.

- *Wheezing*. Uno dei pochi metodi non invasivi per controllare le funzioni polmonari è ascoltare i suoni generati durante la respirazione. Per esempio, un'espirazione forzata è caratterizzata da rumore: forzare il passaggio d'aria attraverso un tubo flessibile può portare ad oscillazione spontanee delle pareti della via respiratoria, portando appunto al *wheezing*. Anche l'apnea del sonno è una situazione, com'è ben noto, rumorosa.

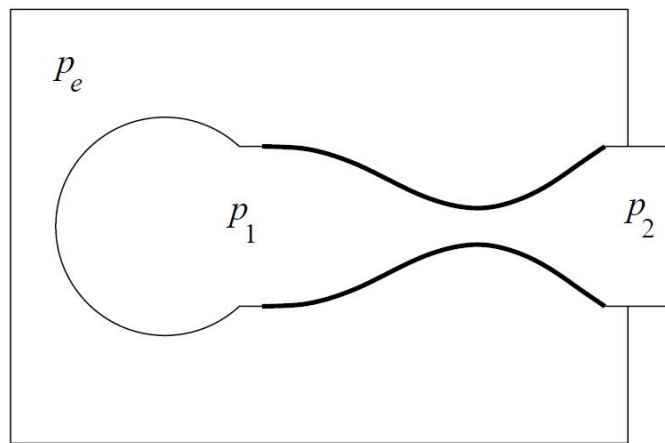


Figura 4.4: dispositivo (derivato dal resistore di Starling) per la modellizzazione delle vie respiratorie

Un tubo collassabile oscillante costituisce spesso un problema fluidodinamico e strutturale tridimensionale irrisolto. Sono state proposte numerose teorie per il meccanismo delle oscillazioni, ma le diversità tra i parametri scelti e le semplificazioni matematiche introdotte hanno fatto sì che i diversi studi si sviluppassero parallelamente. Di conseguenza, non ci sono ancora né spiegazioni soddisfacenti sulla meccanica, né previsioni quantitativamente accurate sulle oscillazioni osservate, nonostante l'intensivo studio condotto sulla questione.

Nello studio sperimentale di Bloch et al. (2004) sulla conduttanza respiratoria (definita come $G = Q/\Delta p$, quindi il reciproco della resistenza) della faringe, la via respiratoria interessata viene simulata sperimentalmente con la seguente apparecchiatura (mostrata in figura 4.5).

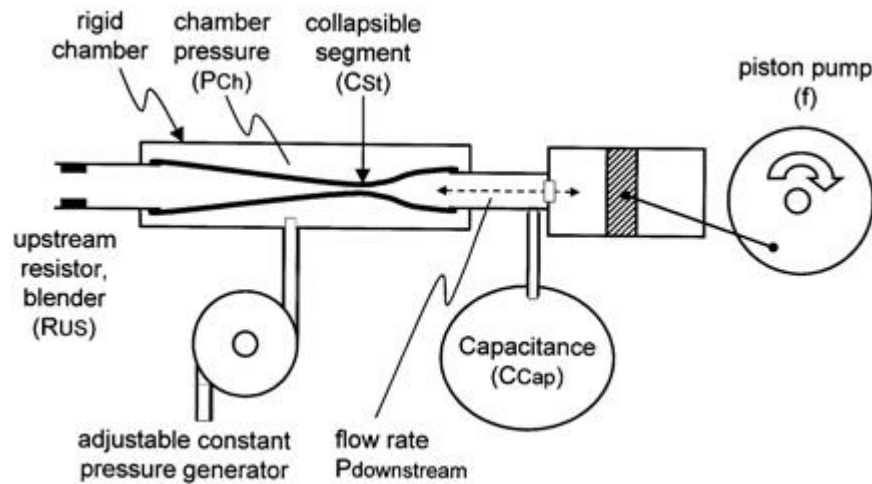


Figura 4.5

Gli elementi che compongono il sistema sono un tubo collassabile inserito in una camera rigida a pressione regolabile (resistore di Starling), un resistore costante a monte, un accumulatore a valle e una pompa a pistone. Quest'ultima viene utilizzata per simulare la respirazione e presenta una cilindrata di 1 litro e una velocità di 40 respiri al minuto e un rapporto tempo di ispirazione / tempo di espirazione di 1 : 2.

Conclusioni

Quando un flusso attraversa un tubo deformabile, le interazioni tra le forze meccaniche e fluidodinamiche portano a fenomeni di varia natura. Come si è potuto approfondire nelle pagine precedenti, i primi risultati di Conrad, nel 1969, portano alla definizione del tubo collassabile come un *resistore non lineare comandato in portata* in seguito al tracciamento della curva della caduta di pressione in funzione della portata. Questa curva, oltre a non essere lineare, rappresenta una funzione non iniettiva: sostanzialmente non si può legare univocamente una data caduta di pressione con una corrispondente portata.

Sempre Conrad mostrò che solo nella zona a *resistenza negativa*, caratterizzata da una forte instabilità, si possono verificare *oscillazioni auto - eccitate* indotte dal flusso. La causa di queste oscillazioni non è tutt'ora stata individuata precisamente. Tramite prove sperimentali e conseguenti modelli matematici, si è imputata l'origine delle oscillazioni a fenomeni di propagazione delle onde (Griffiths, 1971, Brower e Scholten, 1975), a fenomeni legati alla

dissipazione di energia associata alla separazione del flusso alla strizione (Bertram e Pedley, 1982, Cancelli e Pedley 1986), o all'asimmetria del getto (Kounanis e Mathioulakis, 1998).

Un altro fenomeno caratteristico è la *limitazione della portata* che insorge quando, riducendo la pressione a valle, si fa sì che la pressione esterna al tubo elastico sia minore o uguale a quella interna nell'estremo a valle. Anche le cause della limitazione della portata non sono state del tutto chiarite: si pensa comunque che i possibili meccanismi che innescano il fenomeno siano dovuti alla supercriticità del flusso alla strizione (Bertram e Castles, 1998) e/o all'incremento di resistenza dovuta alla condizione di collasso (Holt, 1969).

Per decenni i fenomeni di limitazione della portata e di oscillazioni auto – eccitate si sono considerati legati tra loro e in particolare associati necessariamente alla condizione di supercriticità del flusso. Tuttavia, con l'ausilio dei diagrammi di controllo sviluppati da Bertram e Castles (1998) e con il successivo studio di Bertram e Tscherry (2006) si è arrivati alla conclusione che in realtà sono due fenomeni distinti: in questi due studi si è infatti dimostrato che i due fenomeni si presentano in punti operativi diversi e più precisamente per differenti valori della pressione all'estremità di valle.

Le oscillazioni auto – eccitate si presentano anche in ambito biologico: è un'ipotesi infatti che i *suoni di Korotkoff*, utilizzati nella pratica della misurazione della pressione sanguigna tramite lo sfigmomanometro, siano fortemente legati a questo fenomeno (Ur e Gordon, 1970); anche i suoni prodotti dalle vie respiratorie, come il *wheezing*, sono plausibilmente associati alla presenza di questo genere di instabilità. La limitazione della portata è coinvolta anch'essa nel funzionamento dei sistemi circolatorio e respiratorio: nel primo interviene, per esempio, in seguito a repentini cambi di postura, facendo sì che la portata di sangue non aumenti in modo incontrollato, e nel secondo, durante la manovra detta di *espirazione forzata*.

A causa dei problemi irrisolti indicati, non sono ancora presenti applicazioni nel campo industriale. Si ritiene, tuttavia, che l'impiego di condotti deformabili in questo ambito sia assolutamente plausibile nel futuro: il tubo collassabile potrebbe rappresentare senza dubbio un valido elemento nel controllo, tramite pressione, delle portate che lo attraversano, o essere impiegato in un sistema di regolazione del flusso, esattamente come accade nel processo di auto – regolazione del flusso sanguigno.

Bibliografia

BARCLAY, W. H. & THALAYASINGAM, S. 1986 Self-excited oscillations in thin walled collapsible tubes. *Medical and Biological Engineering and Computing* 24, 482-487.

BERTRAM, C. D. 1995 The dynamics of collapsible tubes. In *Biological Fluid Dynamics* (eds C. P. Ellington & T. J. Pedley), pp. 253-264. Cambridge, U.K. : Company of Biologists Ltd.

BERTRAM, C. D. 2003 Experimental studies of collapsible tubes. In *Flow past highly compliant boundaries and in collapsible tubes* (eds P. W. Carpenter & T. J. Pedley), ch. 3, pp. 51-65. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

BERTRAM, C. D. & PEDLEY, T. J. 1982 A mathematical model of unsteady collapsible tube behaviour. *J. Biomech.* 15, 38-60.

BERTRAM, C.D. & RAYMOND, C. J. 1991 Measurements of wave speed and compliance in a collapsible tube during self-excited oscillations: a test of the choking hypothesis. *Medical and Biological Engineering and Computing* 29, 493-500.

BERTRAM, C. D. & GODBOLE, S. A. 1995 Area and pressure profiles for collapsible-tube oscillations of three types. *Journal of Fluids and Structures* 9, 257-277.

BERTRAM, C.D., CASTLES, R.J., 1999. Flow limitation in uniform thick-walled collapsible tubes. *Journal of Fluids and Structures* 13, 399-418.

BERTRAM, C. & ELLIOTT, N. S. J. 2003 Flow-rate limitation in a uniform thin-walled collapsible tube, with comparison to a uniform thick-walled tube and a tube of tapering thickness. *J. Fluids Struct.* 17, 541-559.

BERTRAM, C. D. & TSCHERRY, J. 2006 The onset of flow-rate limitation and flow-induced oscillations in collapsible tubes. *J. Fluids Struct.* 22, 1029-1045.

BLOCH K. E., RUSSI E. W. & KAPLAN V. 2004 Variability of inspiratory conductance quantifies flow limitation. *Clinical Science* (2004) 106, 589-598.

BROWER, R. W. & SCHOLTEN, C. 1975 Experimental evidence on the mechanism for the instability of flow in collapsible vessels. *Med. Biol. Engng* 13, 839-845.

CANCELLI, C. and PEDLEY, T. J. 1985 A separated-flow model for collapsible-tube oscillations. *J. Fluid Mech.*, 157, 375-404.

CANCELLI, C. & CHIOCCHIA, G. 1979 On the onset of self-excited oscillations in a collapsible tube flow with sonic index values less than one: mathematical model and numerical results. *Atti d. Acc. Naz. dei Lincei, Memorie Sc. Fische, sez. I*, 15, 317-352.

- CONRAD, W. A. 1969 Pressure-flow relationships in collapsible tubes. *IEEE Trans., BME-16*, 284-295.
- CONRAD, W. A., COHEN, M. L. & McQUEEN, D. M. 1978 Note on the oscillations of collapsible tubes. *Medical and Biological Engineering and Computing* 16, 211-214.
- CONRAD, W. A., McQUEEN D. M. & YELLIN, E. L. 1980 Steady pressure flow relations in compressed arteries: possible origin of Korotkoff sounds. *Med. Biol Engng & Cmput.* 18, 419-426.
- DION, B., NAILI, S., RENAUDEAUX, J. P. & RIBREAU, C. 1995 Buckling of elastic tubes: study of highly compliant device. *Medical and Biological Engineering and Computing*, XX, 196-201.
- ELLIOTT, E. A. & DAWSON, S. V. 1978 Fluid velocity greater than wavespeed and the transition from supercritical to subcritical flow in elastic tubes. *Medical and Biological Engineering and Computing* 17, 192-198.
- FLAHERTY, J.E., KELLER, J.B. & RUBINOW, S.I. 1972 Post-buckling behavior of elastic tubes and rings with opposite sides in contact. *SIAM J. Appl. Math.* 23 446-455.
- GRIFFITHS, D. J. 1971 Hydrodynamics of male micturition. Pt. 1--Theory of steady flow through elastic walled tubes. *Med. & Biol. Eng.* 9, 581-588.
- GRIFFITHS, D. J. 1971 Steady fluid flow through veins and collapsible tubes. *Med. & Biol. Eng* 9, 597-602.
- GRIFFITHS, D. J. 1975a Negative-resistance effects in flow through collapsible tubes. Pt. 1—Relaxations oscillations, *Med. & Biol. Eng.* 13, 785-790.
- GROTBERG, J. B. & JENSEN, O. E. 2004 Biofluid mechanics in flexible tubes. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 36, 121-147.
- HEIL, M. & JENSEN, O.E. 2002 Flows in deformable tubes and channels – Theoretical models and biological applications. In: *Flow in Collapsible Tubes and Past Other Highly Compliant Boundaries*. Eds: T.J. Pedley and P.W. Carpenter.
- HOLT, J. P. (1969) Flow through collapsible tubes and through in situ veins. *IEEE Trans Biomed Eng* 16: 274-283.
- KAMM, R. D. and SHAPIRO, A. H. 1979 Unsteady flow in a collapsible tube subjected to external pressure or body forces. *J. Fluid Mech.*, 95, 1-78.
- KATZ, A. I., CHEN, Y. and MORENO, A. H. 1969 Flow through a collapsible tube: experimental analysis and mathematical model. *Biophys. J.*, 9, 1261-1279
- KECECIOGLU, I., MCCLURKEN, M. E., KAMM, R. D. & SHAPIRO, A. H. 1981 Steady, supercritical flow in collapsible tubes. Part I. Experimental observations. *J. Fluid Mech.* 109, 367-389.

- KOUNANIS, K. & MATHIOULAKIS, D.S. 1998 Experimental flow study within a self-oscillating collapsible tube. *Journal of Fluids and Structures* (1999) 13, 61-73
- LYON, C. K., SCOTT, J. B., ANDERSON, O. K. and WANG, C. Y. 1980 Flow through collapsible tubes at low Reynolds numbers. *Circ. Res.*, 47, 68-73.
- LYON, C. K., SCOTT, J. B., ANDERSON, O. K. and WANG, C. Y. 1981 Flow through collapsible tubes at high Reynolds numbers. *Circ. Res.*, 49, 998-996.
- McCUTCHEON, E. P. & RUSHMER, R. F. 1967 Korotkoff Sounds: an experimental critique. *Circ. Res.* 20, 149-169.
- MORGAN, P. & PARKER, K. H. 1989 A mathematical model of flow through a collapsible tube I, model and steady flow results. *Journal of Biomechanics* 22, 1263-1270.
- PEDLEY, T. J. 1980 *The Fluid Mechanics of Large Blood Vessels*. Cambridge University Press.
- PEDLEY, T. J. & LUO, X. Y. 1998, *Modelling Flow and Oscillations in Collapsible Tubes*, *Theoret. Comput. Fluid Dyn.* 10, 277-294.
- REYN, J. W. 1974 On the mechanism of self-excited oscillations in the flow through collapsible tubes. *Delft Progr. Rep.*, Ser. F 1, 51-67.
- RODBARD, S. 1963 Autoregulation in encapsulated, passive, soft walled vessels. *Am. Heart J.*, 65, 648-655.
- SHAPIRO, A. H. 1977 a Steady flow in collapsible tubes. *Trans. ASME K: J. Bimech. Engng* 99, 126-147.
- SHAPIRO, A. H. 1977b Physiologic and medical aspects of flow in collapsible tubes. *Proceedings of the 6th Canadian Congress on Applied Mechanics, Vancouver, B.C., Canada*, pp. 883-906.
- UR, A. & GORDON, M. 1970 Origin of Korotkoff sounds. *Am. J. Physiol.* 218, 524-529.